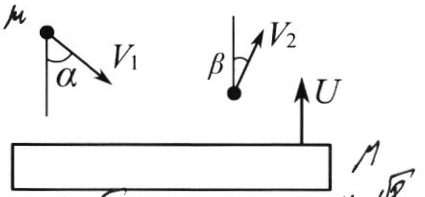
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11 **Вариант 11-02**

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ $\cos\beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$



$-mV_1\frac{\sqrt{5}}{3} + Mu = Mu' + V_2\frac{\sqrt{8}}{3}m$

$Mu' = Mu - mV_1\left(\frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{2\sqrt{8}}{3}\right)$

1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

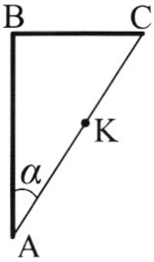
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

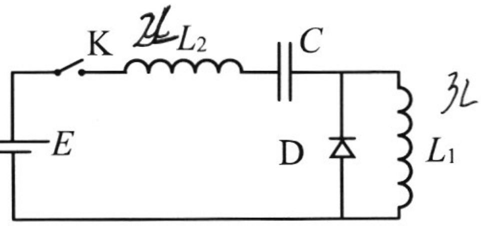
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

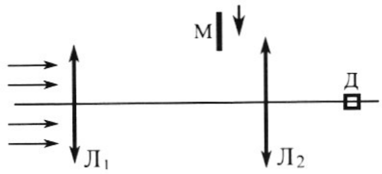


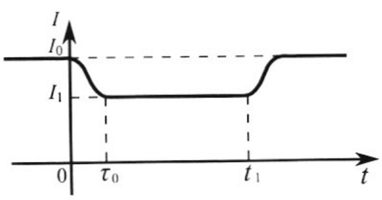
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





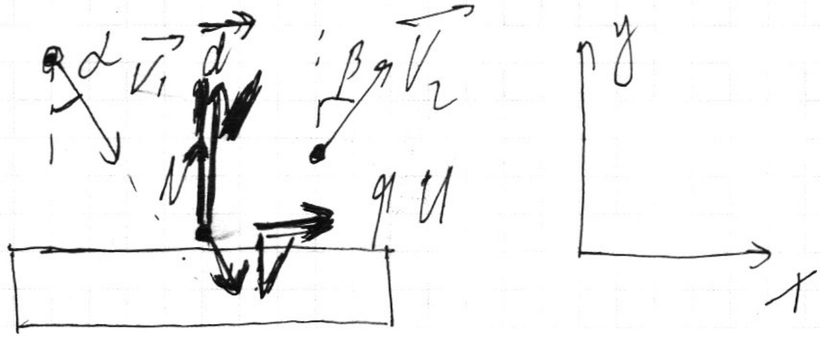
1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1.



Поскольку плита гладкая и удар происходит перпендикулярно плоскости плиты, проекция скорости шарика на ось X неизменна, поскольку в момент удара не было трения между шариком и плитой.

Тогда $V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta = V_x$

$V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = V_1 \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2V_1 = 2\cdot 6 м/с = 12 м/с$

1) Ответ: 12 м/с

Упругость удара варьируется от абсолютно неупругого до практически абсолютно упругого. Тогда при абсолютно неупругом ударе шарик ~~при~~ будет иметь после удара скорость в проекции на ось Y равную скорости плиты. Тогда $u_{min} = V_2 \cos\beta = V_1\sqrt{1-\sin^2\beta} =$
$= 12 м/с \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} = 4\cdot 2\sqrt{2} м/с = 8\sqrt{2} м/с$

$\sqrt{2} \approx 1,4$

$u_{max} = 1,4 \cdot 8$ м/с $= 11,2$ м/с

В случае почти абсолютно упругого удара ~~[illegible]~~ в системе отсчёта пластины удар можно считать упругим ударом ~~[illegible]~~ шарика об неподвижную стенку. Тогда в проекции на ось X в С.О. пластины скорость шарика $V_1 \cos\alpha + u$, после удара в С.О. пластины в проекции на ось X скорость шара $V_2 \cos\beta - u$ и эти скорости равны, поскольку пластина массивная, а удар абсолютно упругий.

