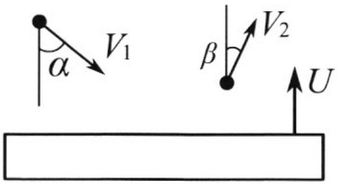
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)



1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 6 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.

1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

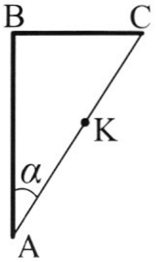
Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu=6/25$ моль. Начальная температура гелия T_1 = 330 К, а неона T_2 = 440 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

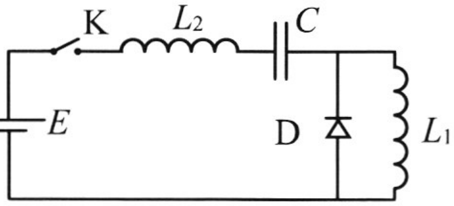
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?



3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.

1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha=\pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1=4\sigma, \sigma_2=\sigma$, соответственно. Угол $\alpha=\pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.



4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями L_1 = 3L, L_2 = 2L, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

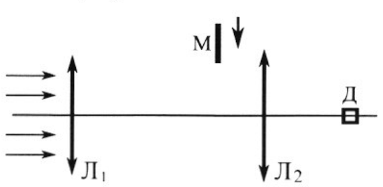
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

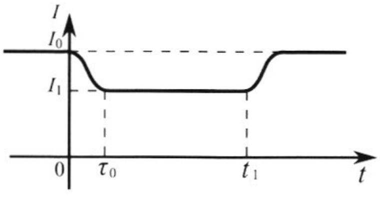
5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами 1,5F_0. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии 5F_0/4 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1=8I_0/9$.

1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

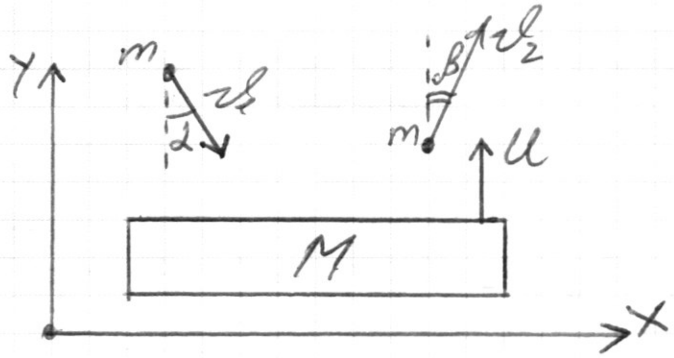
v_2 - ?; u - ?

$v_1 = 6\,\frac{м}{с}$

$\sin\alpha = \frac{2}{3}$

$\sin\beta = \frac{1}{3}$

$M >> m$



в ЛАБ СО:

Рассмотрим систему „m+M", заметим, что внешних сил в проекциях на OX нет. Так как время удара очень мало, то сила тяжести во время удара не учитывается.

Рассмотрим моменты прямо перед и сразу после удара:

OX: $P_x = const = m v_1 \sin\alpha = m v_2 \sin\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 12\,\frac{м}{с}$

Перейдём в СО ПЛИТЫ:

$v_{1y} = -v_1\cos\alpha - u$

$v_{2y} = v_2\cos\beta - u > 0$ – иначе отскок шарика невозможен

$u > 0$

$0 < u < v_2\cos\beta \le v_1\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\sqrt{1-\sin^2\beta} \le 8\sqrt{2}\,\frac{м}{с} \le 11{,}3\,\frac{м}{с}$

Ответ: $v_2 = v_1\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 12\,\frac{м}{с}$; $0 < u < v_1\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\sqrt{1-\sin^2\beta} \le 8\sqrt{2}\,\frac{м}{с} \le$
$\le 11{,}3\,\frac{м}{с}$

№ 2

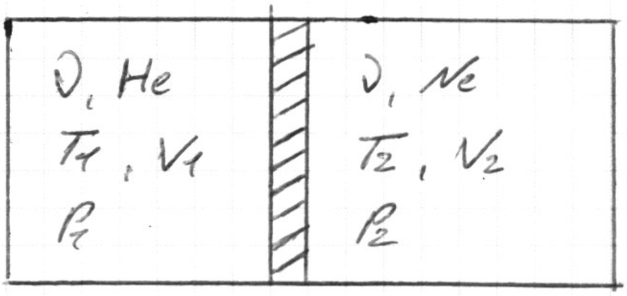
$\frac{V_{10}}{V_{20}}$ - ? ; T_x - ? ; Q_{21} - ?

