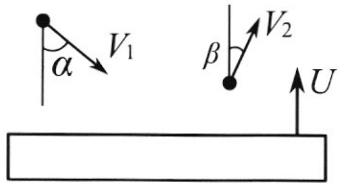
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)



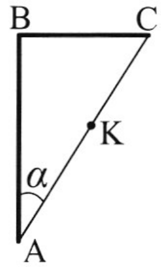
1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \frac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \frac{1}{2}\right)$ с вертикалью.

1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

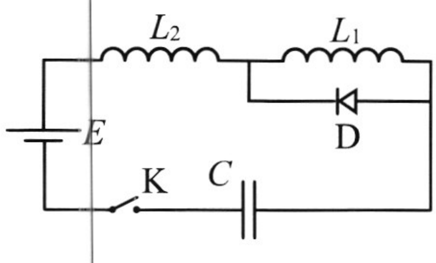
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?



3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.

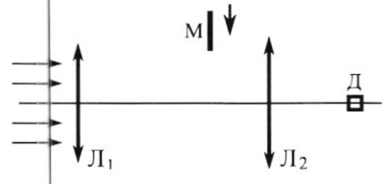
1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

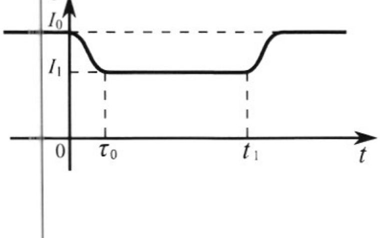


4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

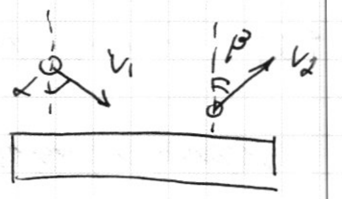
Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

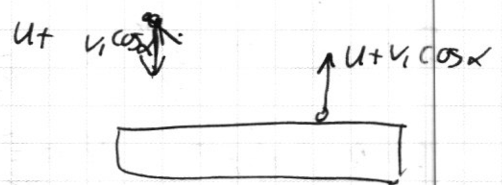
ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

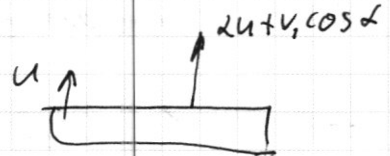
Задача 1



1. Перейдем в С.О плиты и запишем проекции скорости на перпендикулярное ей направление в случае упругого столкновения.



АСО:



$v_2 \cos\beta = 2u + v_1\cos\alpha$

Из ЗСИ: $v_1\sin\alpha = v_2\sin\beta$ т.к. пов-сть гладкая и иных сил не действует

$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = v_1\cdot\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}v_1 = 12\ \frac{м}{с}$ 1. Ответ: $v_2 = 12\ \frac{м}{с}$

Т.к. столкновение неупругое, то часть энергии потеряется:

$\Rightarrow\quad v_2\cos\beta < 2u + v_1\cos\alpha$

$u > \frac{v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha}{2} = \frac{12}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - 8\cdot\frac{\sqrt{7}}{8} = 3\sqrt{3}-\sqrt{7}$

$u > 3\sqrt{3}-\sqrt{7}$ (чтобы шарик отскочил)

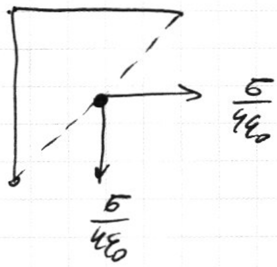
$u < v_2\cos\beta \qquad u < 12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$

$6\sqrt{3} > u > 3\sqrt{3}-\sqrt{7}$

2. Ответ: $6\sqrt{3} > u > 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$

Задача 3

1. Перпендикулярная составляющая напряженности от пластины будет:



$E_\perp = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma\Omega$ т.к. К посередине, то

будет только перпендикулярная составляющая напряженности

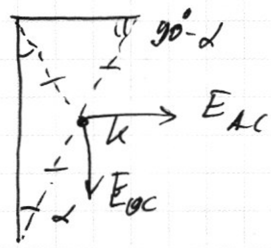
От BC $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma\frac{4\pi}{4} = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$