$V_1 \cos\alpha + u_{min} = V_2 \cos\beta - u_{min}$

$2u_{min} = 2V_1 \cos\beta - V_1 \cos\alpha = V_1 \left(2 \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} - \sqrt{1 - \frac{2^2}{3^2}}\right) =$

$= V_1 \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3}\right) = 6 \text{ м/с} \cdot \frac{4\sqrt{2} - \sqrt{5}}{3} = 2\left(4\sqrt{2} - \sqrt{5}\right) \text{ м/с} =$

$= 2 \cdot (4 \cdot 1,4 - 2,2) = 2 \cdot (9,6 - 2,2) = 2 \cdot 7,4 = 14,8$ м/с

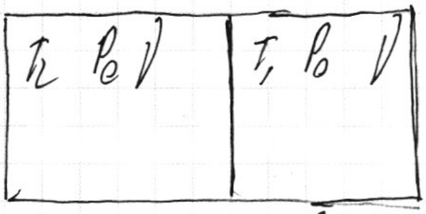
$u_{min} = 7,4$ м/с

Значит образом скорость пластины не превосходит 11,2 м/с, иначе шарик после отскока имел бы скорость больше, ~~[illegible]~~ и скорость пластины не меньше 7,4 м/с, поскольку тогда скорость шарика ~~[illegible]~~ тогда была бы меньше.

2) Ответ: от 7,4 м/с до 11,2 м/с

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.



Пусть P_0 — начальное давление в обеих отсеках. Поскольку уже начальное давление, в сосуде установилось механическое, но не тепловое равновесие.

Тогда $P_0 V_1 = \nu R T_1$, $P_0 V_2 = \nu R T_2$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330K}{440K} = \frac{3}{4}$$

1) Ответ: отношение объёма гелия к неона 3 к 4

После установления теплового равновесия в обеих отсеках будет одинаковая температура. Поскольку сосуд теплоизолирован, энергия суммарная двух газов постоянна. Тогда $E_{общ} = E_{г} + E_{н} = E_{г}' + E_{н}'$

$$\nu R T_1 + \nu R T_2 = \nu R T_3 + \nu R T_3$$

$$T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330 + 440}{2} K = 385 K$$

2) Ответ: 385K

После установления теплового равновесия в обеих сосудах установится давление P_1, $P_1\frac{V}{2} = \nu R T_3$ где V - объём ~~всего сосуда~~. По закону термодинамики $Q_1 = \Delta U_1 + A_1$ где Q_1 - полученное газом тепло (гелием)

Неон передал тепло $-Q_2 = \Delta U_2 + A_2$. Поскольку неон сжимался, работа A_2 отрицательная. Но по модулю она равна работе A_1, поскольку насколько один газ расширился, настолько второй газ и сжался, а давление в обеих сосудах равное. Так же $|Q_2| = |Q_1|$ поскольку сосуд теплоизолирован. Тогда

$Q_1 - Q_2 = 0 = \Delta U_2 + A_2 + \Delta U_1 + A_1$

$A_2 = -A_1$, тогда $\Delta U_2 + \Delta U_1 = 0$

Давление в обеих сосудах в любой момент времени

$$P_1' = \frac{\nu R T_1'}{V_1'} = P_2' = \frac{\nu R T_2'}{V_2'} = P' = \frac{\nu R T_1' + \nu R T_2'}{V_1' + V_2'}$$

$P' =$ ~~νR~~ поскольку поршень передвигается без трения

$V_1' + V_2'$ - это объём всего сосуда, $\frac{3}{2}\nu R T_1' + \frac{3}{2}\nu R T_2'$ энергия всего газа и она постоянна. Тогда давление в сосуде всегда постоянно!

$$A_1 = P\left(\frac{\nu R T_3}{P} - \frac{\nu R T_1}{P}\right) = \frac{\nu R}{\cancel{m}}(T_3 - T_1)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1)$

$Q_1 = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{5}{2}\cdot\frac{6}{25}\cdot 8{,}31\cdot(385-330)$ Дж $=$

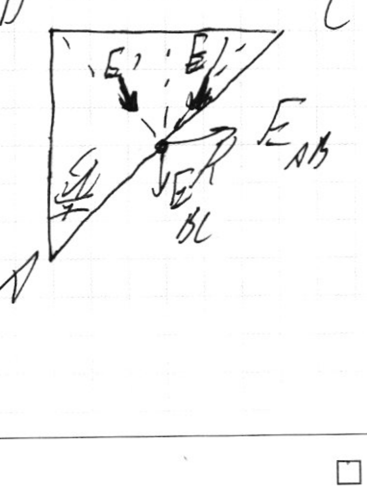
$= \frac{6}{10}\cdot 8{,}31\cdot 55$ Дж $= \frac{6}{2}\cdot 11\cdot 8{,}31$ Дж $= 33\cdot 8{,}31$ Дж $=$

$= 27{,}42$ Дж

3) Ответ: $27{,}42$ Дж

Задача №3.

