Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

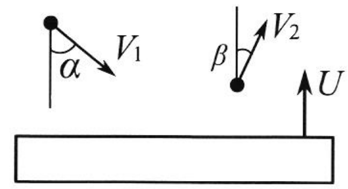
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 12 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

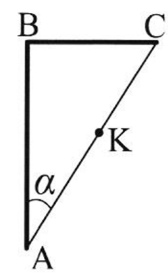
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода T_1 = 350 К, а азота T_2 = 550 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

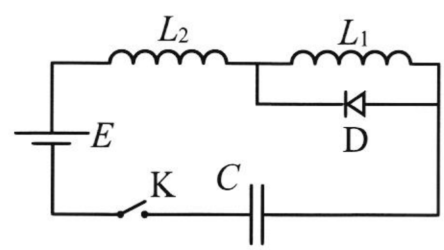
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

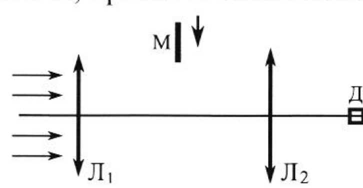


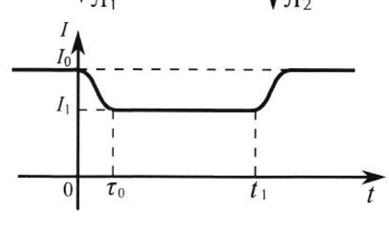
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

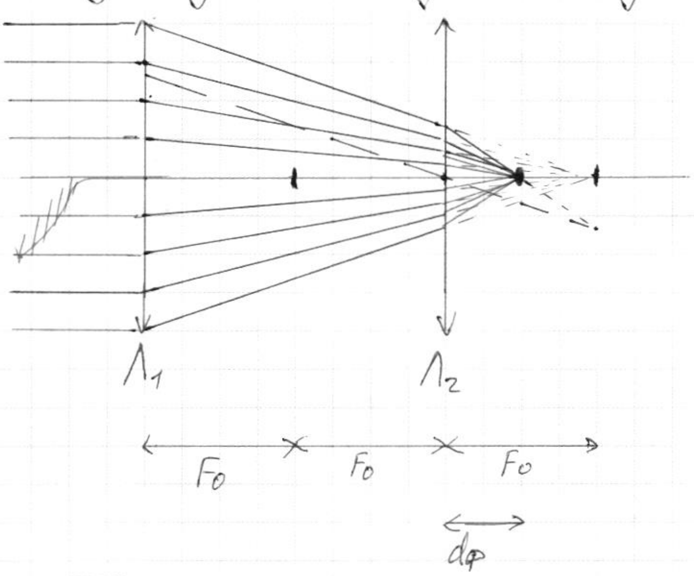
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

Изобразим систему. Для рисунка возьмём F_0 как 4 клетки.



Отметим F_0, $2F_0$ и $3F_0$ от первой линзы штрихами на оси.

Т.к. фокусное расстояние $Л_1$ равно $3F_0$, а между линзами $2F_0$, вторая линза имеет мнимый предмет с $|f| = F_0$.

Тогда по формуле т.л. для $Л_2$:

$$-\frac{1}{f} + \frac{1}{d_ф} = \frac{1}{F_0}$$

$$-\frac{1}{F_0} + \frac{1}{d_ф} = \frac{1}{F_0}$$

$d_ф = \frac{F_0}{2}$ — расстояние до детектора.

Построением (смысленным) к любому лучу параллельного пучка, проходящую через опт. центр $Л_2$, можно в этом убедиться (если бы такой луч был, он бы пересёкся с исходным в фок. плоскости).

Рассмотрим момент, когда ток фотодетектора стабилизирован в I_1. В этот момент световое пятно на датчике предст. собой круг за вычетом круглой тени от мишени. (см. далее)

№5 (продолжение)

Мощность падающего света пропорциональна „количеству лучей", которое в любом ~~п~~ верт. разрезе пропорц. площади.

Значит площадь тени составляет $1-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$ от площади светового пятна, т. е. радиус тени $=\frac{2}{3}$ от радиуса пятна.