От AC также будет $E = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$

Тогда суммарно будет $\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ 1. Ответ: Увеличится в $\sqrt{2}$ раз $\approx 1,4$

2. BC видна под телесным углом:



$\frac{BC}{AB+\cancel{BC}}\cdot 4\pi = \frac{1}{\frac{1}{tg\alpha}+1}4\pi = \frac{tg\alpha}{tg\alpha+1}4\pi$

AC видна под углом:

$\frac{AB}{AB+BC}\cdot 4\pi = \frac{1}{1+tg\alpha}4\pi$

$E_{BC} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}2\sigma\cdot\frac{tg\alpha}{tg\alpha+1}4\pi$ $\qquad E_{AC} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma\frac{1}{tg\alpha+1}4\pi$

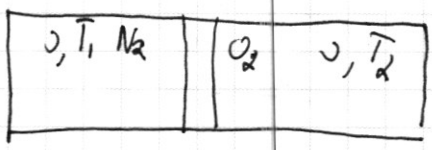
$E_{общ} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{\sqrt{4tg^2\alpha+1}}{tg\alpha+1}$

2. Ответ: $E_{общ} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{\sqrt{4tg^2\frac{\pi}{7}+1}}{tg\frac{\pi}{7}+1}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

~~Из рав~~ Из равенства давлений в начале:



$PV_{N_2} = \nu R T_1$

$PV_{O_2} = \nu R T_2$

1. $\dfrac{V_{N_2}}{V_{O_2}} = \dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{3}{5}$ 1. Ответ: $\dfrac{3}{5}$

Т.к. оба газа совершают одинаковую по модулю, но разную по знаку работу по передвижению поршня. И получают/отдают одинаковое по модулю кол-во теплоты

$\Delta U_{N_2} = -\Delta U_{O_2}$

$c_V \nu (T_2 - T_0) = c_V \nu (T_0 - T_1)$

$T_2 - T_0 = T_0 - T_1$

2. $T_0 = \dfrac{T_2 + T_1}{2} = 400\,K$ 2. Ответ: 400 K

$\cancel{3.\ c_V \nu (T_{N_2} - T_1) + \delta A = \delta Q}$

$\cancel{c_V \nu (T_{O_2} - T_2) + \delta A = \delta Q}$

$\cancel{c_V \nu (}$

$PV = \nu RT$

PV

$\cancel{V_2 V_1 = V}$

$P = \frac{\nu RT}{V}$

$\cancel{P_1 = T}$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

$T_1 - T_{10} = T_{20} - T_2$

$T_{20} + T_{10} - T_2$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_{20} + T_{10}}{T_2} - 1$

$\frac{T_{20} + T_{10}}{V_{общ}} V_2 = T_2$

$T_2 \sim V_2 \Rightarrow P = const$

$831 : 2 = 415{,}5$

$415{,}5 \times 3$

1200,0
30,0
45,0
1,5
1276,5

$\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\frac{9}{18}$

$831 \times 1{,}5$

4000
415,5
831
1246,5

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ σ Ω

$k\sigma\Omega$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

$PV_{N_2} = \nu R T_{N_2}$ $\qquad \frac{V_{N_2}}{V_{O_2}} = \frac{T_{N_2}}{T_{O_2}}$

$PV_{O_2} = \nu R T_{O_2}$

$T_{N_2} - T_1 = T_2 - T_{O_2}$ $\qquad T_{N_2} = T_2 + T_1 - T_{O_2}$

$\frac{V_{N_2}}{V_{O_2}} = \frac{T_2 + T_1}{T_{O_2}} - 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{общ}}{V_{O_2}} = \frac{T_2 + T_1}{T_{O_2}} \Rightarrow$

$T_{O_2} \sim V_{O_2} \quad \Rightarrow \quad P = const$

$c_V \nu (T_0 - T_2) + P\Delta V = \delta Q = c_p \nu (T_0 - T_2) + \nu R (T_0 - T_2) = Q$

