

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

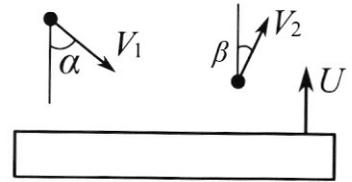
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

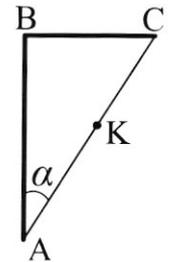
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

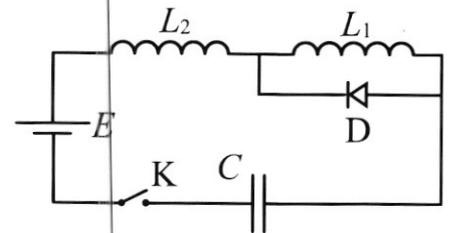
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .

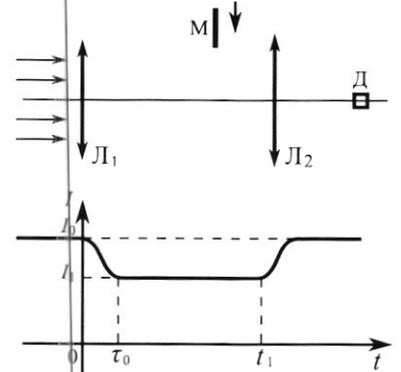


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



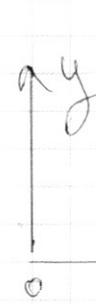
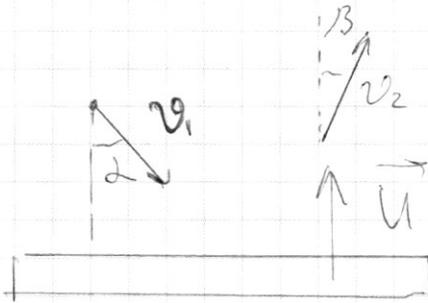
1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



$$\sin \alpha + \cos \beta = 1$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

1) Так как пластина гладкая
 $F_{тр} = 0$

Значит $v_x = \text{const}$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$\frac{3}{4} v_1 = \frac{1}{2} v_2$$

$$v_2 = \frac{3}{2} v_1 = \frac{3}{2} \cdot 8 = 12 \text{ (м/с)}$$

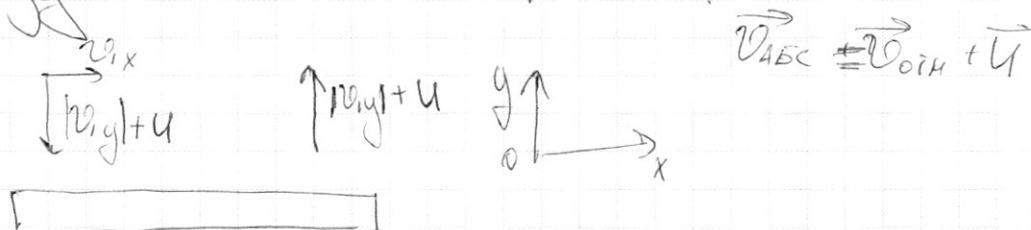
$$2) |v_{1y}| = v_1 \cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4} v_1 = 2\sqrt{7} \text{ (м/с)}$$

$$v_{2y} = v_2 \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} v_2$$

Если бы удар был абсолютно неупругим
 то $v_{2y} = u$ значит это крайнее
 минимальное значение скорости шара
 т.к. $u \leq v_{2y}$ т.к. шар не может
 обогнать шарик (шарик не может пройти
 сквозь шар). $u < \frac{\sqrt{3}}{2} v_2$
 $u < 6\sqrt{3} \text{ м/с}$

Если бы вся энергия сохранилась и удар был бы упругим, это значит минимально возможной скорости нити для существования такой ситуации, описанной в задаче.

Перейду в с.о. нити.



Это абсолютно упругий удар об стенку
Значит $|v_y| = \text{const}$ только
меняет знак

Перейду в инерц. с.о.