~~Та~~ ~~Т~~ ~~Та~~ Таким образом, диаметр мишени d составляет $\frac{2}{3}$ от диаметра пучка на расстоянии F_0 от $Л_1$.

Т. к. диаметр пучка там $\frac{2}{3}D$ (~~исходный~~ из подобия треугольников — исходный диаметр D (без $Л_2$) ~~[illegible]~~ сходится к нулю за $3F_0$), получаем $d=\frac{4}{9}D$.

Заметим, что участок от $t=0$ до $t=\tau_0$ на графике соответствует входу мишени в пучок~~[illegible]~~. Она переходит из состояния „касание нижней границей верхней границы пучка" в состояние „касание верхней границей верхней границы пучка", т. е. проходит расстояние d.

Тогда $V=\frac{d}{\tau_0}=\frac{4D}{9\tau_0}$.

Заметим, что с момента ~~t_0~~ $t=0$ до момента ~~t_1~~ ~~верхняя~~ $t=t_1$ нижняя граница мишени проходит от верхней до нижней границ пучка, т. е. проходит расстояние D.

Тогда $t_1=\frac{D}{V}=\frac{D}{\left(\frac{4D}{9\tau_0}\right)}=\frac{9}{4}\tau_0$.

Ответ: $d_\varphi=\frac{F_0}{2}$;

$V=\frac{4D}{9\tau_0}$;

$t_1=\frac{9}{4}\tau_0$.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2.

Пусть $Q_в$, $Q_а$ – энергия, которую получили водород и азот соотв.
Т. к. сосуд теплоизолирован, верно $Q_в = -Q_а$
$\Delta U_в + A_в = -(\Delta U_а + A_а)$. Здесь и далее ΔU – увеличение внутр. энергии газа, A – его работа, индексы „в" и „а" соотв. водороду и азоту соответственно.

Рассмотрим ~~небольшой~~ очень маленький сдвиг поршня. Заметим, что увеличение объёма одной части соотв. уменьшению объёма другой на ~~туже~~ ту же величину (т. к. общий объём сосуда ~~не~~ фиксирован). Заметим также, что давления в отсеках в любой момент равны, т. к. поршень перемещается без трения. Таким образом, получаем $A_в = -A_а$.

Тогда $\Delta U_в = -\Delta U_а$.

Заметим, что и водород, и азот в виде простых веществ – двухатомные газы. Тогда, принимая равновесную температуру за T:

$$\frac{5}{2}\nu R(T - T_1) = -\frac{5}{2}\nu R(T - T_2)$$

$$T - T_1 = T_2 - T$$

$$T = \frac{T_2 - T_1}{2} = 450\ K.$$ – итоговая температура.

Запишем ур-е Менделеева – Клапейрона для газов в начале процесса: (p и V с доб. индексом „1" – исходные параметры газов)

$$\begin{cases} p_{в1}V_{в1} = \nu RT_1 \\ p_{а1}V_{а1} = \nu RT_2 \end{cases}$$

(см. далее)

№ 2 (продолжение).

Учитывая, что $p_{в1} = p_{a1}$ (давления отсеков всегда равны), ~~Тогда~~ поделим первое на второе. Получаем $\frac{V_{в1}}{V_{a1}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{35}{55} = \frac{7}{11}$.

Принимая общий объём отсеков за V, получаем $V_{в1} = \frac{7}{18}V$; $V_{a1} = \frac{11}{18}V$.

Проделаем аналогично с газами после завершения процесса:

$$\begin{cases} p_{в2}V_{в2} = \nu RT \\ p_{a2}V_{a2} = \nu RT \end{cases}$$

Учитывая $p_{в2} = p_{a2}$, получаем $V_{в2} = V_{a2}$. ~~Тогд~~ Т.к. $V_{в2} + V_{a2} = V$, получаем $V_{в2} = V_{a2} = \frac{9}{18}V$.

Теперь запишем аналогично только для водорода до и после:

$$\begin{cases} p_{в1}V_{в1} = \nu RT_1 \\ p_{в2}V_{в2} = \nu RT \end{cases}$$

Подставляя $V_{в1} = \frac{7}{18}V$, $V_{в2} = \frac{9}{18}V$, а также T_1 и T, делим:

$$\frac{p_{в1}}{p_{в2}} \cdot \frac{7}{9} = \frac{350}{450}$$

$$\frac{p_{в1}}{p_{в2}} = \frac{9}{7} \cdot \frac{350}{450} = 1.$$ Мы получили $p_{в1} = p_{в2}$.