1) $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta ABC$ равнобедренный.
Пусть от стороны BC в точке K образуется поле E.
Оно направлено перпендикулярно BC и лежит в плоскости
ABC, поскольку K середина $AC \Rightarrow$ лежит на средней линии и
поле E' от половины стороны KB равно полю E' от второй
половины KC, а проекция поля на BC компенсируется
этими двумя полями.



Модуль поле от стороны AB
перпендикулярно полю от BC
и равно по модулю, т.к. стороны одина-
ковой длины и бесконечной высоты

Тогда результирующее поле будет равно $E_{ABC}^2 = E_{BC}^2 + E_{AB}^2$

$E_{ABC} = \sqrt{2}\; E_{BC}$

$\frac{E_{ABC}}{E_{BC}} = \sqrt{2}$

1) Ответ: в $\sqrt{2}$ раз

2) $tg\frac{\pi}{8} = \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}}$

$tg^2\frac{\pi}{8} = \frac{1-\cos^2\frac{\pi}{8}}{\cos^2\frac{\pi}{8}} = \frac{1}{\cos^2\frac{\pi}{8}} - 1$

$\sin\frac{\pi}{4} = 2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8} = 2\sqrt{1-\cos^2\frac{\pi}{8}}\;\cos\frac{\pi}{8}$

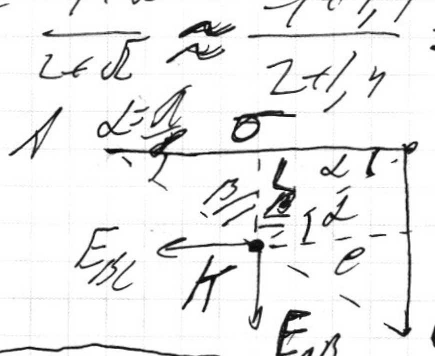
$\frac{1}{8} = \left(1-\cos^2\frac{\pi}{8}\right)\cos^2\frac{\pi}{8}$

$\cos^4\frac{\pi}{8} - \cos^2\frac{\pi}{8} + \frac{1}{8} = 0$

$\cos^2\frac{\pi}{8} = \frac{1\pm\sqrt{1-\frac{4}{8}}}{2} = \frac{1\pm\frac{1}{\sqrt{2}}}{2} = \frac{1\pm\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}$

$tg^2\frac{\pi}{8} = \frac{2}{1\pm\frac{\sqrt{2}}{2}} - 1 = \frac{1}{2\pm\sqrt{2}} - 1 = \frac{1-2\pm\sqrt{2}}{2\pm\sqrt{2}} = \frac{-1\pm\sqrt{2}}{2\pm\sqrt{2}} =$

$= \frac{-1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \approx \frac{-1+1{,}4}{2+1{,}4} = \frac{0{,}4}{3{,}4} = \frac{4}{34} = \frac{2}{17} \approx \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$



$L = \frac{1}{2}BC$ (средняя линия Δ)

$e = \frac{1}{2}AB$ (средняя линия ΔABC)

$\frac{BC}{AB} = tg\frac{\pi}{8} = \frac{L}{e}$

$\boxed{\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{3}{8}\pi}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Заметим, что поле от пластины BC составляет $\frac{1}{2} : 2$ от поля бесконечной пластины (с той же поверхностной плотностью заряда. Это получается из телесного угла, т.к. BC бесконечна в направлении перпендикулярном к плоскости рисунка поле отклонение телесным углом можно заменить на отклонение плоским (плоский угол бесконечной во всех направлениях пластины $180°$)

Тогда поле от пластины BC $E_{BC} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{\cancel{8}} : \frac{1}{\cancel{2}}\right) =$
$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Поле от пластины AB $E_{AB} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \left(\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) : \frac{1}{2}\right) =$
$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \frac{3}{4}$

$E^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2 = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2 \left(\frac{3^2}{4^2} + 1^2\right) = \frac{25}{16} \frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^2}$

$E = \frac{5}{4} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Ответ: $\frac{5}{4}\ \sigma/\varepsilon_0$

Задача №4.

Рассмотрим схему сразу после замыкания ключа.