$\nu = \frac{6}{25}$ моль

$T_1 = 330$ К

$T_2 = 440$ К

$R = 8,31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$



Так как поршень может двигаться без трения, то в любой момент времени $P_1 = P_2 = P_0$

$P_0 V_{10} = \nu R T_1$; $P_0 V_{20} = \nu R T_2$ => $\frac{V_{10}}{V_{20}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$

Так как поршень двигается без трения и сосуд теплоизолирован, то энергия системы „He+Ne" остаётся постоянной.

$U_{10} + U_{20} = U_x \Leftrightarrow \frac{3}{2}\nu R T_1 + \frac{3}{2}\nu R T_2 = \frac{3}{2}\cdot(2\nu) R T_x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow T_x = \frac{T_1+T_2}{2} = 385$ К

$Q_{21} = U_{11} - U_{10}$ - так как система теплоизолирована.

$Q_{21} = \frac{3}{2}\nu R T_x - \frac{3}{2}\nu R T_1 = \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{T_2-T_1}{2}\right) = \frac{3}{4}\nu R(T_2-T_1) =$

$= 164,5$ Дж

Ответ: $\frac{V_{10}}{V_{20}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$; $T_x = \frac{T_1+T_2}{2} = 385$ К ; $Q_{21} = \frac{3}{4}\nu R(T_2 - T_1) =$

$= 164,5$ Дж

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 4

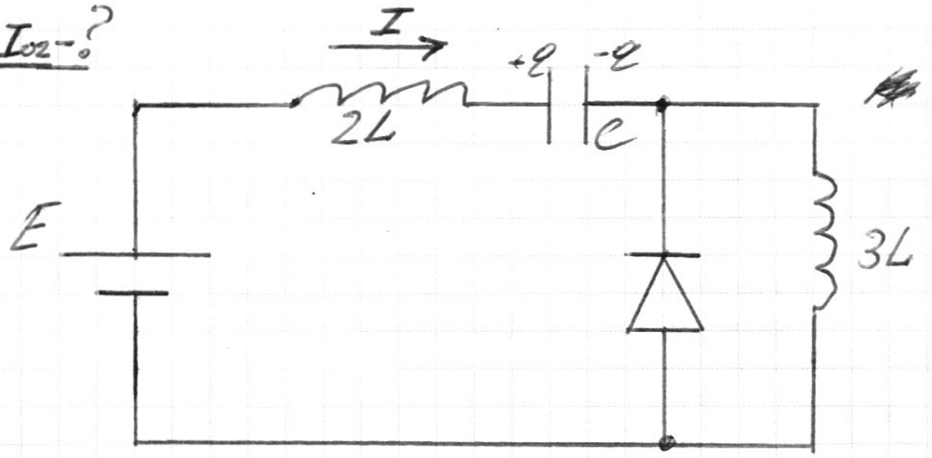
$T - ?;\ I_{01} - ?;\ I_{02} - ?$

E

$L_1 = 3L$

$L_2 = 2L$

C

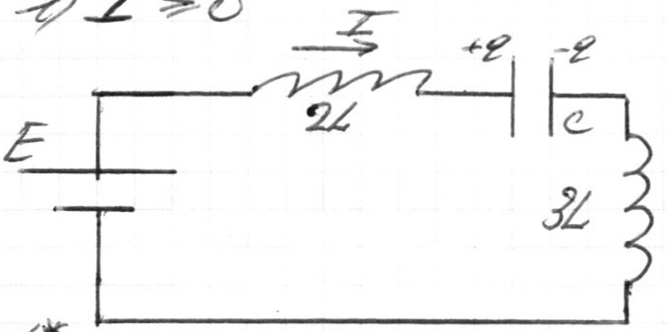


За положительное направление тока возьмём указанное на рисунке.

=> При $I \geq 0$ диод закрыт, при $I \leq 0$ диод открыт.

Заметим, что диод пропускает ток только в одну сторону.

1) $I \geq 0$



$$E = \frac{q}{C} + L^* \frac{dI}{dt} = \frac{q}{C} + L^* \ddot{q}$$

+ продифф. по t

$$0 = \frac{I}{C} + L^* \ddot{I} = \frac{I}{C} + 5L\ddot{I} <=>$$

L^* - эквив. L всей цепи $<=> 0 = \ddot{I} + \frac{I}{5LC} = 0$

$\ddot{I} + \frac{1}{5LC} I = 0$ - уравнение гармонических колебаний

$(\ddot{x} + \omega^2 x = 0)$

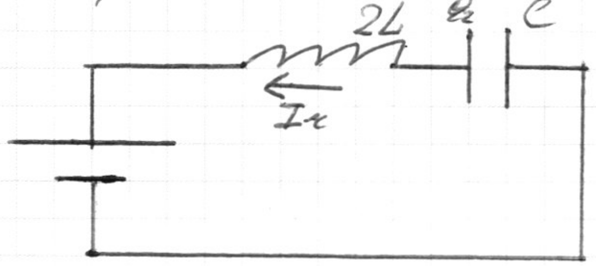
$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1};\ \omega_1^2 = \frac{1}{5LC} => \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{5LC}};\ T_1 = 2\pi\sqrt{5LC}$

I_{m1} - макс. ток при $I \geq 0$: $I \to I_{m1}: \frac{dI}{dt} = 0 => q_1 = CE$

$A_и = \Delta E <=> E \cdot q_1 = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{L^* I_{m1}^2}{2} <=> CE^2 = L^* I_{m1}^2 <=>$

$<=> I_{m1} = \sqrt{\frac{CE^2}{5L}}$

2) $I \leq 0$



Поскольку реальное направление тока сменится, диод откроется и замкнёт L_1 на себя.

