

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

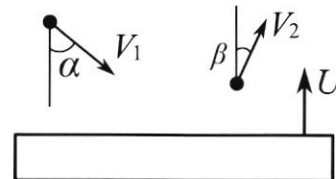
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.

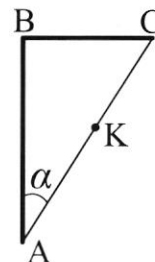


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

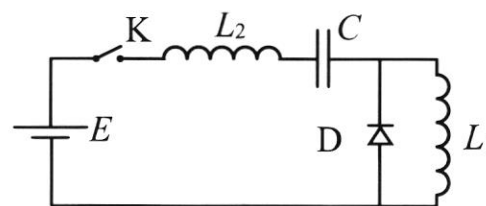
- 1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



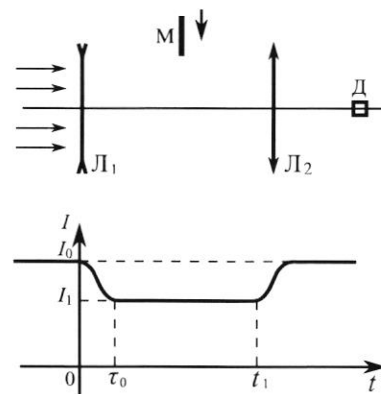
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$

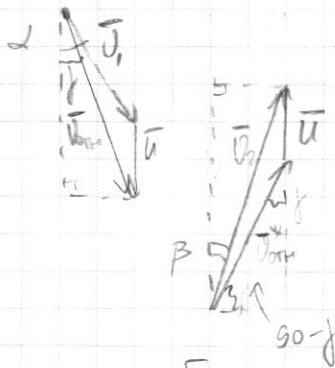


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
 - 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .
- Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) Так как шипа массивная, то её скорость практически не изменил. из-за удара

2) Перейдём в СО шипов. По 3-му слогу. скоростью скорости шарики отн. шипов можно будет найти из Δ скоростей.



3) Из Δ видно: $u \sin \alpha = v \sin \beta$ $v \cos \beta = v_1 \cos \alpha + u$
 $v \cos \gamma = v_2 \sin \beta$, $v \cos \gamma + u = v_2 \cos \beta$

Так как шипа не оказывает воздействия на шарик на ось, \perp её скорости, то $u \sin \alpha = v_2 \sin \beta$

$$v_2 = \frac{u \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{4 \cdot 2.5}{3 \cdot 3} = \boxed{20 \text{ м/с}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\cos \beta = \frac{4}{5}$$

$$4) \sin \gamma = \frac{u \sin \alpha}{v_{\text{ш}}} \Rightarrow u = v_{\text{ш}} \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} - v_1 \cos \alpha$$

$$\sin \gamma = \frac{v \sin \beta}{v_{\text{ш}}} \Rightarrow u = v_1 \cos \beta - v_{\text{ш}} \sqrt{1 - \sin^2 \gamma}$$

~~$$u = u: \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} / (v_{\text{ш}} + v_{\text{ш}}^*) = v_1 \cos \beta + v_1 \cos \alpha$$~~

~~$$u = \frac{v_{\text{ш}} \sqrt{v_{\text{ш}}^2 - (u \sin \alpha)^2}}{v_{\text{ш}}^2} - v_1 \cos \alpha = \sqrt{v_{\text{ш}}^2 - (u \sin \alpha)^2} - v_1 \cos \alpha$$~~

~~$$u = v_1 \cos \beta - v_{\text{ш}} \sqrt{\frac{v_{\text{ш}}^2 - (v_1 \sin \beta)^2}{v_{\text{ш}}^2}} = v_1 \cos \beta - \sqrt{v_{\text{ш}}^2 - (v_1 \sin \beta)^2}$$~~

$$4) \cos \gamma = \frac{v_1 \cos \alpha + u}{v_{\text{ш}}} ; \frac{v_{\text{ш}}}{v_{\text{ш}}} (v_1 \cos \alpha + u) + u = v_1 \cos \beta \quad (\text{из п. 3})$$

Пусть $\frac{v_{\text{ш}}}{v_{\text{ш}}} = k$, $k \in (0; 1)$, т.к. из-за неупругости удара теряется