Ток пойдёт от источника через ключ, затем через катушку L_1, затем через конденсатор, а затем через катушку L_2 и вернётся в источник. Через диод ток не пойдёт, так как диод в „обратном" подключении.

В некоторый момент после замыкания ток впервые станет равен 0 в цепи. Тогда $E = 2L\dot{I} + \frac{q}{C} + 3L\dot{I}$ — напряжение в цепи равно напряжению на источнике.

Продифференцируем по времени:

$\dot{E} = 0 = 2L\ddot{I} + 3L\ddot{I} + \frac{\dot{q}}{C} = 5L\ddot{I} + \frac{I}{C}$

$-I + 5LC\ddot{I} = 0$

$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{5LC}}$, $T_1 = \frac{\pi/2}{\omega_1}$ — с момента замыкания ключа до момента максимального заряда на конденсаторе.

После полной зарядки ток пойдёт через конденсатор, затем через катушку L_2, затем через источник и затем через ключ. Таким образом катушка L_1 не участвует в этом процессе. Аналогично $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$,

$T_2 = \frac{\pi}{2}\sqrt{2LC}$

После разрядки конденсатора система вернётся в исходное положение. Тогда $T = T_1 + T_2 = \frac{\pi}{2}\left(\sqrt{5LC} + \sqrt{2LC}\right) =$

$= \frac{\pi}{2}\sqrt{LC}\left(\sqrt{2} + \sqrt{5}\right)$

// Ответ: $\frac{\pi}{2}\left(\sqrt{2} + \sqrt{5}\right)\sqrt{LC}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Если ток через катушку L_1 максимальный, то максимален и ток и на катушке L_2

Пусть энергия системы (катушек и конденсатора) равна W в этот момент. Тогда $W = \frac{3LI^2}{2} + \frac{2LI^2}{2} + \frac{Q^2}{2C}$

Продифференцировав получим $\dot{W} = 3LI\dot{I} + 2LI\dot{I} + \frac{Q\dot{Q}}{C}$

$\dot{W}$ не что иное как работа источника за малый промежуток времени, то есть EI:

$$EI_{01} = 5LI_{01}\dot{I} + \frac{QI_{01}}{C}$$

$\dot{I} = 0$ т.к. ток максимальный

$$E = \frac{Q}{C}$$

С другой стороны вся энергия в системе появилась за счёт работы источника $A = EQ$, тогда:

$$EQ = \frac{3LI_{01}^2}{2} + \frac{2LI_{01}^2}{2} + \frac{Q^2}{2C}$$

$$\frac{Q^2}{C} = \frac{5LI_{01}^2}{2} + \frac{Q^2}{2C}$$

$$\frac{Q^2}{2C} = \frac{5LI_{01}^2}{2}$$

$$Q^2 = 5LCI_{01}^2 \qquad E^2C^2 = 5LCI_{01}^2$$

$$I_{01}^2 = \frac{E^2 C}{5L}$$

$$I_{01} = E\sqrt{\frac{C}{5L}}$$

2) Ответ: $I_{01} = E\sqrt{\frac{C}{5L}}$

Для катушки L_2 можно рассмотреть систему из источника, катушки L_2 и конденсатора.

При этом сначала конденсатор заряжен до напряжения источника

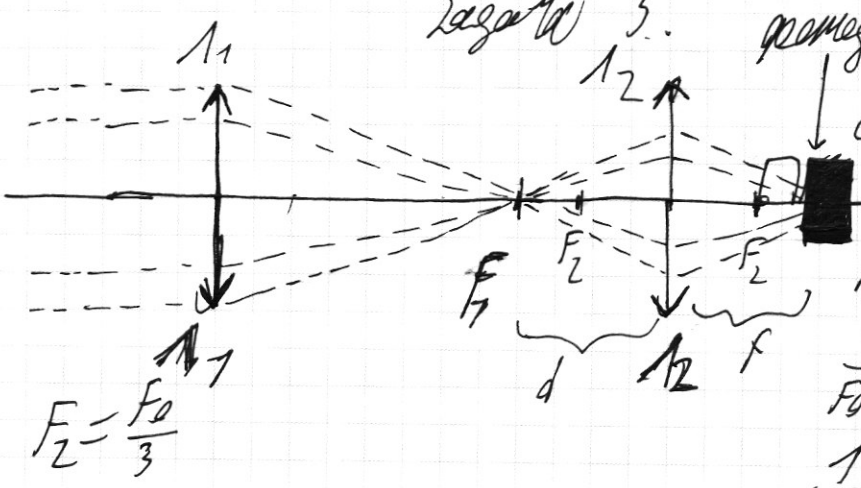
$$E = \frac{q}{C} + 2L\dot{I}$$

Тогда $EQ = \frac{Q^2}{2C} + \frac{2L I_{02}^2}{2}$

$$I_{02}^2 = \frac{E^2 C}{2L}$$

3) Ответ: $I_{02} = E\sqrt{\frac{C}{2L}}$

Задача 5.



