Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

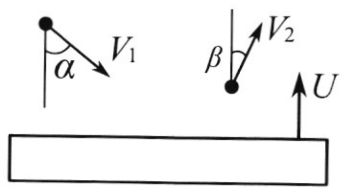
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.



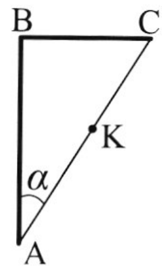
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

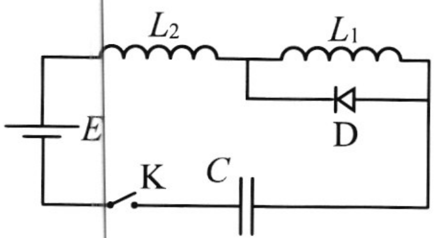
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

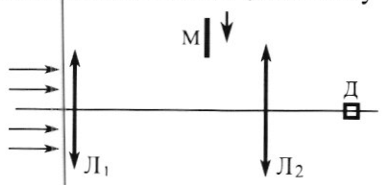
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

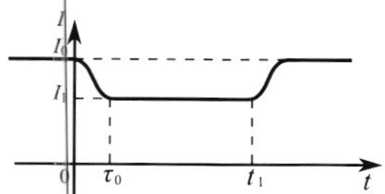
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

F_0

D

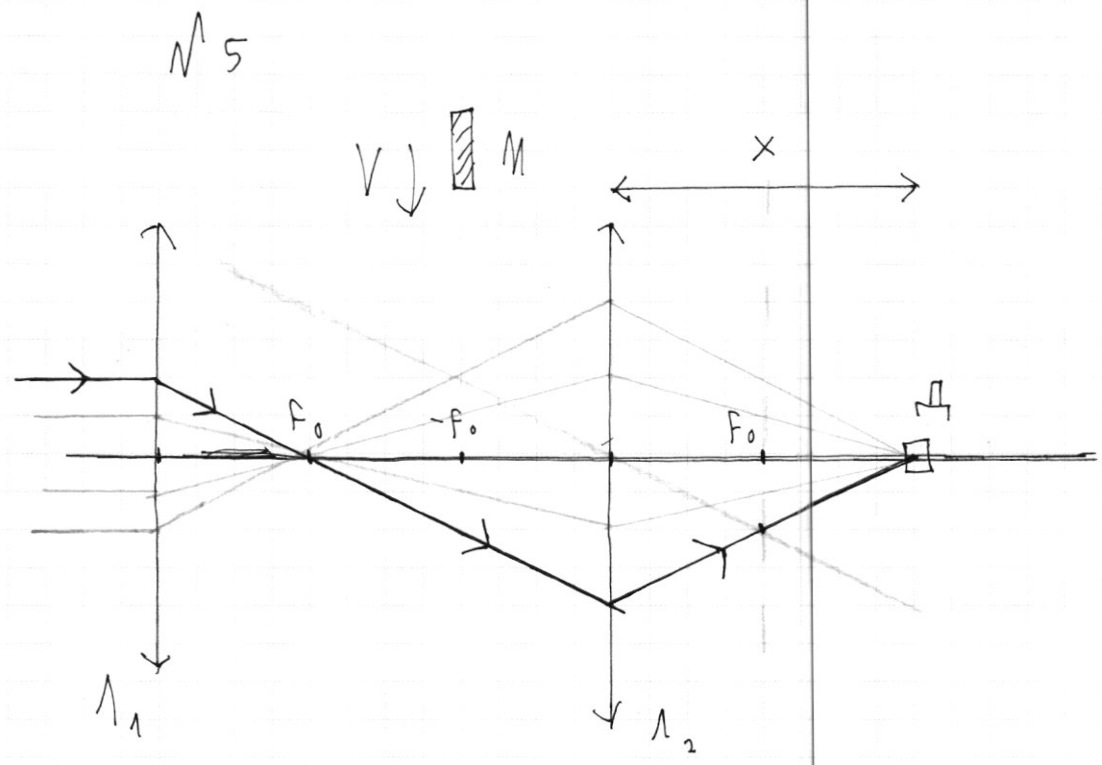
τ_0

$I_1 = \frac{3}{4} I_0$

1) $x = ?$

2) $V = ?$

3) $t_1 = ?$



1) Пучок света, идущий изначально параллельно оси линз, собирается на фокусе F_0 линзы $Л_1$, или на расстоянии $2F_0$ от $Л_2$ (см. рис.)