энергия. Тогда $k v_1 \cos \alpha + k u + u = v_1 \cos \beta$

$$u(k+1) = v_1 \cos \beta - k v_1 \cos \alpha, \text{ т.е. } u = \frac{v_1 \cos \beta - k v_1 \cos \alpha}{k+1}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{5}{9} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{3}{2} U R dT + P dV = dQ \Rightarrow$$

$$P dV = U R dT$$

$$P(V \times dV) = U R dT$$

$$P dV = U R dT = \frac{5}{2} U R dT \Rightarrow \frac{5}{2} U R dT = Q$$

$$\begin{array}{r} x \cdot 31 \\ \underline{60} \\ 49860 \end{array}$$

$$\frac{P_n}{2} + \frac{P_n}{2} - P_{n1} - P_n - P_{n2} = \frac{3}{2} P_n$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2690}{460 \cdot 6} = \frac{2}{7}$$

$$x^2 = \frac{4}{45} x^2 = x^2 \cdot \frac{53}{45}$$

Для нахождения экстремумов скорости возьмем производную и приравняем её к нулю: $u' = u'(k) = \frac{(u_1 \cos \alpha)(k+1) - (u_1 \cos \beta - k u_1 \cos \alpha)}{(k+1)^2} = 0$.

т.к. $(k+1)^2 \neq 0 \forall k$, то

$$-(u_1 \cos \alpha)(k+1) = u_1 \cos \beta - k u_1 \cos \alpha$$

$$-k u_1 \cos \alpha - u_1 \cos \alpha = u_1 \cos \beta - k u_1 \cos \alpha, \quad \cancel{-k u_1 \cos \alpha}$$

Видно, что нет таких k в промежутке $(0; 1)$, при которых $u'(k) = 0$. Тогда ~~экстремумы~~ экстремумы (минимумы и максимумы) функции достигаются на краях промежутка. Найдем их

$$k=0: \frac{u_1 \cos \beta - 0}{1} = u_1 \cos \beta = \frac{20 \cdot u}{3} = 16 \text{ м/с}$$

$$k=1: \frac{u_1 \cos \beta - u_1 \cos \alpha}{2} = \frac{16 - \frac{10\sqrt{5}}{3}}{2} = 8 - 3\sqrt{5} \text{ м/с} (\approx 1,75 \text{ м/с})$$

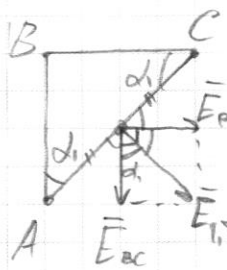
Итого $u \in (8 - 3\sqrt{5}; 16)$

Ответ: 1) 20 м/с

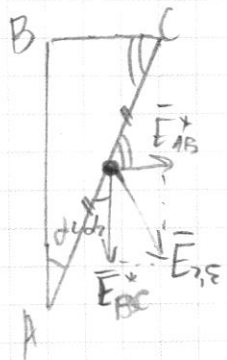
2) $(8 - 3\sqrt{5}; 16)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Пусть в первом случае под пл-ю заряды в первой плоскости равны $6 \cdot 10^{-8}$ В (с)к будет создана напряжённость $\frac{60}{\epsilon_0} = \frac{E_{BC}}{\epsilon_0}$. После выключения пл-ти поле от второй плоскости в (с)к напряжённость точки не, $\frac{60}{\epsilon_0} = \frac{E_{AB} + E_{BC}}{\epsilon_0}$. Если $\angle BAC = \alpha, \alpha = \frac{\pi}{4}$, то $\angle ABC = \frac{\pi}{2} - \alpha, = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$



(из геометрии)
2) Суммарная напря. находится по принципу суперпозиции
 $E_{1\Sigma} = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AC} \Rightarrow E_{1\Sigma} = E_{BC} \sqrt{2}, i.e. \frac{E_{1\Sigma}}{E_{BC}} = \frac{E_{BC} \sqrt{2}}{E_{BC}} = \sqrt{2}$