Т.е. в задаче $v_{2y} = |v_{1y}| + 2u$ так как удар неупругий
 $2u + |v_{1y}| > v_{2y}$

$$u > \frac{1}{2} (v_{2y} - |v_{1y}|) = \frac{1}{2} (6\sqrt{3} - 2\sqrt{7})$$

$$u > 3\sqrt{3} - \sqrt{7} \quad (\text{м/с})$$

$$3\sqrt{3} - \sqrt{7} < u < 6\sqrt{3} \quad (\text{м/с})$$

Ответ: 1) $v_2 = 12 \text{ м/с}$

2) $3\sqrt{3} - \sqrt{7} < u < 6\sqrt{3} \quad \text{м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

Азот $\nu_1 = 0$ Кислород $\nu_2 = 0$

$T_1 = 300\text{K}$ $T_2 = 500\text{K}$

T_1, V_1, P_1 T_2, V_2, P_2

$C_v = \frac{5}{2}R$

1) $\frac{V_1}{V_2}$

2) T_k

3) $Q - ?$

1) Так как поршень движется без трения
то $P_1 = P_2$ Клейперн-Менделев для газов.

$$\left. \begin{aligned} P_1 V_1 &= \nu R T_1 \\ P_2 V_2 &= \nu R T_2 \end{aligned} \right\} \cdot \frac{1}{P}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5} = 0.6$$

2) Когда все процессы переноса тепла закончатся
 T_1, T_2 установится T_k при этом $P_{\text{Азот}} = P_{\text{Кислород}}$
в любой момент.

$$\left. \begin{aligned} P_1' V_1' &= \nu R T_k \\ P_2' V_2' &= \nu R T_k \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_1' = V_2'$$

Для Азота: $Q_1 = A_{11} + \frac{5}{2} \nu R (T_k - T_1)$

Для Кислорода $Q_2 = A_{22} + \frac{5}{2} \nu R (T_k - T_2)$

Так как сосуд внешне теплоизолирован
то $Q_1 = -Q_2$

При этом $P_{\text{Азот}} = P_{\text{Кислород}}$ в любой момент времени

и $dV_{\text{Азот}} = -dV_{\text{Кислород}}$ т.к. $V_{\text{Азот}} + V_{\text{Кислород}} = \text{const}$

$$dA = p dV$$

значит $dA_{\text{азот}} = -dA_{\text{кислород}}$

$$A_1 = -A_2$$

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$A_1 + \frac{5}{2} \nu R (T_K - T_1) + A_2 + \frac{5}{2} \nu R (T_K - T_2) = 0$$

$$A_1 - A_1 + \frac{5}{2} \nu R (2T_K - T_1 - T_2) = 0$$

$$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ K}$$

3) $p_1 V_1 = \nu R T_1$ $p_2 V_2 = \nu R T_2$

$$\left. \begin{aligned} dQ_{N_2} &= p_{N_2} dV_{N_2} + \frac{5}{2} R \nu dT_{N_2} \\ dQ_{O_2} &= p_{O_2} dV_{O_2} + \frac{5}{2} R \nu dT_{O_2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{азот } N_2 \\ \text{кислород } O_2 \end{array}$$

$$dQ_{N_2} + dQ_{O_2} = 0$$

$$0 = p_{N_2} dV_{N_2} + p_{O_2} dV_{O_2} + \frac{5}{2} R \nu (dT_{N_2} + dT_{O_2}) = 0$$

$$p_{N_2} = p_{O_2} \quad dV_{N_2} = -dV_{O_2}$$

$$dT_{N_2} = -dT_{O_2}$$

из уравнения Менделеева

$$dV = \frac{\nu R dT}{p} \quad \& \quad - \frac{\nu R T}{p^2} dp \quad \text{называется}$$

при этом $dV_{N_2} = -dV_{O_2}$

$$\left(\frac{\nu R dT_{N_2}}{p_{N_2}} + \frac{\nu R dT_{O_2}}{p_{O_2}} - \frac{\nu R T_{N_2} dp_{N_2}}{p_{N_2}^2} - \frac{\nu R T_{O_2} dp_{O_2}}{p_{O_2}^2} \right) = 0$$