$E = \frac{q}{C} + 2L\ddot{q} \Rightarrow 0 = \frac{I_2}{C} + 2L\ddot{I_2}$

$\Leftrightarrow \ddot{I_2} + \frac{1}{2LC} I_2 = 0$ - уравнение гармонических колебаний. вида $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

$\omega_2^2 = \frac{1}{2LC}$; $T_2 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{2LC}$

I_{m2} - макс. ток при $I \leq 0$; $I_2 \to I_{m2}$: $\frac{dI_2}{dt} = 0$

Поскольку данная экв. схема идёт после 1-й, то при переходе от 1-го 2 на C будет заряд.

$I = 0$: $E \cdot q_x = \frac{q_x^2}{2C} \Leftrightarrow q_x = 2CE$ - при переходе от 1-й ко второй на C q_x.

$\frac{dI_2}{dt} = 0$: $q_2 = CE$; $E \cdot (q_x - q_2) = \frac{q_2^2}{2C} + \frac{2L I_{m2}^2}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ ~~I_{m2}~~ $CE^2 = 2L I_{m2}^2 \Leftrightarrow I_{m2} = \sqrt{\frac{CE^2}{2L}}$

3) T, I_{01}, I_{02}

т.к. $I_{m2} > I_{m1}$, то $I_{02} = I_{m2} = \sqrt{\frac{CE^2}{2L}}$

$I_{01} = I_{m1} = \sqrt{\frac{CE^2}{5L}}$

При начале колебаний сначала экв. схемой будет 1), через $\frac{T_1}{2}$ ток снова обнулится и экв. схемой станет вторая, через $\frac{T_2}{2}$ ток снова обнулится и т.д.

$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{5} + \sqrt{2})$

Ответ: $T = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{5} + \sqrt{2})$; $I_{01} = \sqrt{\frac{CE^2}{5L}}$;

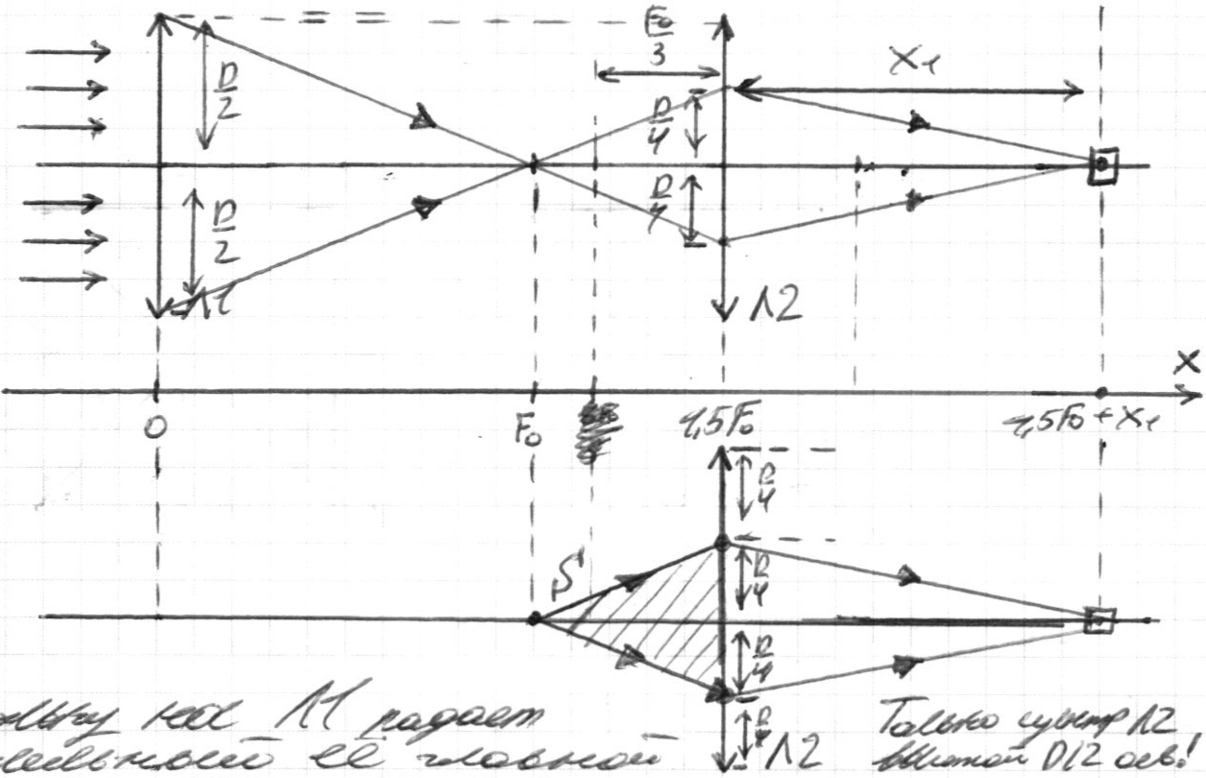
$I_{02} = \sqrt{\frac{CE^2}{2L}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