Запишем формулу тонкой линзы $Л_2$ для точки, в которой собираются лучи:

$$\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{x} = \frac{1}{F_0}; \quad x = 2F_0$$

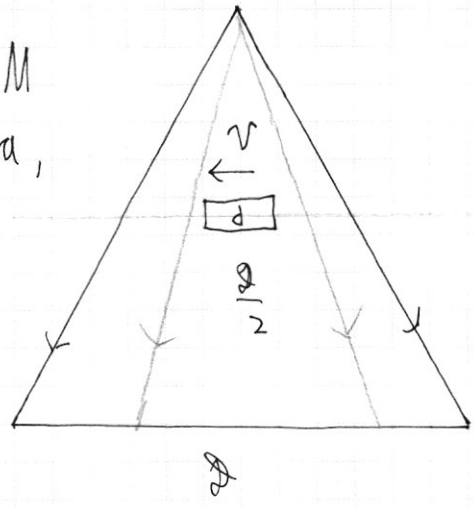
Получается, лучи ~~буду~~ будут фокусироваться на расстоянии $2F_0$ за линзой $Л_2$

2) Заметим, что за период $0 - \tau_0$ камень M частично перекрывал пучок света, а за $\tau_0 - t_1$ полностью

№5

Пусть d – диаметр ~~...~~ мишени М

Тогда, т.к. $I \sim$ мощность света, на периоде $T_0 - t_1$:



$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{\frac{D}{2}}{\frac{D}{2} - d}$$

$$\frac{D}{D - 2d} = \frac{4}{3} \; ; \; d = \frac{D}{8}$$

3) За $0 - T_1$ ~~...~~ мишень М пересекла границу пучка света, а значит прошла расстояние d:

$$d = V \cdot (T_0 - 0)$$

$$V = \frac{d}{T_0} = \frac{D}{8T_0}$$

4) За $T_0 - t_1$ мишень М прошла расстояние, равное $\frac{D}{2} - d$:

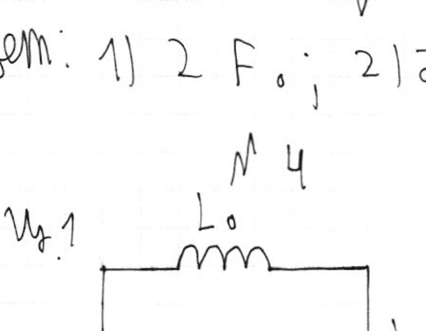
$$\frac{D}{2} - d = V(t_1 - T_0)$$

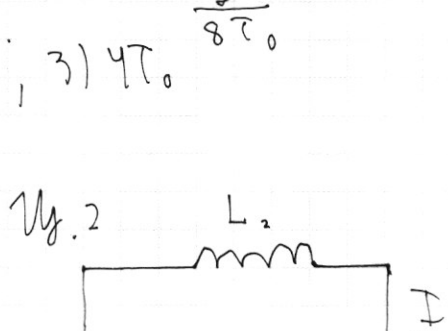
$$t_1 = T_0 + \frac{\frac{D}{2} - d}{V} = T_0 + \frac{\frac{D}{2} - \frac{D}{8}}{\frac{D}{8T_0}} = T_0 + 3T_0 = 4T_0$$

Ответ: 1) $2F_0$; 2) $\frac{D}{8T_0}$; 3) $4T_0$

№4

E
$L_1 = 2L$
$L_2 = L$
C
1) $T = ?$
2) $I_{m1} = ?$
3) $I_{m2} = ?$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4