"0 т.к. $p_{N_2} = p_{O_2}$ $dT_{N_2} = -dT_{O_2}$

$$T_{N_2} dp_{N_2} + T_{O_2} dp_{O_2} = 0$$

$$dp_{N_2} = dp_{O_2} \quad \text{т.к. } p_{N_2} = p_{O_2} \quad \text{но } T_{N_2} \neq T_{O_2} \neq 0$$

значит $dp_{N_2} = dp_{O_2} = 0$ $p = \text{const}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Значит процесс изобарический

$$Q = Q_{12} = p(V_k - V_{10}) + \frac{5}{2} R \nu (T_k - T_1)$$

$$Q = \nu R (T_k - T_1) + \frac{5}{2} \nu R (T_k - T_1) = \frac{7}{2} \nu R (T_k - T_1)$$

$$Q = \frac{4}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 8,31 \cdot 100 = \frac{3 \cdot 831}{2} = \frac{2493}{2} = 1246,5 \text{ Дж}$$

кислород передает Азоту

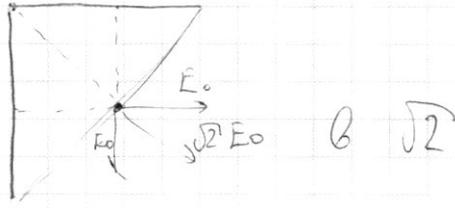
Ответ: 1) $\frac{V_{10}}{V_0} = 0,6$

2) $T_k = 400 \text{ K}$

3) $Q = 1246,5 \text{ Дж}$

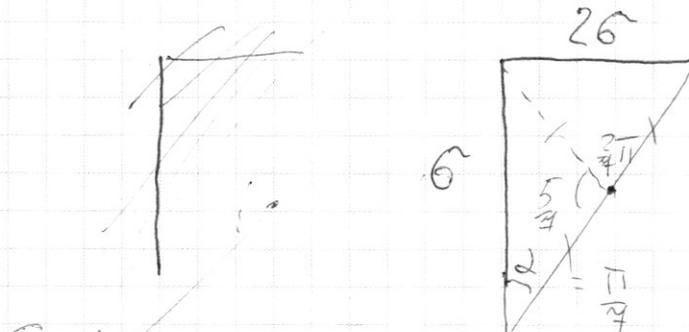
~ 3

1)



$\times 1,43$
 $1,43$
 429
 542
 143
 $1,9449$

2)

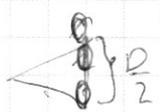


$$\pi - \frac{2\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{G dS}{r^2} \cdot \cos \beta$$

$$\frac{G}{4\pi\epsilon_0} \cdot \Omega$$

за $T_0 = \frac{D}{4}$



$$E_1 = \frac{2G}{4\pi\epsilon_0} \cdot 4\pi \cdot \frac{2\pi}{4} \cdot \frac{2\pi}{2\pi}$$

за $2T_0$

$$\frac{2G}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{G}{4\pi\epsilon_0} \cdot 4\pi \cdot \frac{5\pi}{4} \cdot \frac{5}{2\pi} = \frac{5}{14} \frac{G}{\epsilon\epsilon_0}$$

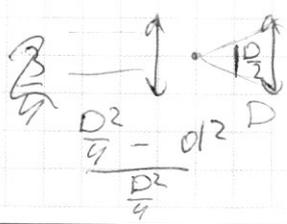
$$E_0 = \sqrt{\frac{25}{14^2} + \frac{4 \cdot 4}{4^2 \cdot 4}} = \frac{\sqrt{25+16}}{14} = \frac{\sqrt{41}}{14} \frac{G}{\epsilon\epsilon_0}$$