x_1 - ?; M - ?; t_1 - ?

F_0
D
τ

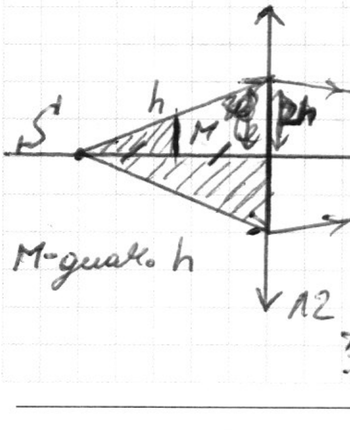


Поскольку на Л1 падает параллельный ее главной оптической оси пучок лучей, то изображением этого пучка будет источник S, светящий на точно такую же часть Л2, как и исходные лучи.

Только центр Л2 шириной D/2 осв!

Из подобия следует, что свет попадает только на половину ~~[illegible]~~ Л2 (см. рис.) выше.

$$① \ \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{2}{F_0} + \frac{1}{x_1} = \frac{3}{F_0} \Leftrightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{1}{F_0} \Leftrightarrow x_1 = F_0.$$



Т.к. $D \ll F_0$, то можно считать что М в любом положении при закрытии линзы закрывает одинаковое кол-во света. (Закрывают от света при полном вх. в нее.)

Из подобия следует, что М закрывает собой 2h высоты линзы при нахождении в пучке h.

$$\frac{\pi D^2}{16} - \pi h^2 = \frac{8}{9} \cdot \frac{\pi D^2}{16} \Leftrightarrow h^2 = \frac{D^2}{9 \cdot 16} \Leftrightarrow h = \frac{D}{12}$$

~~$I = 2S_н$ – ток через [illegible] площади, [illegible]~~

– Поскольку пучок имеет постоянную интенсивность. => $I = 2S_н$ – ток прямо пропорционален площади линзы, которая освещена.

$\tau_0 = \frac{h}{v} = \frac{D}{12v} <=> v = \frac{D}{12\tau_0}$

~~$t = \frac{D}{v} = 12\tau_0$~~ $t_1 = \frac{D}{2v} = 6\tau_0$

Ответ: $x_1 = F_0$; $v = \frac{D}{12\tau_0}$; $t_1 = 6\tau_0$

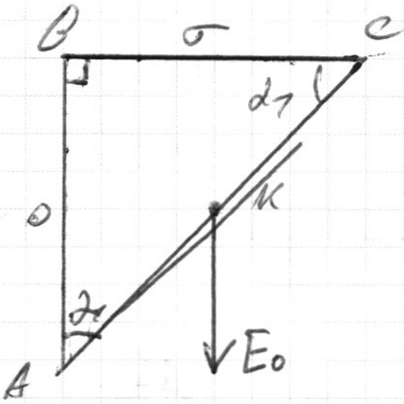
№ 3.

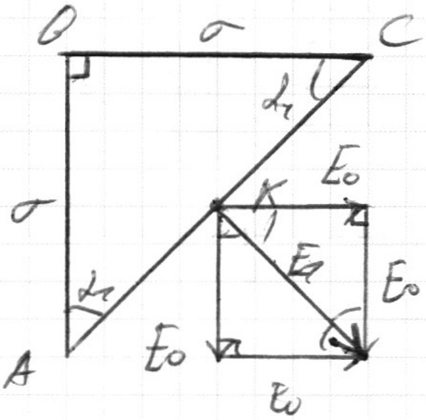
n_1 - ?; E_2 - ?