1) Так как сопротивление диода D равно бесконечности при движении тока по часовой стрелке и нулю при движении против часовой, можно мысленно разделить ~~и~~ колебания на два этапа: в первом индукция цепи равна $L_0 = L_1 + L_2 = 3L$ (послед. соединение катушек), во втором L_2 $(I_1 = 0)$

2) По закону Кирх. для Из 1:

$$\frac{q}{c} + L_0 \cdot \ddot{q} = E = const \qquad (q - \text{заряд на } C)$$

Из этого диф. уравнения следует, что

$$q_t = EC + q_{max} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi); \quad \omega_1 = 1 : \sqrt{L_0 C}$$

Тогда $T_1 = 2\pi\sqrt{L_0 C}$ (ω – цикл. частота колеб.)

3) Для Из. 2 аналогично:

$$q_t = EC + q_{max} \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi); \quad \omega_2 = 1 : \sqrt{L_2 C}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{L_2 C}$$

4) Так как исходные колебания – это половина колебаний Из 1 и половина колебаний Из 2:

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{L_0 C} + \pi\sqrt{L_2 C} = \pi\sqrt{C}(\sqrt{3L} + \sqrt{L}) =$$

$$= \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3} + 1)$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

№ 4

4) Заметим, что $I_1 = I_0$, зн $I_{1m} = I_{0m}$

~~Из пункта~~ Пункт 2:

$q_t = EC + q_{max}\sin(\omega_1 t + \varphi)$

Так как $q(0) = 0$

$q_t = EC - EC \cdot \cos(\omega_1 t)$

$I_{0t} = \dot{q}_t = EC\omega_1 \cdot \sin(\omega_1 t)$

$I_{1m} = I_{0m} = EC \cdot \omega_1 \cdot 1 = EC \cdot \frac{1}{\sqrt{L_0 C}} = E\sqrt{\frac{C}{L_0}} = E\sqrt{\frac{C}{3L}}$

5) Пункт 3:

$q_t = EC + q_{max}\sin(\omega_2 t + \varphi)$

Так как $q(0) = q_{t\,max} = 2EC$

$q_t = EC + EC \cdot \cos(\omega_2 t)$

$I_{2t} = \dot{q}_t = -EC\omega_2 \cdot \sin(\omega_2 t)$

$I_{2m} = |-EC\omega_2| = EC\frac{1}{\sqrt{L_2 C}} = E\sqrt{\frac{C}{L_2}} = E\sqrt{\frac{C}{L}}$

Ответ: 1) $\pi\sqrt{LC}(\sqrt{3}+1)$; 2) $E\sqrt{\frac{C}{3L}}$; $E\sqrt{\frac{C}{L}}$

N 1

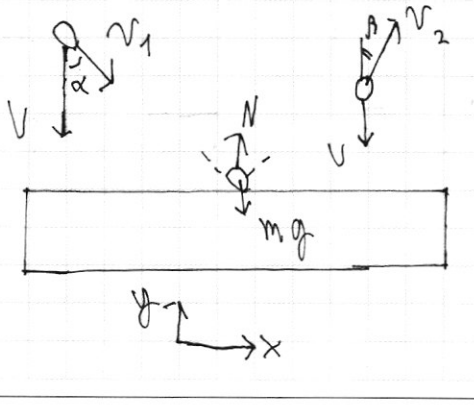
$V_1 = 8$ м/с

$\sin\alpha = \frac{3}{4}$

$\sin\beta = \frac{1}{2}$

1) $V_2 = ?$

2) $V = ?$



Система отсчёта — плита (инерциальная, т.к. $V = const$)

N — сила реакции опоры

m — масса шарика

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

1) Так как сил, действ. на шарик по оси x нет, можно применить закон сохранения импульса по оси x:

$m v_2 \sin\beta - m v_1 \sin\alpha = 0$

$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 8 \cdot \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 8 \cdot \frac{3}{2} = 12$ м/с

