

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

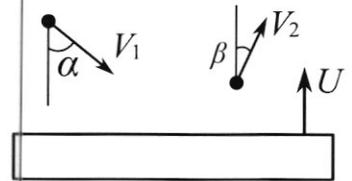
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

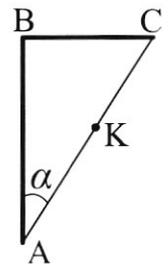


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

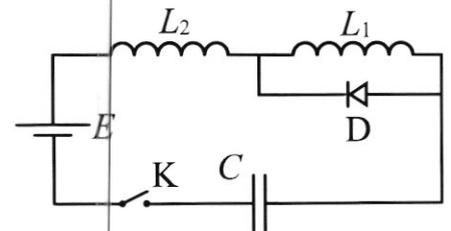
- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



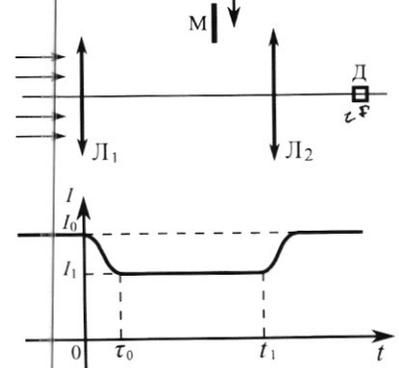
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L, L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$V_1 = 8 \text{ м/с}$$

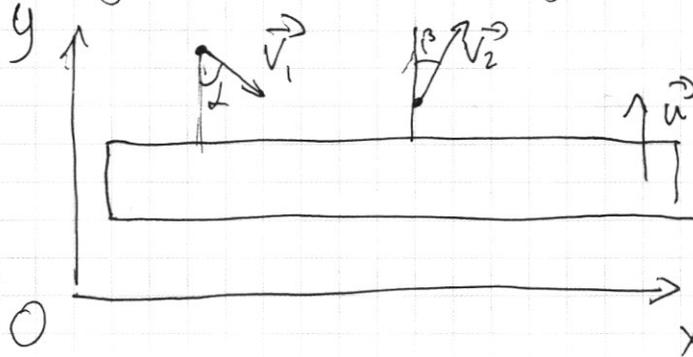
$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

1) V_2 - ?

2) μ - ?

1) ^{№1} Введём ось Ox и Oy .
~~Итак все силы~~

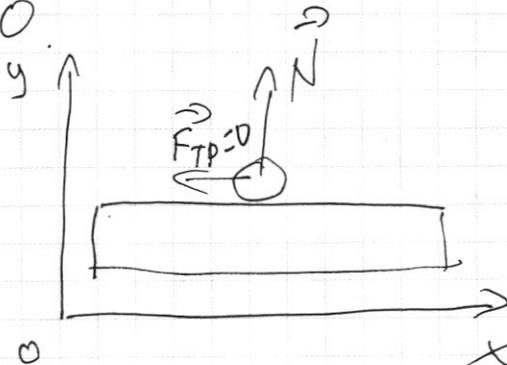
Заметим, что на шарик не действует горизонтальных сил вдоль Ox .



Сил вдоль ~~горизонталя~~ Ox нет, т.к.

$M = 0$ (ГЛАВНАЯ горизонтальная пов-ть, контакт условен)

$\Rightarrow F_{тр} = 0$



Значит горизонтальная составляющая скорости осталась такой же, что и в начале. V_{1x} - горизонтальная сост. скорости перед ударом

$$V_{1x} = |V_1| \sin \alpha$$

V_{2x} - горизонтальная сост. скорости после удара.

$$V_{2x} = |V_2| \sin \beta$$

$$|V_2| = \frac{|V_1| \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{8 \text{ м/с} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 12 \text{ м/с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

u $u \leq V_{2y}$ т.к. иначе лодка будет двигаться
вдоль Oy быстрее шара, что невозможно.