$\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$

$\alpha_2 = \frac{\pi}{8}$

1)

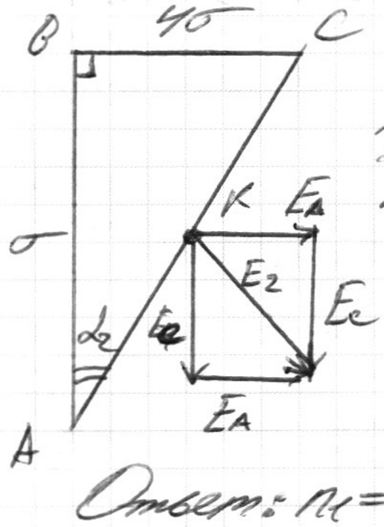




$n_1 = \frac{E_1}{E_0}$; Из соображений симметрии следует, что поле от AB в точке K ровно заряда AB до σ такое же по модулю как и от BC. см. рис.

$E_1 = \sqrt{2} E_0. => n_1 = \sqrt{2}$

2)



Из соображений симметрии точки K и AB, BC следует что E_A и E_C будут иметь направления как на рис. E_A и E_C – поля в точке K от AB и BC соотв.

$\oint E\,dS = \frac{q}{\varepsilon_0} => E_A = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E_C = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$

$E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{1}{4}+4} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{17}$

Ответ: $n_1 = \sqrt{2}$; $E_2 = \frac{\sqrt{17}\sigma}{2\varepsilon_0}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

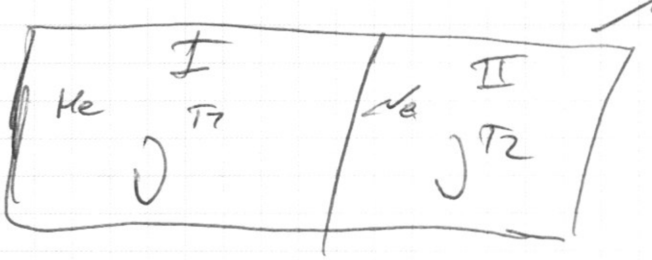
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.



$\nu = \frac{6}{25}$ моль

$T_1 = 330\,K$

$T_2 = 440\,K.$

$$\begin{array}{r} 8{,}31 \\ 99 \\ \hline 7479 \end{array}$$

7479

$p_1 = p_2 = p$

7479
7479
822,69

$U_{10} = \frac{3}{2}\nu R T_1$

$pV_1 = \nu R T_1$

$$\begin{array}{r} 8{,}31 \\ 5 \\ \hline 41{,}55 \end{array}$$

$U_{20} = \frac{3}{2}\nu R T_2$

$pV_2 = \nu R T_2.$ 11,36

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}}$$

53,8.
0

$U_{10} + U_{20} = U_{30}$ 8 + 3~~28~~

8·4 = 32

265

$\frac{3}{2}\nu R(T_1 + T_2) = \frac{3}{2}\cdot\nu R T_x + \frac{3}{2}\nu R T_x = 3\nu R T_x.$

42·8 = 336.

~~350~~

400·2 = 800.

$$\boxed{T_x = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{770}{2} = 385\,K}$$

385·2

164

$$\begin{array}{r} 385 \\ 2 \\ \hline 770 \end{array}$$

~~$U_{20} - U_{10}$~~ 1,47.

$$\begin{array}{r|l} 822{,}69 & 5 \\ 820 & \\ \hline 2{,}69 & 164{,}538 \end{array}$$

$\frac{3}{2}\nu R T_x - \frac{3}{2}\nu R T_1 = \frac{3}{2}\nu R(T_x - T_1) =$

$= \frac{3}{2}\nu R(385 - 330) = \frac{3}{2}\cdot\frac{6}{25}\cdot 8{,}31\cdot 55 =$

1,21.

$= \frac{9}{25}\cdot 8{,}31\cdot 55 = \frac{9\cdot 8{,}31\cdot 11}{5} = \frac{99\cdot 8{,}31}{5} =$