2) Для того, чтобы шарик отскочил, должно выполняться условие $v_{2y} \geq 0$

$v_2 \cos\beta - U \geq 0$

$U \leq v_2 \cos\beta = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$

3) Так как при упругом отскоке модуль скорости v_y не может увеличится,

$v_{1y} \geq v_{2y}$

$v_1 \cos\alpha + U \geq v_2 \cos\beta - U$

$2U \geq v_2 \cos\beta - v_1 \cos\alpha$

$U \geq \frac{1}{2}\left(12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}\right) = 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$

Ответ: 1) 12 м/с; 2) от $3\sqrt{3} - \sqrt{7}$ до $6\sqrt{3}$ м/с

№ 2

$\nu = \frac{3}{7}$ моль

$T_1 = 300\,K$

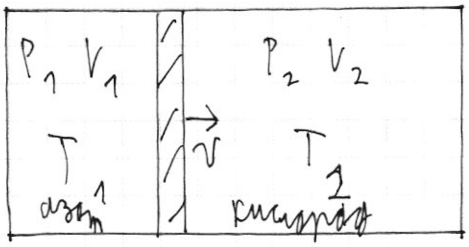
$T_2 = 500\,K$

~~$R = 8{,}31$~~

1) $\frac{V_1}{V_2} = ?$

2) $T' = ?$

3) $Q_1 = ?$



P – давление газов

U – внутр. эн.

A – работа газа

v – скорость поршня

1) В начальном положении $v \approx 0$, поэтому $P_1 = P_2$

По уравнению Менделеева

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu R T_1 \cdot P_2}{\nu R T_2 \cdot P_1} = \frac{T_1}{T_2} = 0{,}6$$

2) Так как сосуд теплоизолирован, $Q_1 = -Q_2$

Также $A_1 = -A_2$

~~Запишем ЗСЭ~~

По закону термодинамики

$$\left.\begin{aligned} +Q_1 &= +A_1 + \Delta U_1 \\ +Q_2 &= +A_2 + \Delta U_2 \end{aligned}\right\} \text{~~складываем~~ суммируем}$$

$$0 = 0 + \Delta U_1 + \Delta U_2$$

$$\Delta U_1 = -\Delta U_2$$

Для двухатомных газов $\Delta U = \frac{5}{2} \nu R \Delta T$:

$$\frac{5}{2} \nu R \Delta T_1 = -\frac{5}{2} \nu R \Delta T_2$$

$$(T' - T_1) = (T_2 - T')$$

$$T' = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400\,K$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

3) Так как процесс изобарный,

$A = p\Delta V = \nu R \Delta T$

Из пункта 2:

$Q_1 = A_1 + \Delta U_1 = \nu R \Delta T_1 + \frac{5}{2}\nu R \Delta T_1 =$

$= \frac{7}{2}\nu R(T' - T_1) = \frac{7}{2}\cdot\frac{3}{7}\cdot 8{,}31\cdot(400-300) =$

$= 1{,}5 \cdot 8{,}31 \cdot 100 = 1246{,}5$ Дж

Ответ: 1) 0,6 ; 2) 400 К ; 3) 1246,5 Дж

№ 3

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

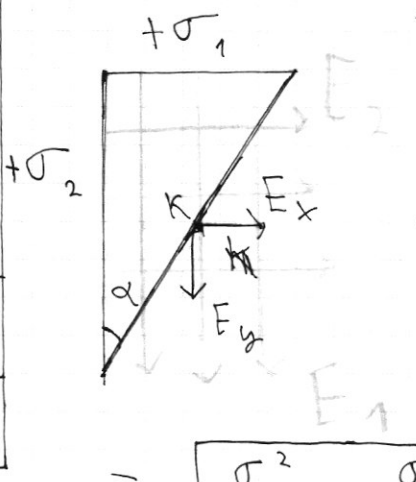
$\sigma_1 = 2\sigma$

$\sigma_2 = \sigma$

2) $\alpha = \frac{\pi}{7}$

1) $E_2 : E_1 = ?$

2) $E_K = ?$



1) Напряженность пластины

$E = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = const$

2) $E_1 = E_y = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$E_2 = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} =$