$d = 1{,}5F_0 - F_0 = 0{,}5F_0$

$$\frac{1}{F_0/3} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

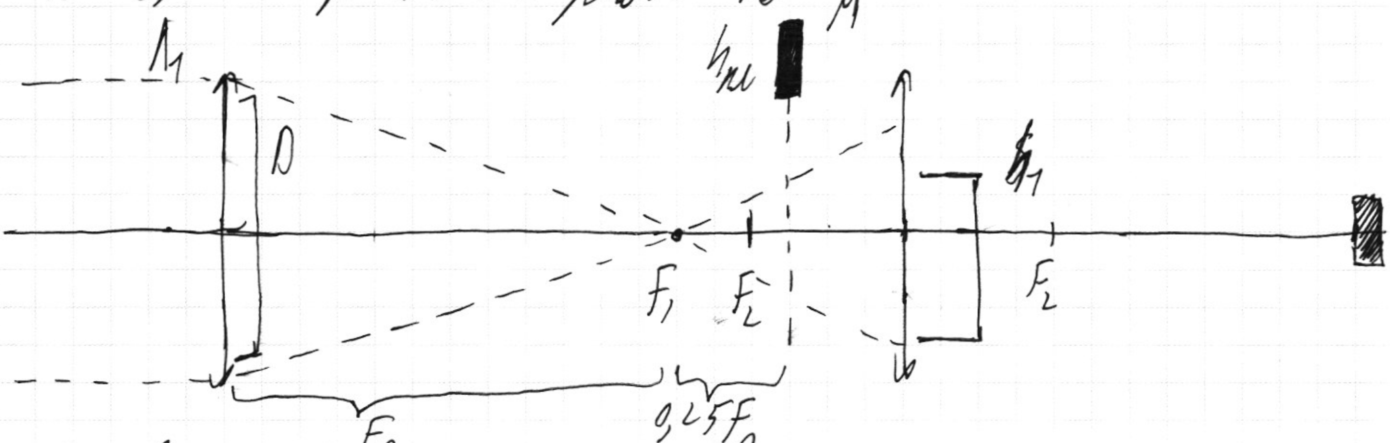
$$\frac{3}{F_0} = \frac{2}{F_0} + \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow f = F_0$$

$F_2 = \frac{F_0}{3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Ответ: расстояние равно F_0



За время τ_0 наблюдалось изменение заслона 1 световой пятна. При этом машина перекрыла не площади $\frac{I_0-I_1}{I_0} = \frac{1}{9}$ пятна, а по высоте соответственно $\frac{1}{3}$

$\frac{h_{м}}{h_1} = \frac{1}{3}$

$\frac{h_1}{0{,}25F_0} = \frac{D}{F_0}$ (из подобных треугольников)

$h_{м} = \frac{1}{3}h_1 = \frac{1}{3}\cdot 0{,}25D = \frac{D}{12}$, $\tau_0 = \frac{h_{м}}{v_{м}}$, $v_{м} = \frac{D}{12\tau_0}$

2) Ответ: скорость машины $\frac{D}{12\tau_0}$

3) $t_1-\tau_0 = \frac{h_1-h_{м}}{v_{м}} = \frac{\frac{2}{3}h_1}{v_{м}} = \frac{\frac{2}{12}D}{\frac{D}{12\tau_0}} = 2\tau_0$