1,41·8

1,42·8

$= \boxed{164{,}5\ Дж.}$

$$\begin{array}{r} 55\cdot\cancel{2}\ \cancel{69} \\ \hline 25 \end{array}$$

~~$\frac{99}{5}\cdot 8{,}31$~~

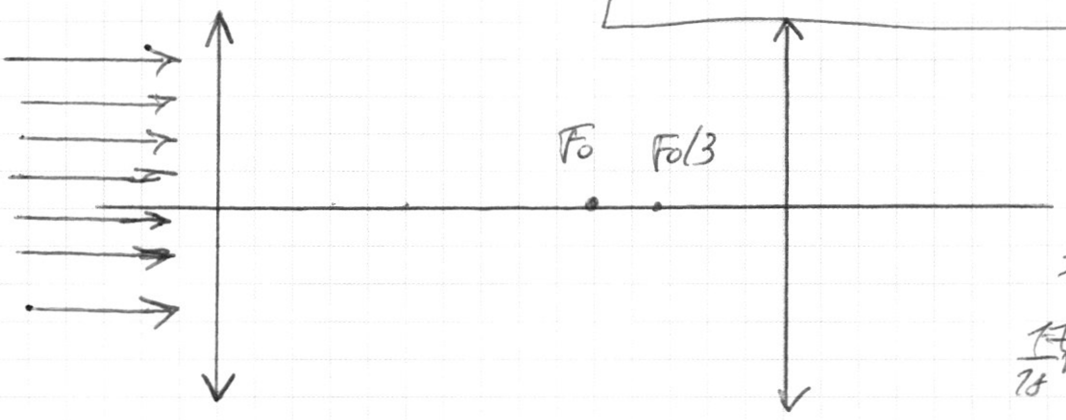
☑ черновик ☐ чистовик

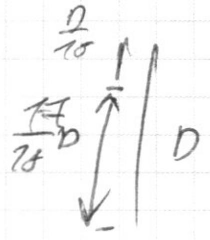
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

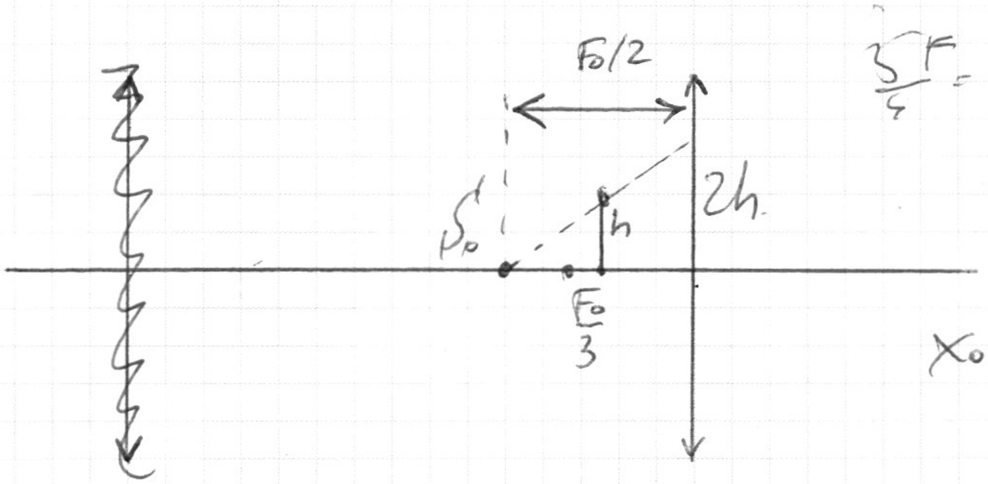
(Нумеровать только чистовики)

$$\boxed{\begin{gathered} x_0 = F_0 \\ \upsilon = \frac{D}{18\tau_0} ;\ \tau = 18\tau_0 \end{gathered}}$$





$\frac{5}{4}F = 1,25$



$x_0 = F_0.$

$\frac{1}{F_0}$ $\frac{2}{F_0} + \frac{1}{f} = \frac{3}{F_0}$ $f = F_0$

$\frac{1}{f} = \frac{3}{F_0} - \frac{2}{F_0} = \frac{1}{F_0}$

$h = \frac{D}{9}$

$\frac{D}{\tau} = 18\tau_0$

$D - 2h = \frac{8}{9}D$

$2h = \frac{D}{9} \Rightarrow h = \frac{D}{18}$

$\boxed{\tau = \frac{D}{\upsilon}}$ ($\tau_0 = \frac{D}{18\upsilon}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

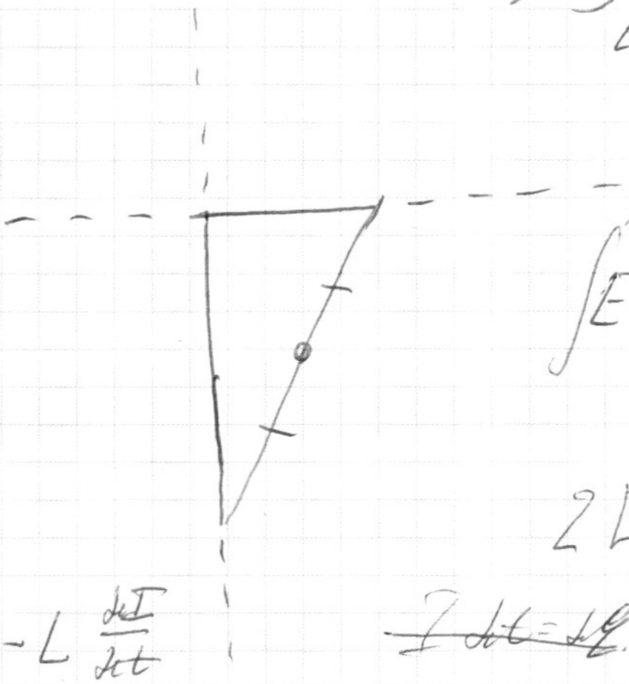
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 $E = \xi_{L_2} + U + \xi_{L_1}.$