$= \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\sqrt{2}$

$E_2 : E_1 = \sqrt{2}$ $\quad (\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y)$

3) $E_K = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{\frac{4\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{4+1} =$

$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{5}$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$; 2) $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{5}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

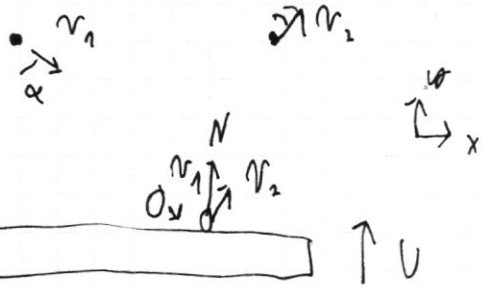
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

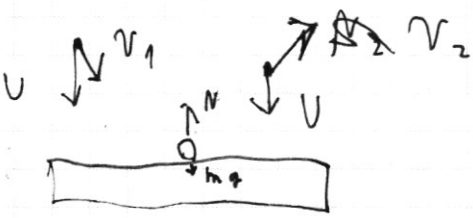


$\cos\alpha = \sqrt{1-\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

ЗСИ X: $v_1 \sin\alpha = v_2 \cdot \sin\beta$

$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 8 \cdot \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} =$

$= 8 \cdot 1{,}5 = 12$ м/с



$v_{1y} \geq v_{2y}$?

$v_1 \cancel{\sin}\cos\alpha + U \geq v_2 \cos\beta - U$

$2U \geq v_2 \cos\beta - v_1 \cos\alpha =$

$= 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}$

$U \geq 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$

1..2 2..3

$v_2 \cos\beta \geq U$

$U \leq 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$

$U \in [3\sqrt{3} - \sqrt{7}; 6\sqrt{3}]$

$m(v_{2y} - v_{1y}) = N_\Delta t$

$v_{2y} = v_{1y} + N_\Delta t$

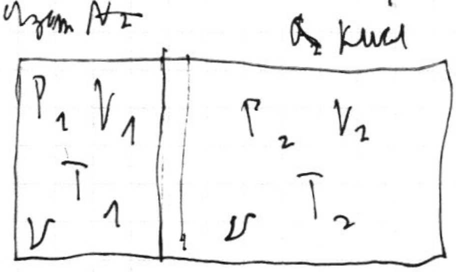
$m_\Delta v_y = m_\Delta v$

$m v_{2y} + m v_{1y} = Nt$

$m v_{2y} + m_{1y} \geq 0$

$m v_{2y} \geq -m_{1y}$

№ 2



p, V — ...

$p_1 = p_2 = const$

$p_1 V_1 = \nu R T_1$

$p_2 V_2 = \nu R T_2$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{500} = 0{,}6$