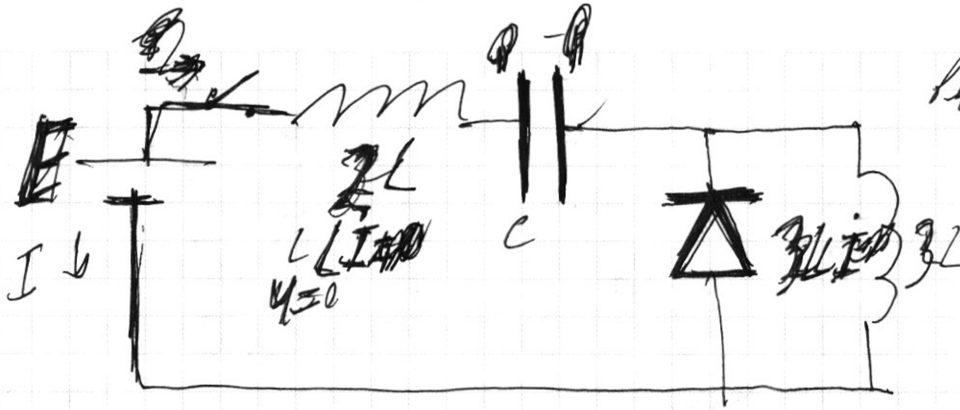
$t_1 = 3\tau_0$

3) Ответ: $3T_0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Максимальная нет: $U_{\max} = 3L\dot I$

$CE = Q$ $\quad E = \frac{Q}{C} + 5L\dot I$

$\dot E = 0 = \frac{\dot Q}{C} + 5L\ddot I$

$I = -5LC\ddot I$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{5LC}}$

$\frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{5LC}}$

$T = 2\pi\sqrt{5LC}$

$Q = CU$

$U^2 = \frac{Q^2}{C^2}$

$\frac{Q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = const$

$\frac{2Q\dot Q}{C} + LI\dot I = 0$

$\frac{Q}{C} + L\ddot Q = 0$

$Q + CL\ddot Q = 0$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{CL}}$

$L\dot I = 0 \Rightarrow U = 0$

$\Delta W = EI =$

$= \left(\frac{Q^2}{2C}\right)'$

$EI = \frac{2Q\dot Q}{2C}, \quad E = \frac{Q}{C}$

$\frac{3LI^2}{2} + \frac{Q^2}{2C} = \frac{3LI^2}{2} + \frac{2LI^2}{2} + \frac{Q^2}{2C} = E$

$= U = EQ = IE = 3LI\dot I + 2LI\dot I + \frac{\dot Q Q}{C}$

$= \frac{Q^2}{C}$

$\dot I = 0$

$IE = \frac{QI}{C}$ $\quad E = \frac{Q}{C}$

Заметим что упругая вариация от абс. неупр. до абс. упруг.

При абс.-упруг $V_1 \cos\alpha + 4 = V_2 \cos\beta - 4$

$24 = (V_2 \cos\beta - V_1 \cos\alpha)$

$4 = \frac{72 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{2} = \frac{24\sqrt{2} - 6\sqrt{5}}{6} = 4\sqrt{2} - \sqrt{5} =$

$4,4$

$1,41 \quad 2,2$

При абс.-неупруг перем. учитываем, когда $V_2 \cos\beta = 4$ $= 9,6 - 2,2 = 7,4$

$4 = 12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 2 \cdot 4\sqrt{2} = 3,6$

В: КД = дин

~~Задача 8.~~

$\frac{6}{2} \cdot 11 \cdot 8,31 = 33 \cdot 8,31$

$8,31 \cdot 33 = 2493 + 2493 = 274,23$

$\frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

$\frac{1}{x!} + \frac{1}{(3x)!} + \frac{1}{(5x)!}$

$\cos\frac{\pi}{8} = 1 - \sin^2\frac{\pi}{8}$

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

$\sin\frac{\pi}{4} = 2 \sin\frac{\pi}{8} \cos\frac{\pi}{8}$

$\frac{\sqrt{2}}{4} = \sin^2\frac{\pi}{8}(1 - \sin^2\frac{\pi}{8})$

$\frac{1}{8} = \sin^2\frac{\pi}{8} \quad x^2$

$x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{2}}}{2} = \frac{1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = 0,5 \pm \frac{\sqrt{2}}{4}$

$\operatorname{tg}\frac{\pi}{8} = \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}}$

$\frac{\sqrt{2}}{4^2} = (1 - \cos^2\frac{\pi}{8}) \cos^2\frac{\pi}{8}$

$\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{8} = \frac{1 - \cos^2\frac{\pi}{8}}{\cos^2\frac{\pi}{8}} = \frac{1}{\cos^2\frac{\pi}{8}} - 1 =$

$\frac{1}{8} = x - x^2$

$= \frac{1}{2 \pm \sqrt{2}} - 1 = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{0,4}{3,4} =$

$x = \frac{1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}$

$= \frac{2}{34} = \frac{1}{17} \approx \frac{1}{16} = 0,25^2$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)