$E = -(L_1+L_2)\frac{dI}{dt} + U.$



$\int E \cdot dS = \frac{q}{\varepsilon_0}.$

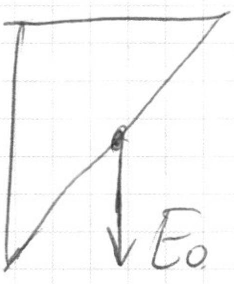
$E - U = -(L_1+L_2)\frac{dI}{dt}.$

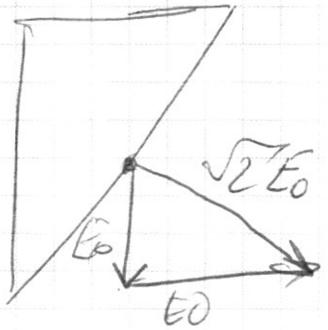
$2E_0\, dx\, \cancel{l} = \frac{\sigma\, \cancel{dx\, l}}{\varepsilon_0}$

$\xi_1 = -L\frac{dI}{dt}.$

~~$I\, dt = dq.$~~

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$



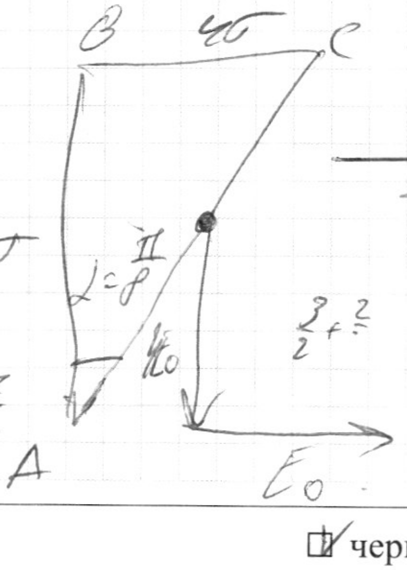


$tg\frac{\pi}{4} = 1.$

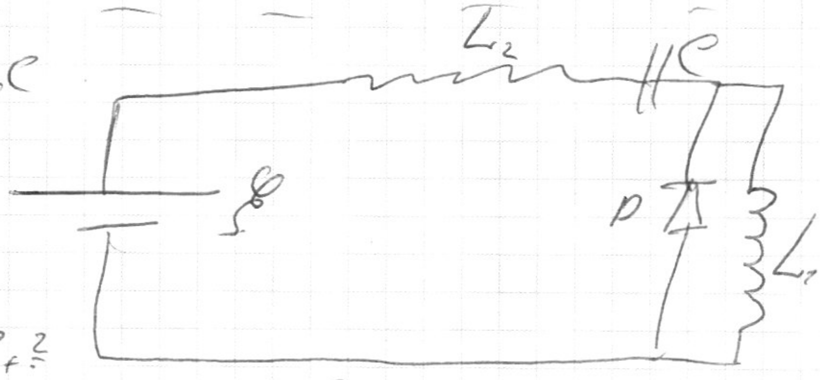
$\boxed{\sqrt{2}}$

$T_1\ \frac{3}{2} - \frac{1}{3}.$ $\frac{7}{6}.$

$\frac{9-2}{6}.$



$\frac{3}{2} + \frac{2}{}$



$U = \frac{q}{C} = E.$ $\frac{3}{2} - \frac{2}{3}$ $\frac{9-4}{6}.$ $\frac{4}{3}$

$q = CE.$ $\frac{5}{6}E_0.$ $\frac{q}{6}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

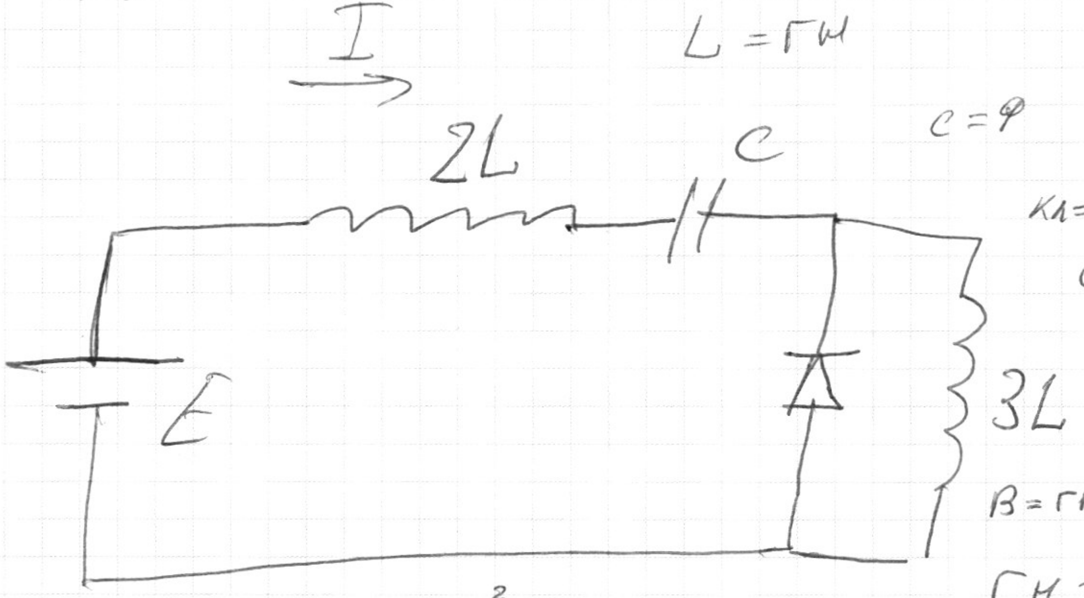
№4.