$+Q_1 = +A_1 + \Delta U_1$ $\quad \Delta U_1 = \Delta U_2$

$-Q_2 = -A_2 + \Delta U_2$

$p_1' V_1' = \nu R T_1'$

$p_2' V_2' = \nu R T_2'$

$T_1' = T_2'$

$p_1' = p_2'$

$V_1' = V_2'$

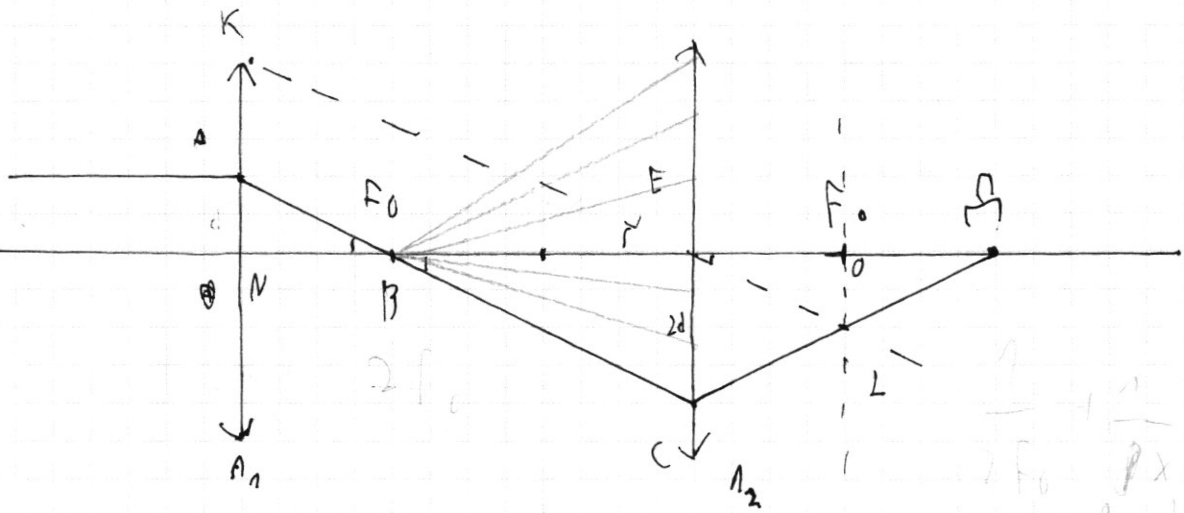
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

№5



1) $EL \parallel AC$, зн $\angle ABN = \angle KEN = \angle OEL$

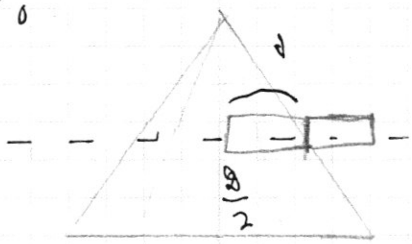
2) $\triangle ABN = \triangle EOL$ (2 ∠ и сторона), зн $OL = AN$

3) $\triangle ABN \sim \triangle CBE$, зн $AN : CE = F_0 : 2F_0 = 1:2$

4) $\triangle ДEC \sim \triangle ДOL$, зн $ДO : ДE = OL : EC = 1:2$

$ДO : (ДO + F_0) = 1:2$ $\quad ДO = F_0$

$\rho(Л_2; Д) = ДO + F_0 = 2F_0$



I $\quad \dfrac{I_0}{I_1} = \dfrac{\frac{D}{2}}{\frac{D}{2} - d}$ $\quad \dfrac{кл}{сек}$ $\quad \dfrac{V}{R}$

$\dfrac{4}{3} = \dfrac{D}{D - 2d}$ $\quad 4D - 8d = 3D$ $\quad d = \dfrac{D}{8}$

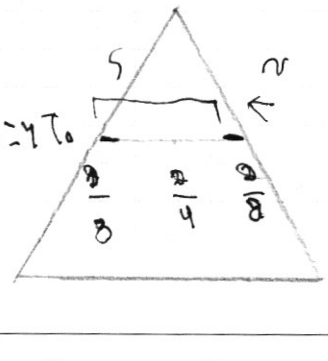
II $\quad \dfrac{16}{9} = \dfrac{D}{D - 2d}$ $\quad 16D - 32d = 9D$ $\quad 32d = 7D$ $\quad d = \dfrac{7}{32}D$

T_0: $v \cdot T_0 = d$ $\quad V = \dfrac{D}{8T_0}$

$S = \dfrac{D}{2} - \dfrac{D}{8} = \dfrac{3}{8}D$

$t_1 - T_0 = \dfrac{S}{v}$

$t_1 = T_0 + \dfrac{\frac{3}{8}D}{v} = T_0 + \dfrac{\frac{3}{8}D \cdot 8T_0}{D} =$



☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

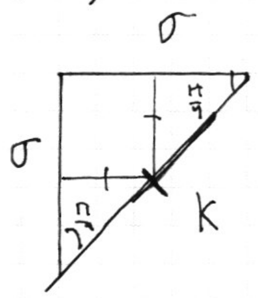
ШИФР

(заполняется секретарём)

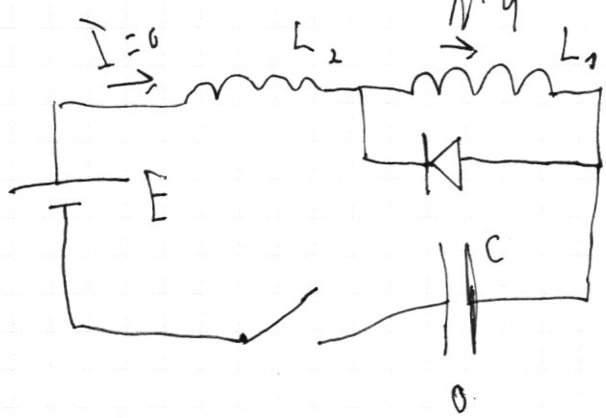
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$



№ 4



$\frac{T_1}{2}$ L_0

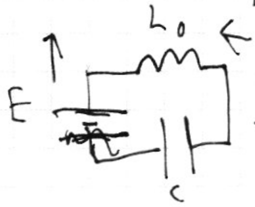
$\frac{T_2}{2}$ L_2

$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$

$I = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$

$\dot{I} = \ddot{q}$

$L_0 = L_1 + L_2$ $\quad I_1 = I_2$ $\quad L_1\frac{I_1^2}{2} + L_2\frac{I_2^2}{2} = L_0\frac{I_0^2}{2}$



$\frac{q}{C} + L_0\ddot{q} = E = const$

~~диф. ур. гарм. колеб.~~

– ~~уравн. гарм. колеб.~~, $T_1 = 2\pi\sqrt{L_0 C}$

$\ddot{q} = -\frac{q}{L_0 C} = -q\omega^2 \quad \omega = \dots$ $\quad T_2 = 2\pi\sqrt{L_2 C}$

$T = \pi\sqrt{L_0 C} + \pi\sqrt{L_2 C} = \pi\sqrt{C}\left(\sqrt{L_0} + \sqrt{L_2}\right) =$

$= \pi\sqrt{C}\left(\sqrt{L_1 + L_2} + \sqrt{L_2}\right) = \pi\sqrt{C}\left(\sqrt{2L + L} + \sqrt{L}\right) =$

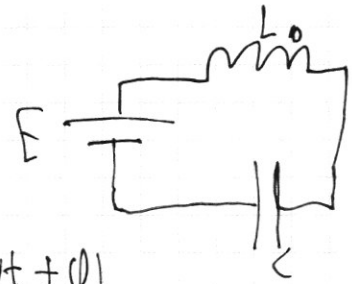
$= \pi\sqrt{2C}\left(\sqrt{3} + 1\right)$

$I_m = max \rightarrow \dot{I} = 0, \quad V_1 = V_2 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$U_c = E$



$I_{m_1} = I_{m_0}$

$q(t) = EC + q_A \sin(\omega_1 t + \varphi)$

$q(0) = 0$, зн $\quad q(t) = EC - EC\cdot\cos(\omega_1 t)$

$I(t) = \dot q(t) = (-EC\cdot\cos(\omega_1 t))' = EC\cdot\omega_1 \sin\omega_1 t$

$I_{max} = EC\cdot\omega_1 = EC\cdot\frac{1}{\sqrt{L_0 C}} = E\sqrt{\frac{C}{L_0}} = E\sqrt{\frac{C}{3L}}$

$I_{m_2} = EC\cdot\omega_2 = \cancel{EC\cdot 1}\; E\sqrt{\frac{C}{L_2}} = E\sqrt{\frac{C}{L}}$

$P_1 = \nu R \frac{T_1}{V_1}$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times\; 1{,}5 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 1246{,}5 \end{array}$$

415,5