3) Аналогично $E_{2\Sigma} = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}, i.e.$
 $E_{2\Sigma} = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \sqrt{\left(\frac{6}{\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{26}{4\epsilon_0}\right)^2} = \sqrt{\frac{6^2}{\epsilon_0^2} \left(1 + \frac{4}{49}\right)} = \frac{6}{\epsilon_0} \frac{\sqrt{53}}{7}$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$
2) $\frac{\sqrt{53}}{7} \frac{6}{\epsilon_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2

V_1, T_1	V_2, T_2
V_1, A_{11}	V_2, A_{21}

1) Как только газы ввели в поршень, ^{запишем} ~~они~~
уравнения состояния газов.
~~уже не условия взаимодействия со поршнем,~~
~~если газы.~~
поскольку их объёмы равны ~~уравн.~~ ~~легко~~ ~~крит.~~

$$\left. \begin{aligned} P_0 V_1 &= \nu R T_1 \\ P_0 V_2 &= \nu R T_2 \end{aligned} \right\} \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{370}{400} = \frac{4}{5} = 0,8$$

~~Ур. сост. газов после теплообмена:~~

~~$PV_1 = \nu R(T_1 + T_2)$~~ Сосуд теплоизолирован, трения нет \Rightarrow тепло, отданное
критичкой или жевого уйдёт наружу, а $A_{11} = -A_{21}$. Тогда закон сохранения
энергии для системы ^{газов} (из первого начала ТД):

$$0 = A_{11} + A_{21} + \Delta U_{11} + \Delta U_{21} \quad \text{или} \quad 0 = \Delta U_{11} + \Delta U_{21}$$

$$0 = \frac{3}{2} \nu R T_1 - \frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_1 - \frac{3}{2} \nu R T_2, \quad \text{То е.} \quad \frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2 = \frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2$$

$$T_1 = T_2 = T \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{370 + 400}{2} = 160 + 200 = \boxed{360 \text{ K}}$$

3) Если в конце равны температура и объёмы газов (поршень в
конце неподвижен), то равны и их объёмы, т.е. они ведут себя
порвну.

4) Для любого бесконечно малого процесса ^{в этих условиях} ~~$P = const$~~ ~~и для процесса~~ для критички:

$$\delta Q = P dV + \nu R dT \quad (T \text{ — начало преобразования)} \Rightarrow \delta Q = \nu R dT$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Из ур-ий состояния газов:} \quad PV &= \nu R T \\ P(V + dV) &= \nu R (T + dT) \end{aligned} \right\} P dV = \nu R dT \Rightarrow \delta Q = \nu R dT$$

$$\text{Тогда для всего процесса} \quad Q = \int \nu R dT = \frac{3}{2} \cdot 3 \cdot R \cdot 40 = \frac{3 \cdot 3 \cdot R \cdot 40}{2 \cdot 2} = 60 R =$$

$$= \boxed{498,60 \text{ Дж}}$$

Ответ: 1) $4/5$
2) 360 K
3) 498,6 Дж

kx^2

$$\sqrt{x^2 - 100} - \frac{18\sqrt{5}}{3} = \sqrt{x^2 - 100} + \sqrt{y^2 - 100} = 18 + 6\sqrt{5}$$

$$\delta + \frac{3}{4} = \frac{2A}{4}$$

$$-\sqrt{y^2 - 100} + 16 = \sqrt{x^2 - 100} - \sqrt{k^2 x^2 - 100} = 16 + 6\sqrt{5}$$

$$2,25 \Rightarrow 6,75 =$$

$$k u_1 \cos \alpha + k u + u = u_2 \cos \beta \Rightarrow u_2 \cos \beta - k u_1 \cos \alpha = u(k+1)$$

$$\frac{18\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{16}{1} = 16; \quad \frac{16 - 6\sqrt{5}}{2} = 8 - 3\sqrt{5} = 1,5$$

$$u = \frac{u_2 \cos \beta - k u_1 \cos \alpha}{k+1} = \frac{16 - k \cdot 6\sqrt{5}}{k+1}$$

$$\frac{16 - 6\sqrt{5}}{k+1} = \frac{16 - k \cdot 6\sqrt{5}}{k+1} \Rightarrow \frac{16 - 6\sqrt{5}}{k+1} = \frac{16 - k \cdot 6\sqrt{5}}{k+1} = 0$$