~ 4

$$\pi(\sqrt{3LC} + \sqrt{LC}) \quad v = \frac{1}{4} \frac{D}{T_0}$$

$$c\epsilon^2 = \frac{c\epsilon^2}{2} + 3L \frac{I_m^2}{2} \quad \sqrt{\frac{1}{3} \frac{c}{L}} \cdot \xi$$

~ 5

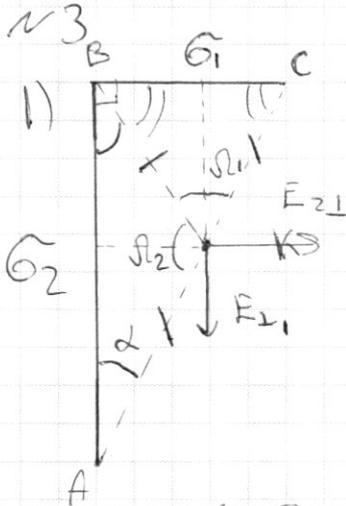


$$I_{u2} = \sqrt{\frac{c}{L}} \cdot \xi$$

$$\frac{3}{4} =$$

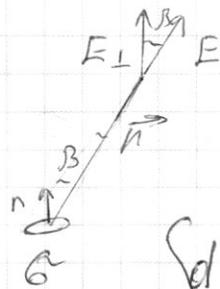
$$\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{4} = \frac{1}{F_0} \quad f = 2F_0 \quad \omega = \frac{1}{4} D$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



В силу симметрии ^{полюса} относительно оси K и той и другой будут существовать только компоненты

полюса ~~перпендикулярные~~ ^{перпендикулярные} ~~магнитным~~ ^{магнитным}



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma dS}{r^2}$$

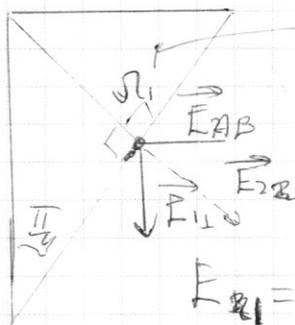
$$dE_{\perp} = E \cos \beta$$

$$\int dE_{\perp} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\cos \beta dS}{r^2} = d\Omega$$

Телесный
угол Ω

$$E_{\perp} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \Omega$$

E можно разбить пространство на $\pi r^2 \Omega = \frac{\pi}{4}$



$$\Omega_1 = \frac{4\pi}{4} = \pi \text{ так как}$$

можно разбить пространство на 4 одинаковые области

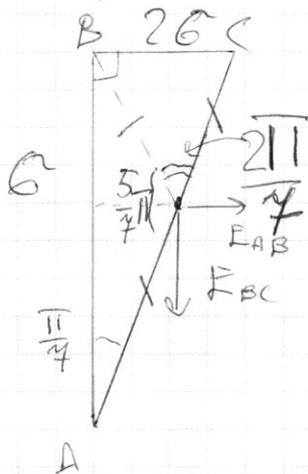
$$E_{\perp 1} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} = E_{BC \perp}$$

Если зарядить так же AB
 TO ~~$E_{AB} = \frac{6}{4\epsilon_0}$~~ $E_{AB} = \frac{6}{4\epsilon_0}$
 т.к. $\Omega_{AB} = \Omega_{BC} = \Pi$

$$E_2 = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{2} \frac{6}{4\epsilon_0}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$$

2)



$$\frac{\Pi}{2} - \frac{\Pi}{4} = \frac{5}{14} \Pi$$

$\Omega \sim \text{углу}$

$$\Omega_{BC} = \frac{\frac{2}{7} \Pi}{2 \Pi} \cdot 4 \Pi = \frac{4}{7} \Pi$$

$$\Omega_{AB} = \frac{\frac{5}{7} \Pi}{2 \Pi} \cdot 4 \Pi = \frac{10}{7} \Pi$$

$$E_{BC} = \frac{26}{4\epsilon_0 2 \Pi} \cdot \frac{4}{7} \Pi = \frac{6}{\epsilon_0} \cdot \frac{2}{7}$$

$$E_{AB} = \frac{6}{4 \Pi \epsilon_0} \cdot \frac{10}{7} \Pi = \frac{6}{\epsilon_0} \cdot \frac{25}{14}$$

$$E_0 = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{6}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{21 \cdot 4 + 25}{14}} = \frac{\sqrt{41}}{14} \frac{6}{\epsilon_0}$$