Найдём $Q_в$:

$$Q_в = \Delta U_в + A_в = \frac{5}{2}\nu R(T - T_1) + p_{в2}(V_{в2} - V_{в1}) = \frac{5}{2}\nu R(T - T_1) + p_{в2}\left(\frac{9}{18}V - \frac{7}{18}V\right) =$$

$$= \frac{5}{2}\nu R(T - T_1) + \frac{2}{18}p_{в2}V = \frac{5}{2}\nu R(T - T_1) + \frac{2}{9}p_{в2}V_{в2} =$$

$$= \frac{5}{2}\nu R(T - T_1) + \frac{2}{9}\nu RT = \nu R\left(\frac{5}{2}T - \frac{5}{2}T_1 + \frac{2}{9}T\right) = \nu R\left(\frac{49}{18}T - \frac{5}{2}T_1\right) =$$

$$= \frac{6}{7} \cdot 8{,}31 \cdot \left(\frac{49}{18} \cdot 450 - \frac{5}{2} \cdot 350\right) = \frac{3}{7} \cdot 8{,}31 \cdot \left(\frac{49}{9} \cdot 450 - 5 \cdot 350\right) =$$

(см. далее)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение).

$= \frac{3}{7} \cdot 8{,}31 \cdot (49 \cdot 50 - 35 \cdot 50) = \frac{3}{7} \cdot 8{,}31 \cdot 50 \cdot (49-35) =$

$= \frac{3}{7} \cdot 8{,}31 \cdot 50 \cdot 14 = 3 \cdot 8{,}31 \cdot 50 \cdot 2 = 3 \cdot 8{,}31 \cdot 100 =$

$= 3 \cdot 831 = 2493$ Дж.

Ответ: $\frac{V_{B1}}{V_{A1}} = \frac{7}{11}$;

$T = 450K$;

$Q_B = 2493$ Дж.

№3.

1) Изначально $\vec{E}_{BC}$ направлена вверх. При зарядке AB добавляется $\vec{E}_{AB}$, направленный влево. Т.к. $\angle = \frac{\pi}{4}$, верно $AB = BC$, а также $|\vec{E}_{AB}| = |\vec{E}_{BC}|$. Тогда итоговый вектор напряженности $\vec{E}$ направлен в точку B, а также $|\vec{E}_{AB}|^2 + |\vec{E}_{BC}|^2 = |\vec{E}|^2$, т.е. $|\vec{E}| = \sqrt{2} \cdot |\vec{E}_{BC}|$.

Если σ противоположна по знаку, инвертируются направления векторов, в остальном аналогично.

Ответ для п. 1: увеличится в $\sqrt{2}$ раз. $\sqrt{2} \approx 1{,}41$.

№1.

Т.к. поверхность плиты гладкая, верно $V_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$.

Отсюда $v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = v_1 \cdot \frac{1/2}{1/3} = \frac{3}{2} v_1 = 18$ м/с.

Относительно плиты ~~...~~ в проекции на вертикальную ось шарик сначала приближается со скоростью $v_1 \cos\alpha + U$, а потом удаляется со скоростью $v_2 \cos\beta - U$. (заметим, что ~~...~~ плита движется равномерно).

Т.к. удар неупругий, должно быть верно $v_1 \cos\alpha + U > v_2 \cos\beta - U$ (строго больше, т.к. при равенстве – абс. упругий удар).

Т.к. шарик отскакивает, должно быть верно $v_2 \cos\beta - U > 0$ (строго больше, иначе абсолютно ~~...~~ неупругий удар и шарик ~~...~~ „прилипнет", не ~~...~~ отскочив).

$v_1 \cos\alpha + U > v_2 \cos\beta - U > 0$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{3/4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{8/9} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$v_1 \cos\alpha = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$

$v_2 \cos\beta = 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 12\sqrt{2}$

1. $6\sqrt{3} + U > 12\sqrt{2} - U$

   $U > 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ м/с

2. $12\sqrt{2} - U > 0$

   $U < 12\sqrt{2}$ м/с

Таким образом, ~~...~~ $6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} < U < 12\sqrt{2}$ (м/с).