$$16 + k \cdot 6\sqrt{5} = (k+1) \cdot 6\sqrt{5}$$

$$16 + k \cdot 6\sqrt{5} = k \cdot 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5} \Rightarrow 2k \cdot 6\sqrt{5} = -16 - 6\sqrt{5}$$

$$k = \frac{-16 - 6\sqrt{5}}{12\sqrt{5}} = -\frac{4}{3\sqrt{5}} - \frac{1}{2} = -\frac{4}{6,75} - 0,5 = -\frac{16}{27} - \frac{1}{2} = \frac{-43 - 16}{54} = -\frac{59}{54}$$

$$\begin{array}{r} 48,31 \\ \times 60 \\ \hline 289,80 \end{array} \quad 48,6$$

$$I_{01} = C(\varepsilon - U_2)' \Rightarrow (\varepsilon - U_2)' = I_{01} C = d$$

$$q_0 \cdot C = \varepsilon - U_2 = C(\varepsilon - U_2)$$

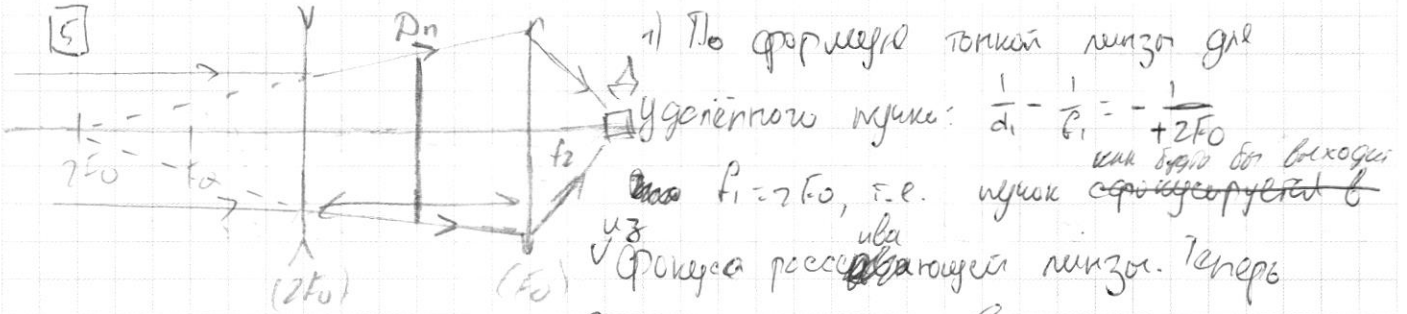
$$C = 1$$

$$\varepsilon U_2 + U_0 C = \varepsilon \quad L d I_{01} + \frac{q_0}{C} = 0$$

$$U_2' + U_0' = 0 \quad I = C U'$$

$$L \frac{dI_{01}}{dt} + \frac{I_{01}}{C} = 0 \quad \text{Принем } -C U' = 0$$

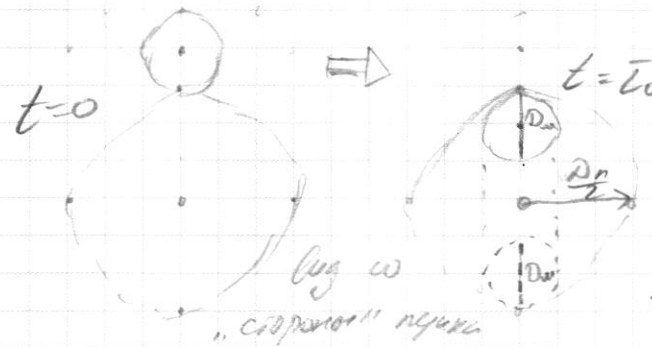
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Для точки свет изображенным где будет линза
 $d_2 = F_1 + 2F_0 = 4F_0 \Rightarrow \frac{1}{d_2} + \frac{1}{F_2} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow F_2 = \frac{F_0 d_2}{d_2 - F_0} = \frac{F_0 \cdot 4F_0}{3F_0} = \frac{4}{3} F_0$
По условию свет фокусируется в фокусе линзы $\Rightarrow F_2$ и если
великие расстояния