$$V_{2y} = V_2 \cos \beta = V_2 \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{\frac{3}{4}} V_2 = \frac{V_2 \sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ м/с}$$

$$V_{1y} = V_1 \cos \alpha = V_1 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{\frac{7}{16}} V_1 = \frac{V_1 \sqrt{7}}{4} = \frac{8 \text{ м/с} \sqrt{7}}{4} =$$

$$= 2\sqrt{7} \text{ м/с}$$

$$\frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2} < u \leq V_{2y} = 6\sqrt{3} \text{ м/с}$$

~~$$3\sqrt{3} - 2\sqrt{7} < u \leq 6\sqrt{3}$$~~

Ответ: 1) $V_2 = 12 \text{ м/с}$

2) $3\sqrt{3} - 2\sqrt{7} < u \leq 6\sqrt{3}$
 $\sqrt{2}$

Дано:

$$\nu = 3/7 \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ К}$$

$$T = 500 \text{ К}$$

$$C_V = \frac{5R}{2}$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$$

V_N - объём азота в начале

V_O - объём кислорода в начале

$T_{\text{уст}}$ - установившаяся температура

ΔQ - переданная теплота от кислорода к азоту

$$1) PV_N = \nu RT_1, \quad PV_O = \nu RT_2$$

P равно, т.к. газы находятся

в состоянии равновесия.

$$\frac{V_{N1}}{V_{N0}} = ?$$

$$2) T_{\text{уст}} = ? \quad 3) \Delta Q = ?$$

$$p = \frac{\nu R T_1}{V_N}$$

$$p = \frac{\nu R T_2}{V_0}$$

$$\frac{\nu R T_1}{V_N} = \frac{\nu R T_2}{V_0}$$

$$\frac{V_N}{V_0} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300 \text{ K}}{500 \text{ K}} = \frac{3}{5} = 0,6$$

2) Заметим, что система ~~закрыта~~ замкнута, а процесс изотерм без ~~трения~~ трения $\Rightarrow E = \text{const}$
 E — энергия системы. Тогда посчитаем E в начале и в конце.

Рассчитаем энергию азота отдельно в ~~каждый~~ каждый момент времени. E_{N1} — энергия азота в ^(мгновенно) начальный момент времени. Переместим азот ~~в~~ в отдельный резервуар с толстыми стенками, и ~~он~~ охладим до абсолютного нуля. Найдем сколько энергии он отдал.

$$E_{N1} = \nu C_{v, N} (T_1 - 0) = \nu C_{v, N} T_1$$

То же самое сделаем для кислорода.

E_{O1} — энергия кислорода в начале

$$E_{O1} = \nu C_{v, O} (T_2 - 0) = \nu C_{v, O} T_2$$

То же самое сделаем для кислорода и азота после установившегося темп. равновесия:

E_{O2} — энергия кислорода в конце

E_{N2} — энергия азота в конце

$$E_{O2} = \nu C_{v, O} (T_{\text{уст}} - 0) \quad E_{N2} = \nu C_{v, N} (T_{\text{уст}} - 0)$$

$$E_{O2} + E_{N2} = E_{O1} + E_{N1} \quad \nu C_{v, O} (T_1 + T_2) = \nu C_{v, O} 2 T_{\text{уст}}$$
$$T_{\text{уст}} = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ K} \quad \frac{300 \text{ K} + 500 \text{ K}}{2} = 400 \text{ K}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Заметим, ~~что~~ что $\Delta Q = E_{N_2} - E_{N_1} + A$
 A - работа газа, совершённая газом (вытеснение поршня)

Докажем, что давление постоянно.

T_k, T_n - начальные температуры, которые имеют
 O_2 и азота.