Ответ: $v_2 = 18$ м/с;

$6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} < U < 12\sqrt{2}$ (м/с).

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 7

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$

$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 12 \cdot \frac{1/2}{1/3} = 12 \cdot \frac{3}{2} = 18$ м/с?

$6\sqrt{3}+u \quad -12\sqrt{3}-u$

$v_1\cos\alpha + u \quad v_2\cos\beta - u$

$p_{в1}V_{в1} = \nu R T_{в1} \quad (p_{в1} = p_{а1})$

$p_{а1}V_{а1} = \nu R T_{а1}$

$\frac{V_{в1}}{V_{а1}} = \frac{T_{в1}}{T_{а1}} = \frac{350}{550} = \frac{35}{55} = \frac{7}{11}$: $V_{в1} = \frac{7}{18}V$

$p_{в2}V_{в2} = \nu RT$
$p_{а2}V_{а2} = \nu RT$ $\rightarrow V_{а2} = V_{в2} = \frac{V_{в1}+V_{а1}}{2} \quad V_{в2} = \frac{9}{18}V$

$Q_в = \Delta U_в + A_в = \frac{5}{2}\nu R(T - T_{в1}) + A_в$

$p_{в1}V_{в1} = \nu RT_{в1}$
$p_{в2}V_{в2} = \nu RT$

Для п. 3 найти $A_в$.

$\frac{p_{в1}V_{в1}}{p_{в2}V_{в2}} = \frac{T_{в1}}{T}$

$\frac{7p_{в1}}{9p_{в2}} = \frac{T_{в1}}{T}$

$\frac{p_{в1}}{p_{в2}} = \frac{9}{7} \cdot \frac{T_{в1}}{T} = \frac{9}{7} \cdot \frac{35}{45} = \frac{9}{7} \cdot \frac{7}{9} = 1$ (lol...)

$A_в = p_{в1}(V_{в2} - V_{в1}) = p_{в2} \cdot \frac{2}{18}V = p_{в2} \cdot \frac{2}{9}V_{в2} = \frac{2}{9}p_{в2}V_{в2} = \frac{2}{9}\nu RT$

$p_1 = p_2$

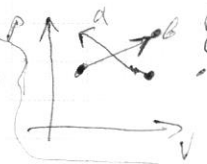
1 - водород H_2
2 - азот N_2?

$Q = \Delta U + A$

$\Delta U_1 = \frac{5}{2}$

$\Delta U_в + A_в = -(\Delta U_а + A_а)$

$+\Delta V$
$-\Delta V$ $p_в = p_а$ всегда



$A_в = A_а$

$\Delta U_в = -\Delta U_а$

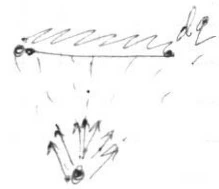
$\frac{5}{2}\nu R(T - T_{в1}) = -\frac{5}{2}\nu R(T - T_{а1})$

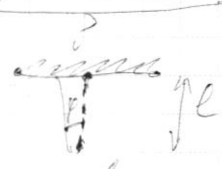
$T - T_{в1} = T_{а1} - T$

$T = (T_{а1} - T_{в1})/2 = 450$ K?

1. $\sqrt{2} \approx 1{,}41$

$dS \quad dq = \sigma \cdot dS$





$l_\varphi = \frac{l}{\cos\varphi}$

$dE(\varphi) = k\,dq/(l_\varphi^2) = \frac{k\,dq(\cos\varphi)^2}{l^2}$

$dE_y(\varphi) = dE(\varphi)\cos\varphi = \frac{k\,dq\cos^3\varphi}{l^2}$

$E_y = \int_{-\varphi_{max}}^{\varphi_{max}} \left(\frac{k\,dq\cos^3\varphi}{l^2}\right) d\varphi$

$d\varphi$: $dq = l\,tg(\varphi + \Delta\varphi)\rho - l\,tg\varphi\,\rho = l\rho(tg(\varphi+\Delta\varphi) - tg\varphi)$