~~Ф~~ $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{5LC}$

$\omega_1^2 = \frac{1}{5LC}$

$T_2 = 2\pi\sqrt{2LC}$

L = Гн



C = Ф

Кл = Ф·В

$Ф = \frac{Кл}{В}$

$В = Гн\,\frac{А}{с}$

$Гн = \frac{В\cdot с}{А}$

$Гн\cdot Ф = \frac{Кл}{В}\cdot\frac{В\cdot с}{А} = \frac{А\cdot с^2}{А} = с^2$

~~ЕО~~ $E = \frac{q}{C}\theta - (5L)\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C} - 5L\frac{dI}{dt}$

$I = \dot q$

$$\boxed{\begin{matrix} q = CE \\ E\cdot q = \frac{q^2}{2C} + \frac{5LI_m^2}{2} \end{matrix}}$$

~~$E = \frac{q}{C} + 5L\ddot q$~~

$E = \frac{q}{C} + 5L\ddot q$; $\dot q > 0$.

$E = \frac{q}{C} + 2L\ddot q$; $\dot q < 0$.

~~00~~ $0 = \frac{\dot q}{C} + 5L\dddot q$; $\dot q > 0$

$0 = \frac{\dot q}{C} + 2L\ddot q$; $\dot q < 0$. $E = \frac{q}{C}$ $q = CE$.

$\dot I = 0$.

$0 = \frac{I}{C} + 5L\ddot I$; $I > 0$ / $0 = \frac{I}{C} + 2L\ddot I$; $I < 0$.

$0 = \frac{I}{5LC} + \ddot I$

$I > 0$.

$0 = \frac{I}{2LC} + \ddot I$

$I < 0$.

$\frac{dI}{dt} = 0$.

I → max.

№1

$v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$

$M >> m$.

ОУ:

$p = -v_2 \cos\beta + u - (v_1 \cos\alpha + u)$

$= m(-v_2 \cos\beta + v_1 \cos\alpha) = M\Delta u$.

$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 6 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 12 \frac{м}{с}$

~~$u - v_2 \cos\beta \geq 0$~~

~~$u \geq v_2$~~ $v_2 \cos\beta - u \geq 0$.

$v_2 \cos\beta \geq u$.

$\sin\beta = \frac{1}{3}$

$\cos\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\boxed{u \leq 8\sqrt{2} \frac{м}{с}}$

$\boxed{v_2 = 12 \frac{м}{с}}$

$\boxed{u \leq v_1 \frac{\sin\alpha}{\tg\beta}}$

№4

$I=0.$ $\frac{dI}{dt}=\dot{I}$ $\dot{I} \to max$

$\ddot{I}=0.$ $\ddot{q} \to max$

$\frac{CE^2}{2}=\frac{5LI_{01}^2}{2}$

$q=0$

$\boxed{I_{01}=\sqrt{\frac{CE^2}{5L}}}$

$E\cdot q_{m1}=\frac{q_{m1}^2}{2C}$ $q_{m1}=2CE.$

$\frac{dI}{dt}=0$ $E=\frac{q}{C}$; $q_2=\underline{CE}.$

$E\cdot(q_{m1}-q_2)=\frac{q_2^2}{2C}+\frac{2LI_{02}^2}{2}$ $6\div$ $2\cdot\sqrt{1-\frac{1}{3}}$

$E\cdot CE=\frac{CE^2}{2C}+LI_{02}^2$ $4\cdot 2\sqrt{2}$

$\frac{CE^2}{2L}=I_{02}^2$; $\boxed{I_{02}=\sqrt{\frac{CE^2}{2L}}}$ $8\sqrt{2}$

$\boxed{T=\frac{1}{2}(T_1+T_2)=\pi(\sqrt{5LC}+\sqrt{2LC})}$

$I_{01}=$