V_k, V_n - соответствующие начальные объёмы этих
 O_2 и азота.

$$V_k P = V_n R T_k \quad P = \frac{V_n R T_k}{V_k} = \frac{V_n R T_n}{V_n} \quad \frac{T_k}{V_k} = \frac{T_n}{V_n}$$

Также можно заметить, что рассуждения
 справедливы и в обратном направлении
 где T_1 и T_2 . $T_{уст} = \frac{T_n + T_k}{2}$

Заметим, где уст. формула: $V_{уст} P' = V R T_{уст}$
 $P' = V R \frac{T_k + T_n}{2} / V_{уст}$

$V_{уст}$ - установившееся. $V_{уст} = \frac{V_n + V_k}{2}$

$$P' = V R \frac{T_k + T_n}{V_k + V_n}, \text{ очевидно, что } T.к. \frac{T_k}{V_k} = \frac{T_n}{V_n},$$

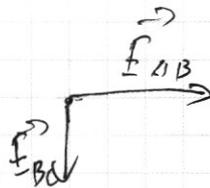
$$\text{то } P' = P \Rightarrow P = const$$

Значит $A = P \Delta V$
 $\Delta V = V_{уст} - V_n \quad V_{уст} = \frac{V_0 + V_n}{2}$ ΔV - изменение объёма газа.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⇒ Поле можно считать и вычесть сумму векторов \vec{E}_{AB} и \vec{E}_{BC} соотв. E_{AB} - поле от AB

E_{BC} - поле от BC



$$|\vec{E}_{BC}| = E \cdot 2L \quad |\vec{E}_{AB}| = E \cdot (\pi - 2L)$$

$$L = \frac{\pi}{4}$$

$$|\vec{E}_{BC}| = \frac{E}{2} \pi \quad |\vec{E}_{AB}| = E \cdot (\pi - \frac{\pi}{2})$$

$$|\vec{E}_{AB}| = \frac{E}{2} \pi$$

$$E_1 = |\vec{E}_{BC}| = \frac{E}{2} \pi \quad E_2 = |\vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}| = \frac{\sqrt{2} E}{2} \pi$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$$

2) Время как угол зрения Как известно

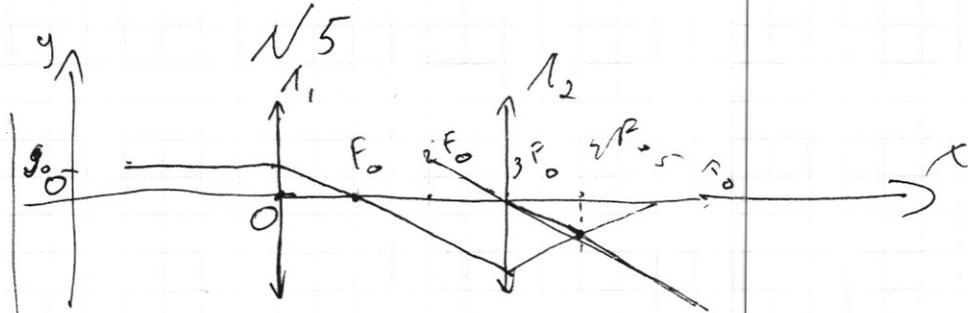
$$E_{\perp} = \odot \otimes K$$

E_{\perp} - поле от ~~каждой~~
 величина перп. поле от
 каждой из ~~плотности~~ ~~зарядов~~
 \otimes \odot ~~плотности~~ ~~зарядов~~
 \otimes \odot , которые видны из ^{нашей} точки
 под телесным углом \odot .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:
Рисунок.
 F_0, p, T_0
График
 $I_1 = \dots 3T_0/4$

Найти
 ΔD - ?
 v - ?
 f_1 - ?



Найти точку, через которую будет проходить ~~любая~~ любая промежуточная луч через обе линзы.