$\frac{21 \cdot 4}{196}$
 $\frac{25}{196}$

из принципа

суперпозиции $\vec{E}_0 = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$

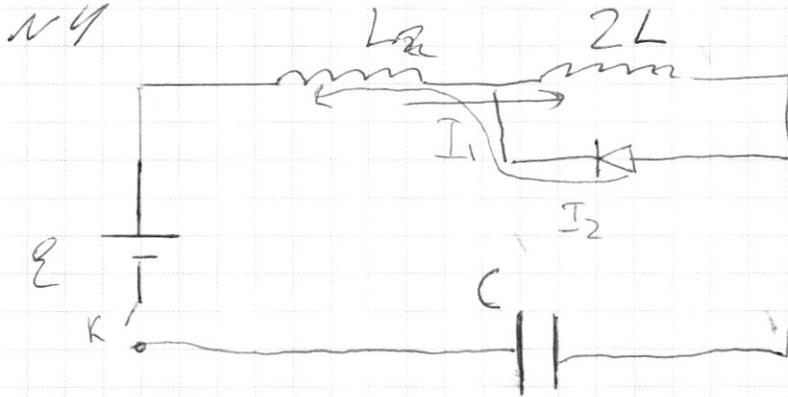
Ответ: 1) $\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2} \approx 1,41$

2) $E_0 = \frac{6}{\epsilon_0} \cdot \frac{\sqrt{41}}{14}$

в вакууме $\epsilon = 1$

ϵ_0 - диэлектрическая постоянная

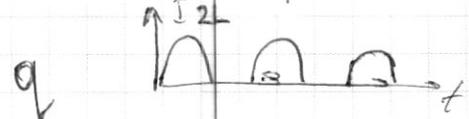
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



При замыкании ключа
из состояния: диод закрыт

$$1) \quad \varepsilon - 3L \ddot{q}_c = \frac{q}{C} \quad \text{или} \quad \frac{q}{C} + 3L \ddot{q}_c - \varepsilon = 0$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$$



Когда ток пойдёт в обратную сторону
диод откроется и весь ток пойдёт
через него и катушку L $I_{2L} = 0$

$$\frac{q}{C} + L \ddot{q}_c - \varepsilon = 0$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Значит период колебаний
с частотой ω_1 и продолжением с частотой ω_2

$$T_0 = \pi(\sqrt{LC} + \sqrt{3LC})$$

Максимальные токы при $\frac{dI}{dt} = 0$

т.е. $E_{\text{ст}, 3L} = 0$ $U_C = E$ $q = CE$

3) Когда дуод закрыт ток через

L_2 и L_1

ЗСЭ:

$$qE = \frac{3L I_{M1}^2}{2} + \frac{CE^2}{2}$$

$q_E = q_C = CE$
из закона
сохранения
заряда.