2) ~~Можно найти диаметр обр. крив-ли. площади подогретого мниме. Если~~
 ~~$I_t = \frac{7}{16} I_0, \text{ то } \frac{D_{ob}}{D} = \left(\frac{R_{ob}}{R}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 = \sqrt{\frac{I_t}{I_0}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$~~

3) В самый начальный момент ($t=0$) миме "касается" кривой
точкой проекции линзы на пл-ть, \perp пучку света, а в момент
 t_0 миме уже полностью закрывается чаше пучка. ~~Вот как~~ это вы-
глядит в натур. и от. касание! ~~Найдём диаметр мниме из условия~~

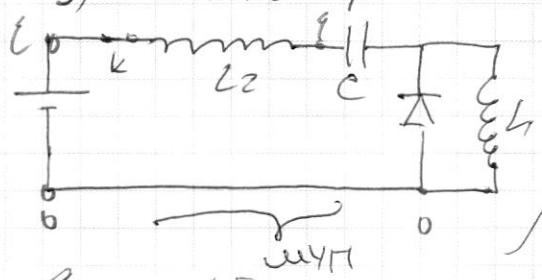


4) Найдём диаметр мниме (D_n)
(от. рас. выск) $D_n = \frac{2F_0 + F_0}{2F_0 + 2F_0} = \frac{3}{4}$
из подобия $\frac{D_n}{D} = \frac{2F_0 + F_0}{2F_0 + 2F_0} = \frac{3}{4}$
Тогда $\frac{S_n}{S_n} = \left(\frac{D_n}{D}\right)^2 = \frac{9}{16}$

крив-ли. площади подогретого мниме, поэтому $\frac{2D_n}{D_n}$ (ди- диаметр
миме) $\frac{D_n}{D_n} = \left(\frac{S_n}{S_n}\right)^2 = \left(\frac{9}{16}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

6) Из анализа рисунка следует ~~что~~ $v t_0 = D_n$ (v - это
скорость) $v = \frac{D_n}{t_0} = \frac{3 D_n}{4 t_0} = \frac{3 D}{16 t_0}$

3) Трансформатор при $I_{02} = 0$



$$U_{C2} + U_L = \mathcal{E}$$

$$U_{C1} + U_L = 0, \text{ i.e. } \frac{I_{02}}{C} + L \frac{dI_{02}}{dt} = 0$$

$$\int \frac{I_{02} dt}{C} + \int L dI_{02} = 0 \text{ (от начала и до } I_{02})$$

$$\frac{I_{02}}{C} + L I_{02} = 0, \text{ i.e. } U_{C2} + L I_{02} = 0, \text{ i.e. } U_{C1} = -L I_{02}$$

$$3C3: A = W_{02} - W_0, \text{ i.e. } -\mathcal{E} C I_{02} = \frac{C(L_1 I_{02})^2}{2} + \frac{(L_1 + L_2) I_{02}^2}{2}$$

$$I_{02} \neq 0: -10 \mathcal{E} C = C 25 L^2 I_{02} + 9 L I_{02} = L I_{02} (25 C L + 9)$$

$$I_{02} = -\frac{10 \mathcal{E} C}{25 C L + 9} \Rightarrow I_{02} = \left| \frac{10 \mathcal{E} C}{25 C L + 9} \right| = 1 \text{ A}$$

- Ответ:
- 1) $6 \pi \sqrt{LC}$
 - 2) $\frac{9 C \mathcal{E}}{9 + 16 C L}$
 - 3) $\frac{10 C \mathcal{E}}{25 C L + 9}$

4) В первом от то до t_1 шарик полностью ~~не~~ замедлен
 (замедлился) часть пути от рисунку видно, что за это время
 шарик провинулся v на $\frac{D}{7}$ ~~(или $\frac{D}{7}$)~~ $(\frac{D}{7} - D_u) + \frac{D}{7} =$
 $= D_n - D_u = D_n - \frac{\sqrt{2}}{4} D_n = D_n \left(\frac{4 - \sqrt{2}}{4} \right) = \frac{3(4 - \sqrt{2})}{4} D_n - \frac{3}{4} D_n = \frac{D_n}{4} = \left(\frac{3}{16} D \right)$