Пусть луч унац на L_1 на высоте y_0 от оптической оси системы, тогда, т.к. луч \parallel гл. опт. оси

он пройдет через фокус линзы L_1 (точку F_0). На линзе L_2 он упадет на координате $-2y_0$ по оси Oy , т.к. расстояние от L_1 до F_0 в 2 раза меньше, чем от L_2 до F_0 . Чтобы найти куда упадет луч дальше построим прямую проходящую через опт. центр L_2 ~~и~~ параллельную лучу, и найти её координата по оси Oy в точке F_0 (точка фокуса L_2) это будет $-y_0$. Поэтому что она \parallel нашей лучу, а у него угол наклона $\arctg(\frac{y_0}{2F_0})$ тангенс

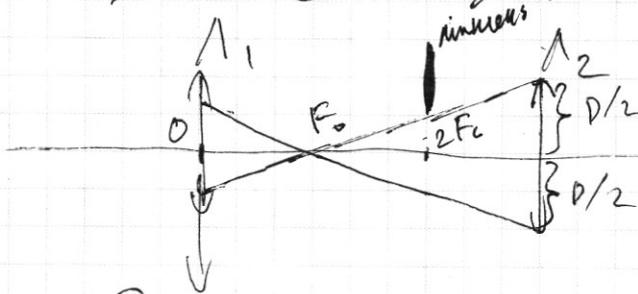
наклона $\frac{-y_0}{F_0}$ т.к. стартует она из точки $(0, y_0)$, а пройдёт фокус 1-й линзы в точке $(F_0, 0) \Rightarrow \text{tg} = \frac{0 - y_0}{F_0 - 0} = \frac{-y_0}{F_0}$.

Теперь строим прямую по точкам $(3F_0, -2y_0)$ и $(4F_0, -y_0)$ она пересечётся с гл. оптической осью в точке $(5F_0, 0)$
 \Rightarrow расстояние от фокуса всех лучей $\Delta_2 = 5F_0 - 3F_0 = 2F_0$.

Если что-то не понятно смотрите рисунок на предыдущей странице.

2) Найдём диаметр ~~лучей~~ пучка.

Заметим, что все ~~лучи~~



Здесь нарисованы главные лучи, которые попадут на

детектор. Довольно тем, что они распределены равномерно. Заметим, что они распределены равномерно в том, где они приходят. Также заметим, что то сечение, которое ~~уже~~ пересечет диаметр, уже лучей симметрично с ~~уже~~ переверотом той же стороны, где они приходят. А т.к. мы переверот не симметрично не затрагивают интенсивность, то интенсивность будет распределена

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

радиально. Заметит световой поток и тогда будет
просто пропорция ослабевает все закрывает и т.д.

Покажем что изада меньше в сечении микрометра =
= $\pi \left(\frac{D}{4}\right)^2$, т.к. там диаметр в 2 раза меньше
диаметра миксы (ср. миксы 2-мм). \Rightarrow

$\Rightarrow k \pi \left(\frac{D}{4}\right)^2 = I_0$ k - коэффициент

$$k \left(\pi \left(\frac{D}{4}\right)^2 - \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \right) = I_1$$

d - диаметр миксы.

$$\frac{k \left(\pi \left(\frac{D}{4}\right)^2 - \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \right)}{k \pi \left(\frac{D}{4}\right)^2} = \frac{I_1}{I_0}$$

$$\frac{\frac{D^2 - 4d^2}{16}}{\frac{D^2}{16}} = \frac{3}{4}$$

$$1 - 4 \left(\frac{d}{D}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{d^2}{D^2} = \frac{1}{16} \quad d = \frac{D}{4}$$

Заметим, что миксы прошли расстояние равное
своему диаметру за время τ_0 . \Rightarrow

$$\Rightarrow v \tau_0 = d = \frac{D}{4} \quad v = \frac{D}{4\tau_0}$$

Заметим, что за время t_1 толщина (передний край толщины) вв. прошла диаметр сечения светового потока, в рассматриваемой катушке, следовательно это есть диаметр ротора (было указано ранее),

$$t_1 = \frac{D}{2} / v = \frac{D}{2} / \frac{D}{4\tau_0} = 2\tau_0$$

- Ответ:
- 1) $2F_0$
 - 2) $\frac{D}{4\tau_0}$
 - 3) $2\tau_0$

Дано:

$L_1 = 2L$

$L_2 = L$

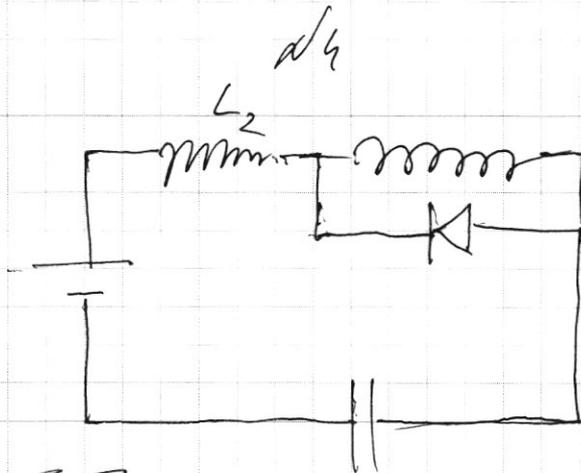
C

E

$T - ?$

$I_{m1} - ?$

$I_{m2} - ?$



~~Заметим $\frac{D}{4\tau_0}$ правильно~~

Рассмотрим эту схему по другому.

~~Пусть в начальный момент времени~~

Пусть у нас нет батарейки, но в начальный момент времени конденсатор заряжен ~~на E~~ до напряжения E (+ и - в ту же сторону, что и у батарейки). Попробуем по нему ~~это~~ найти ~~силы~~ закона. Рассмотрим ~~напряжение~~ сумму напряжений на батарейке и

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

конденсатора в момент времени t .

Пусть за это время ~~пройдёт~~ через катушку

прошёл заряд q . Тогда $\Delta\varphi = E - \frac{q}{C}$

а в случае с заменой:

$$\Delta\varphi = \frac{q - q}{C}, \text{ при том } \frac{q}{C} = E$$

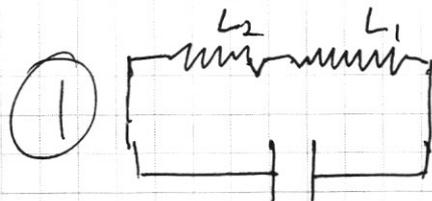
$$\Delta\varphi = E - \frac{q}{C} \Rightarrow \text{замени равносильное}$$

q - начальный заряд конденсатора.

Т.к. элементы идеальные, то напряжение

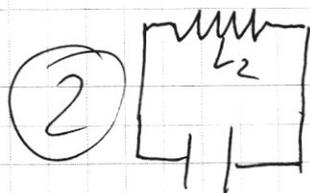
в любой точке = 0. \Rightarrow когда ток течёт в

сторону:



, а когда

против часовой, то такое:



. Тогда период колебаний

во в нашей контуре равен полусумме периодов

колебаний в контурах ① и ②.

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

T_1 - период в контуре ①

T_2 - период в контуре ②

ИЗ как известно:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{CL_1} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{C(L_1+L_2)}$$

$$T = \frac{2\pi\sqrt{C} \cdot (\sqrt{L_1} + \sqrt{L_1+L_2})}{2} = \pi\sqrt{C}(\sqrt{L_1} + \sqrt{L_1+L_2})$$

2) Заметим, что через L_1 ток не течёт в обратном направлении. \Rightarrow ток с максимальной силой будет течь через неё, когда она в первом направлении.

Заметим, что ~~через~~ на L_1 нет напряжения, когда ток ~~через~~ течёт против часовой стрелки $\Rightarrow I=0$ в это время \Rightarrow ток когда он течёт по часовой стрелке на L_1 , тем когда против часовой.