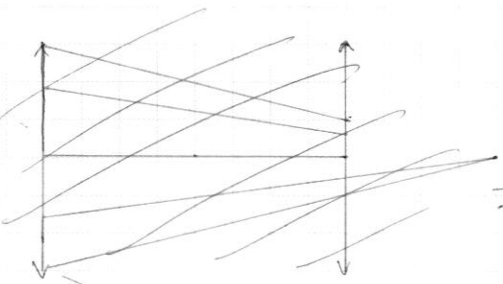
$= 2\int_0^{\varphi_{max}} \frac{k\rho(tg(\varphi+d\varphi) - tg\varphi)}{l} \cdot d\varphi$

$Q_в = \frac{5}{2}\nu R(T - T_{в1}) + \frac{2}{9}\nu RT =$

$= \nu R\left(\frac{5}{2}T - \frac{5}{2}T_{в1} + \frac{2}{9}T\right) = \nu R\left(\frac{49}{18}T - \frac{5}{2}T_{в1}\right) = \frac{6}{7} \cdot 8{,}31 \cdot \left(\frac{49}{18} \cdot 450 - \frac{5}{2} \cdot 350\right) =$

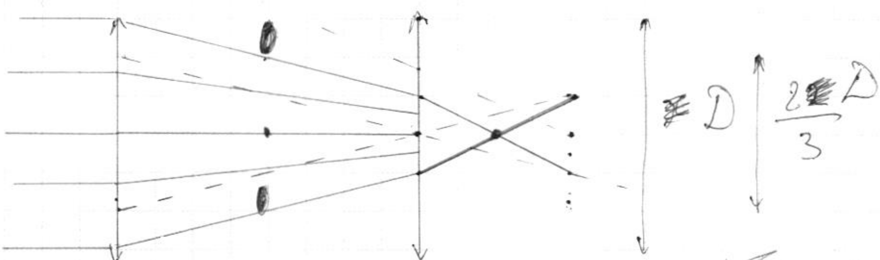
☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$$\begin{array}{r} \times\ 141 \\ 141 \\ \hline 141 \\ 564 \\ 141 \\ \hline 19881 \end{array}$$

$I \sim P \sim S \sim R^2$



$F_0/2$

$d = \frac{2}{3} R = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} D = \frac{4}{9} D$

$d_2 = F_0/2$

$v = \frac{d}{\tau_0} = \frac{\frac{4}{9} D}{\tau_0}$

$\cancel{t_1 = \frac{D}{v} = \frac{D}{\frac{4D}{9\tau_0}} = \frac{9}{4}\tau_0}$

$\cancel{\frac{l}{\cos\alpha} \quad \frac{l}{\cos(\alpha+d\alpha)}}$

$\cancel{\frac{1}{2F} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}}$

$\cancel{\frac{1}{d} = \frac{3}{2F}}$

$\cancel{d = \frac{2F}{3}}$

$\cancel{dl, \ dq = \rho dl}$

$\cancel{dE = k \frac{\rho \cdot dl}{l}}$

$-x/2 \longleftarrow 0 \longrightarrow x/2$

$-\frac{1}{F} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$

$d = \frac{F}{2}$

$t_1 = \frac{D + d}{v} = \frac{\frac{13}{9} D}{\frac{4D}{9\tau_0}} = \frac{13\tau_0}{4}$

$dq = \rho \cdot dx$

$dE = k \frac{\rho \cdot dx}{l^2 + x^2}$

$E = 2 \int_0^{D/2} k \frac{\rho \cdot dx}{l^2 + x^2}$

$\Rightarrow = \frac{3}{7} \cdot 8{,}31 \cdot 50 \cdot 14 = 3 \cdot 8{,}31 \cdot 50 \cdot 2 = 3 \cdot 8{,}31 \cdot 100 = 3 \cdot 831 = 2493$ Дж.

$= \frac{3}{7} \cdot 8{,}31 \cdot \left(\frac{49}{9} \cdot 450 - 5 \cdot 350\right) = \frac{3}{7} \cdot 8{,}31 \cdot (49 \cdot 50 - 5 \cdot 350) = \frac{3}{7} \cdot 8{,}31 \cdot 50 \cdot (49 - 35) =$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)