И это расстояние равно $v(t_1 - t_0)$
 Откуда $t_1 - t_0 = \frac{3(4 - \sqrt{2})}{16v} D$, $t_1 = t_0 + \frac{3(4 - \sqrt{2}) D \cdot 16 t_0}{16 \cdot 3 \sqrt{2} D} =$
 $= \frac{3(4 - \sqrt{2})}{3 \sqrt{2}} t_0 = \left(\frac{4}{\sqrt{2}} - 1 \right) t_0$

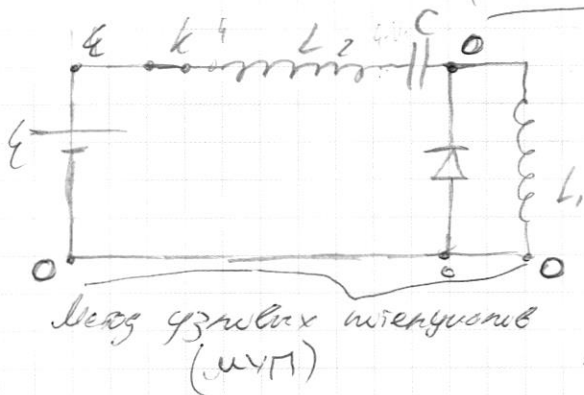
И это расстояние равно $v(t_1 - t_0)$, т.е. $t_1 - t_0 = \frac{3D}{16v}$
 $t_1 = t_0 + \frac{3D}{16v} = t_0 + \frac{3D \cdot 16 t_0}{16 \cdot 9D} = t_0 + \frac{t_0}{3} = \frac{4}{3} t_0$

- Ответ:
- 1) $\frac{4}{3} t_0$
 - 2) $\frac{9D}{16t_0}$
 - 3) $\frac{4}{3} t_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) 1) Период колебаний найдем из формулы Томсона: $T = 2\pi\sqrt{L_2 C}$
где L_2 и C - эквивалентные элементы конденсаторов и катушек
 L_1 и L_2 соединены последовательно, поэтому $L_2 = L_1 + L_2 = 9L$

Итого $T = 2\pi\sqrt{9LC} = \boxed{6\pi\sqrt{LC}}$



Между узлами питания
(мчп)

2) Для удобства введем $\mathcal{E} = E$. Если ток
 I_0 максимален, то $U_C = 0$ ($U_1 = L_1 I_1'$)
Тогда такой же ток течёт и
через катушку L_2 (они соединены
последовательно), а заряд в кап. движется
тока по часовой стрелке закрыт).

3) В этот момент $U_2 + U_C = \mathcal{E}$ (см. рисунок)

$$U_2' + U_C' = 0, \text{ т.е. } L_2 \frac{dI_2}{dt} + \frac{I_C}{C} = 0, \text{ т.е. } L_2 dI_2 + \frac{I_C dt}{C} = 0$$

От начала до момента с I_0 : $L_2 \int dI_2 + \frac{1}{C} \int I_C dt = 0$

$$L_2 I_2 + \frac{q_C}{C} = 0, \text{ т.е. } L_2 I_0 + U_C = 0 \Rightarrow U_C = -L_2 I_0 = -4L I_0$$

4) ВЗЗЭ: $A = W_{01} - W_0 + Q$

$$- \mathcal{E} C L_2 I_0 = \frac{(L_1 + L_2) I_0^2}{2} + \frac{C (L_2 I_0)^2}{2} = 0 + 0$$

(производное не нужно не выводится)

$I_0 = 0$ - произвольной времени: $\mathcal{E} C L_2 = 9L I_0 + C$

$$- \mathcal{E} C L = 9L I_0 + C L I_0^2 = I_0 L (9 + 16C L)$$

$$I_0 = - \frac{\mathcal{E} C}{9 + 16C L}$$

То есть амплитудной ток (а он макс. максимум) будет

$$I_0 = \boxed{\frac{\mathcal{E} C}{9 + 16C L}} = |I_0|, \text{ т.к. при экстремальных колебаниях амплитуды тока } \text{«вниз и вверх» равны}$$