Заметим, что ~~$I_{M1} = \frac{E}{C(L_1+L_2)} = \frac{E}{(L_1+L_2)C} = \frac{E}{L_1+L_2}$~~

I_{max} в системе CL будет равно:

$$I_{max} = \omega \Phi = \sqrt{\frac{1}{CL}} \Phi$$

Примем к нашей ситуации;

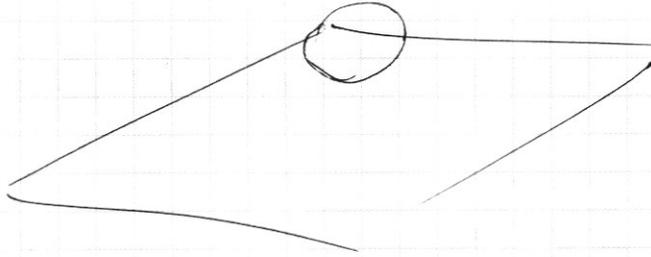
$$I_{M1} = \sqrt{\frac{1}{C \cdot (L_1+L_2)}} \Phi = \frac{E}{\sqrt{L_1+L_2}}, \text{ т.к. } \Phi = CE$$

Для I_{M2} рассмотрим оба случая.

$$\textcircled{1} I_{M2} = \Phi \sqrt{\frac{1}{C(L_2+L_1)}} \quad \textcircled{2} I_{M2} = \Phi \sqrt{\frac{1}{CL_2}}$$

Очевидно, что $\textcircled{2}$ больше $\Rightarrow I_{M2} = \Phi \sqrt{\frac{1}{CL_2}} = E \sqrt{\frac{E}{L_2}}$ Ответ: 1) $\frac{E}{\sqrt{L_1+L_2}}$ 2) $E \sqrt{\frac{E}{L_2}}$ 3) $E \sqrt{\frac{E}{L_2}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



0

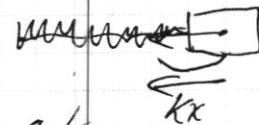
~~q~~



~~q~~

~~q~~

$$\Phi = 2ES \quad q = zS$$



$$\Phi(q) = \frac{kq}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = 4\pi qk$$