$\frac{7}{2} \nu R (T_0 - T_2) = Q = -\frac{7}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot 8{,}31 \cdot 100 = -\frac{3}{2} \cdot 8{,}31 \cdot 100 =$

$= -1246{,}5$ Дж

3. Ответ: передано было 1246,5 Дж

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

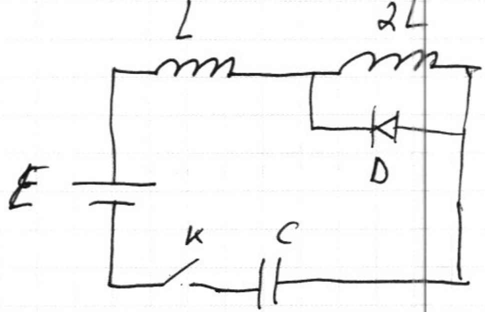
ШИФР

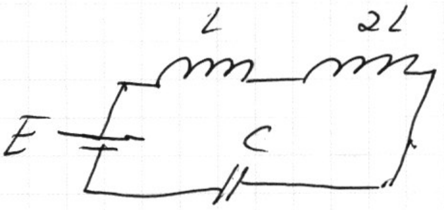
(заполняется секретарём)

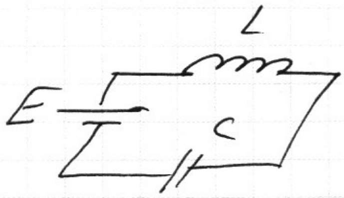
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4

В зависимости от положения диода схема может работать в двух режимах:







$E = 3L\ddot{q} + \frac{q}{C}$ $\quad \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{3LC}}$

$q(t) = EC + A\cos\omega_1 t+\varphi_1$

$\dot{q}(t) = -\omega_1 A \sin \omega_1 t+\varphi_1$

Из нач. условий:

$q(0)=0 \Rightarrow A=-EC$

$\dot{q}(0)=0 \Rightarrow \varphi_1=0$

$E = L\ddot{q} + \frac{q}{C}$ $\quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$q(t) = EC + B\cos\omega_2 t+\varphi_2$

$\dot{q}(t) = \sin(\omega_2 t+\varphi_2)$

$\dot{q}(0)=0 \Rightarrow \varphi_2=0$

$q(0)=2EC$

т.к. режим включится, когда в первом $I=0$

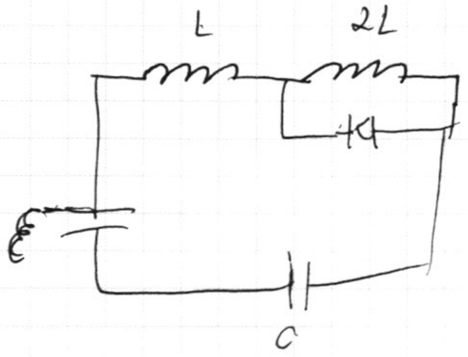
1 режим: $q = EC\left(1-\cos\frac{t}{\sqrt{3LC}}\right)$

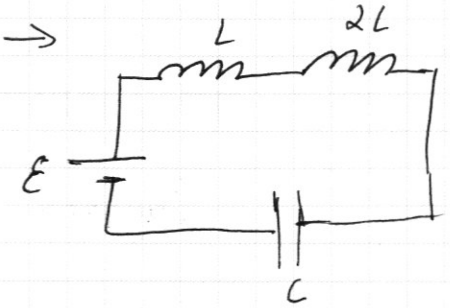
$\dot{q} = \frac{EC}{\sqrt{3LC}}\sin\frac{t}{\sqrt{3LC}}$

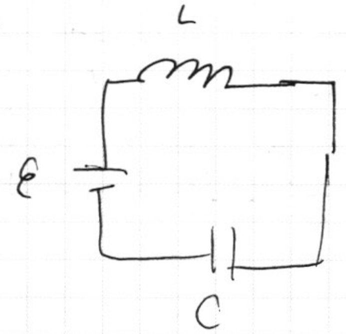
2 режим:

$q = EC\left(1+\cos\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$

$\dot{q} = -\frac{EC}{\sqrt{LC}}\sin\frac{t}{\sqrt{LC}}$







$\mathcal{E} = L\ddot{q} + \frac{q}{C}$

$q = \mathcal{E}C + \mathcal{E}C\cos\frac{t}{\sqrt{LC}}$

$\dot{q} = -\mathcal{E}C\sin\frac{t}{\sqrt{LC}}$

$\pi\sqrt{LC}$

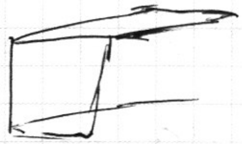
$\pi\sqrt{LC}\,(1+\sqrt{3})$

$\mathcal{E} = 3L\ddot{q} + \frac{q}{C}$

$q = \frac{\mathcal{E}}{3L}C + \mathcal{E}C\cos\frac{t}{\sqrt{3LC}}$

$\dot{q} = \mathcal{E}C\sin\frac{t}{\sqrt{3LC}}$

$t = \pi\sqrt{3LC}$



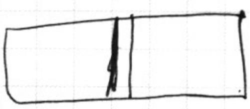
p

$c_V\nu\,dT + PdV = \delta Q$

$\frac{c_V}{R}(pdV + dp\,V) + PdV = \delta Q$

$PdV + dp\,V = \nu R\,dT$

$\delta A = \nu R\,dT - dp\,V$



~~PV~~

$c_p\,PdV + c_V\,dp\,V = \delta Q$

$c_p\frac{dV}{V} + c_V\frac{dp}{p} = \frac{\delta Q}{pV}$

$c_V\nu\,dT + PdV = \delta Q$

$c_V\nu\,dT - \delta A = -\delta Q$

$dT_1 - dT_2 = 2(\delta Q + \delta A)$

Задача 4

1. Соответсвенно период колебаний тока в L_1:

$$T = \pi\sqrt{3LC} + \pi\sqrt{LC} = \pi\sqrt{LC}\,(1+\sqrt{3})$$

Ответ: $\pi\sqrt{LC}\,(1+\sqrt{3})$

2. Максимальный ток через катушку L_1 равен:

$$I_{M1} = \frac{EC}{\sqrt{3LC}} = E\sqrt{\frac{C}{3L}}$$

Ответ: $E\sqrt{\frac{C}{3L}}$

3. Через L_2 максимальный ток протечет во 2 режиме:

$$I_{M2} = \frac{EC}{\sqrt{LC}} = E\sqrt{\frac{C}{L}}$$

Ответ: $E\sqrt{\frac{C}{L}}$

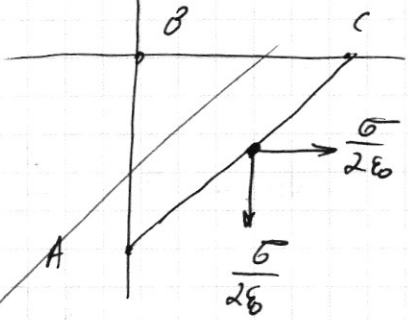
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

Напряженность от одной бесконеч. пластины ⊥ ей и равна $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ ⇒ Если зарядить также вторую пластину, то по принципу суперпозиции итоговая напряженность:



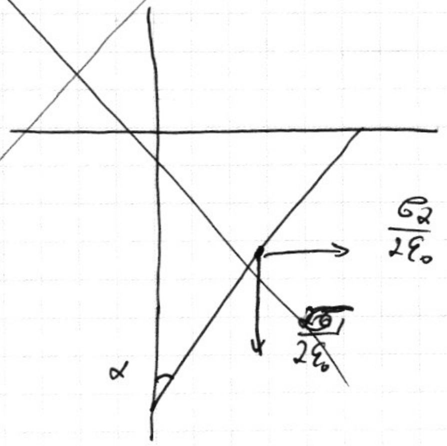
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{2}$$

⇒ 1. Она увеличится в $\sqrt{2} \approx 1,4$ раз

Ответ: в $\sqrt{2} \approx 1,4$ раз

2. Суммарная напряженность:

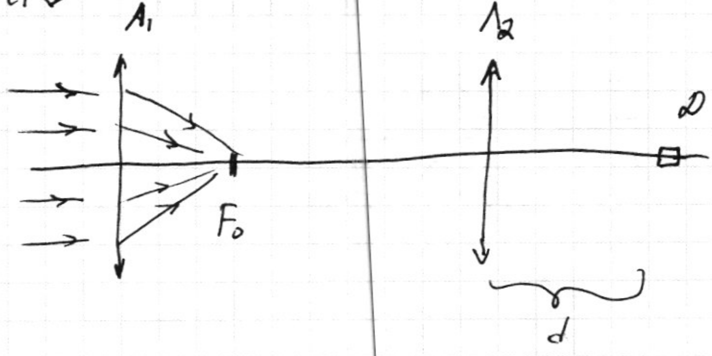
$$E_к = \frac{\sqrt{\sigma_2^2+\sigma_1^2}}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{5}$$



Ответ: $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{5}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5

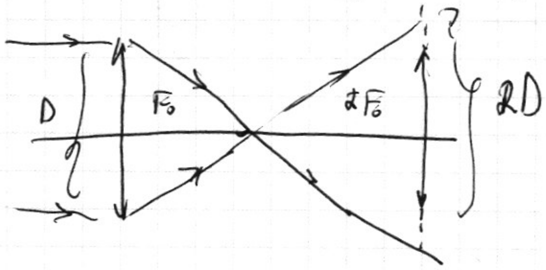


Т.к. известно, что прошедший через систему свет фокусируется на фотодетекторе, то т.к. точка, где фокусируется свет в Л1 находится на $2F_0$ от $Л_2$ $\Rightarrow$

$$\frac{1}{2F_0}+\frac{1}{d}=\frac{1}{F_0} \qquad \frac{1}{d}=\frac{1}{2F_0} \qquad d=2F_0$$

1. Ответ: $2F_0$

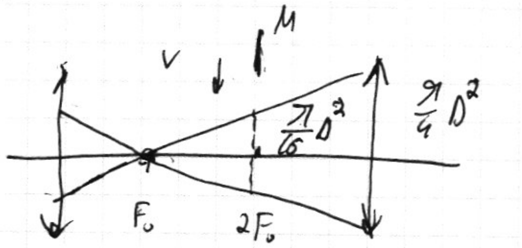
Детально рассмотрим ход лучей в лучке



Только часть света пройдет через Л2 и попадёт в детектор

$$\frac{\frac{\pi}{4}D^2}{\frac{\pi}{4}(2D)^2}=\frac{1}{4}$$ попадёт в детектор

покажем только те лучи, которые попадут в детектор



Задача 5

$I \sim N \Rightarrow I \sim S$ - площадь сечения пучка

Отсюда найден площадь пластины:

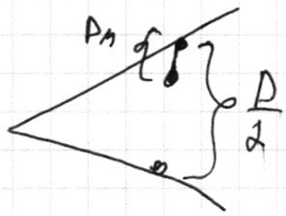
$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{\frac{\pi}{16}D^2}{\frac{\pi}{16}D^2 - \frac{\pi}{4}D_м^2} \Rightarrow 1 - \frac{4D_м^2}{D^2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4D_м^2}{D^2} = \frac{1}{4} \qquad \frac{D_м}{D} = \frac{1}{4} \qquad D_м = \frac{D}{4}$$

Следовательно: за τ_0 нижний конец пройдет $D_м$

$V = \frac{D}{4\tau_0}$ 2. Ответ: $V = \frac{D}{4\tau_0}$

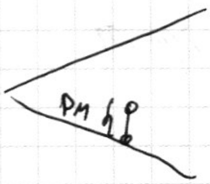
τ_0



Разница между $t_1 - t_0$:

$$t_1 - t_0 = \frac{\frac{D}{2} - D_м}{V} = \frac{\frac{D}{4}}{V} = \frac{\frac{D}{4}}{\frac{D}{4\tau_0}}$$

t_1



$t_1 = 2\tau_0$

Ответ: $t_1 = 2\tau_0$