$$\frac{1}{2} CE^2 = \frac{3}{2} L I_{M1}^2$$

$$I_{M1} = \sqrt{\frac{1}{3} \frac{C}{L}} E$$

Зачем когда дуод закрыт и ток только
через $L_2 = L$

$$qE = \frac{L I_{M2}^2}{2} + \frac{CE^2}{2}$$

$$\frac{1}{2} CE^2 = \frac{1}{2} L I_{M2}^2$$

$$I_{M2} = \sqrt{\frac{C}{L}} E$$

Ответ ~~$T_0 = \dots$~~

$$1) T_0 = \pi (\sqrt{LC} + \sqrt{3LC})$$

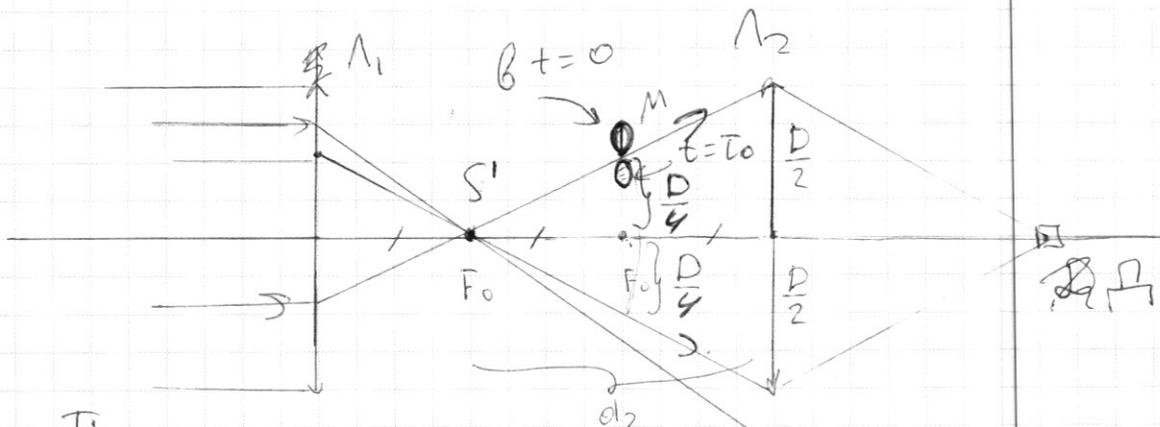
$$2) I_{M1} = \sqrt{\frac{C}{3L}} \cdot E$$

$$3) I_{M2} = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot E$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 5

F_0, D, t_0



- 1) Параллельные лучи соберутся в фокусе.
 В получатся изображение S'
 предмет для L_2

$$d_2 = 2F_0$$

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{F} = \frac{1}{F} \quad \text{— формула тонкой линзы}$$

$$\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{F_2} = \frac{1}{F_0}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2F_0} \quad \boxed{F_2 = 2F_0} \quad \text{расстояние от } L_2 \text{ до } \Delta$$

ТАКЖЕ изображение

должно попасть в детектор

$$2) \quad \frac{I_1}{I_0} = \frac{S_1}{S_0}$$

т.к. $I \sim S$ т.к. I в единицу площади

$$S = \pi \left(\frac{D_0}{2} \right)^2$$

В момент начала сдвига тока.

Кратки миллисекунды передавать
 путь светом, в момент t_0

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$dQ = p dV + \dots$$

$$dA_2 = p_2 dV$$

$$dA_1 = \frac{\partial R T_1}{V_1} dV_1$$

$$dA_2 = \frac{\partial R T_2}{V_2} dV_2$$

$$dA = \partial R dT_1 - V dp_1$$

$$dQ = p dV + \frac{5}{2} \partial R dT$$

$$p_1 = p_2$$

$$p_1 dV_1 + V_1 dp_1 = \partial R dT_1$$

$$pV = \partial RT \quad dp = \frac{\partial R dT}{V} - \frac{\partial RT}{V^2} dV$$

$$p_1 dV_1 + \frac{5}{2} \partial R dT_1 + p_2 dV_2 + \frac{5}{2} \partial R dT_2 = 0$$

$$dT_1 = -dT_2$$

$$p_1 dV_1 + V_1 dp_1 = -p_2 dV_2 - V_2 dp_2$$

$$V_1 dp_1 + V_2 dp_2 = 0$$

$$dV_1 + dV_2 = 0$$

$$\frac{\partial R T_1}{V_1} = \frac{\partial R T_2}{V_2}$$

$$T_1 V_2 = T_2 V_1$$

$$pV = \partial RT$$

$$V_1 + V_2 = \text{const}$$

$$dV_1 = -dV_2$$

$$p_1 dV_1 + V_1 dp_1 = \partial R dT_1$$

~~$$\frac{\partial R T}{V} dV$$~~

$$p_2 dV_2 + V_2 dp_2 = \partial R dT_2$$

~~$$-V_1 dp_1 + V_2 dp_2$$~~