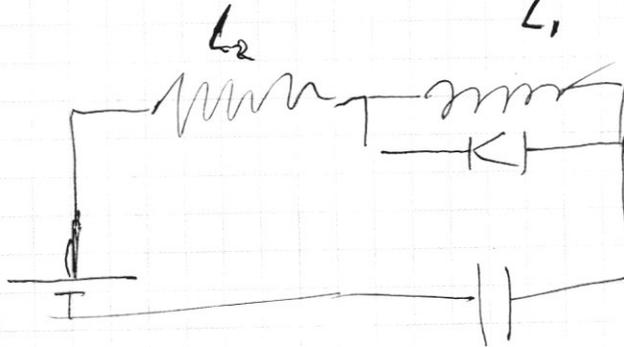
$$\Phi = 4\pi z k = zE$$

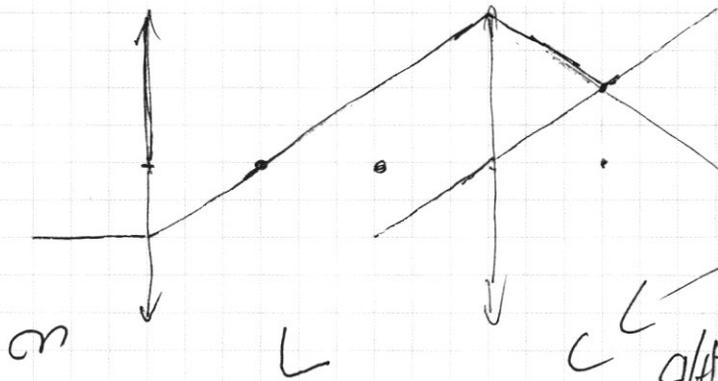
$$2\pi z k$$

$$E = 2L\dot{I} + L\ddot{I} + \frac{q}{C}$$

~~q = zCk~~

$$q + 3L\ddot{q} - EC = 0$$





$$CU = q$$

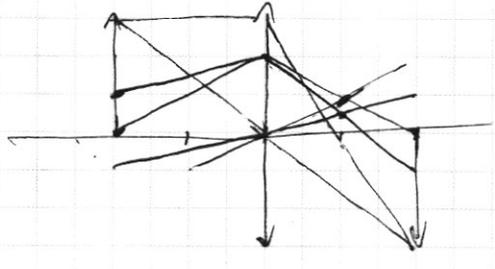
$$B \cdot \frac{A \cdot C}{B} = A \cdot C$$

$$B = \frac{A}{C} \cdot \frac{B \cdot C}{A}$$

$$C \frac{q(t)}{L} + \frac{L}{C} \ddot{q}(t) = 0$$

$$C \cos(\omega t) - \frac{L}{C} C \omega^2 \cos(\omega t) = 0$$

$A \cos \omega t$
 $A \sin \omega t$

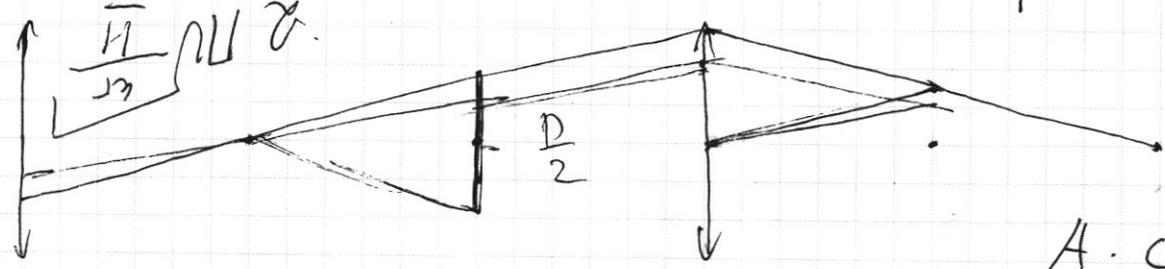
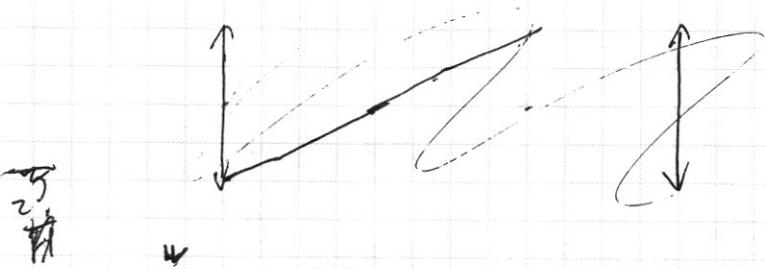


$$1 - \frac{L}{C} \omega^2 = 0$$

$$C - L \omega^2 = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{C}}$$

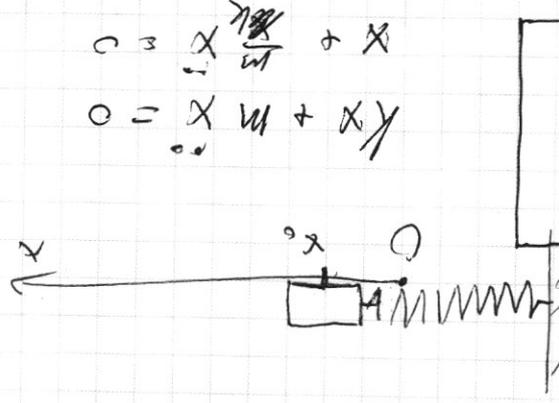


$$0 = X \frac{m}{L} + X$$

$$0 = X m + X L$$

$$\frac{A \cdot C}{B}$$

$$\frac{L}{X m + X L}$$



$$X = \sqrt{\frac{L}{m}}$$

$$K X^2 = \frac{m L}{2}$$