

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

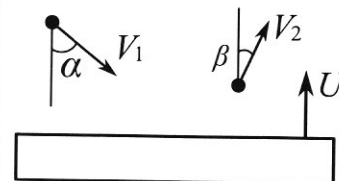
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

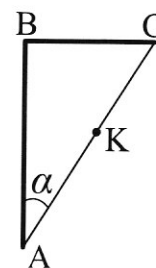


- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

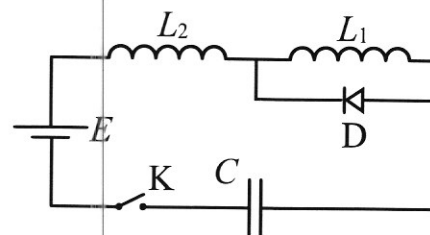
- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



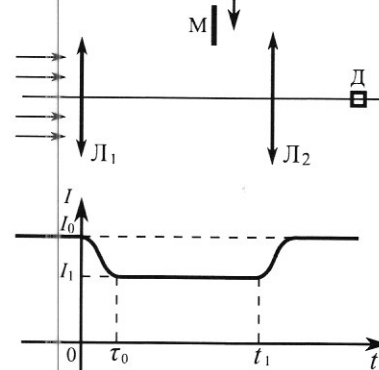
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.

Дано:

$$V_{N_2} = V_{O_2} = \frac{3}{47} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ К}$$

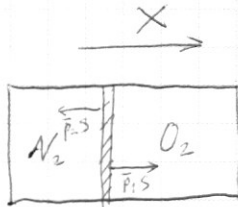
$$T_2 = 500 \text{ К}$$

$$C_V = \frac{5R}{2}$$

Найти: $\frac{V_{O_2}}{V_{N_2}} = ?$

$T_{\text{уст}} = ?$

$Q_{\text{пер}} = ?$



1) В начальный момент времени поршень неподвижен, ускорения нет. Значит, по $23 \text{ М}^4 \text{ см}$, ^{в проекции на ось X} идёт выталкивание на поршень, ~~сил~~ равны по модулю и противоположны по направлению

$$p_1 S = p_2 S$$

$$p_1 = p_2$$

По 3-му Менделеева-Клапейрона

$$V_{N_2} p_1 = \nu_{N_2} R T_1, \quad V_{O_2} p_2 = \nu_{O_2} R T_2$$

$$\frac{\nu_{N_2} R T_1}{V_{N_2}} = \frac{\nu_{O_2} R T_2}{V_{O_2}}$$

$$\frac{T_1}{V_{N_2}} = \frac{T_2}{V_{O_2}}$$

$$\frac{V_{O_2}}{V_{N_2}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{3}.$$

2) Рассмотрим систему $N_2 + O_2$. Так как работа, совершаемая над газом, равна по модулю и противоположна по знаку (во все моменты времени ~~поршень~~ поршень движется медленно, тогда его ускорение можно принять равным 0, тогда $p_1^* = p_2^*$ во все процессы (если p_1^* и p_2^* давление в произвольный момент времени);

$\Delta V_1 = -\Delta V_2$; поэтому $A_1 = -A_2$, внутренняя энергия газов сохраняется.

Обозначим установившуюся температуру за $T_{уст}$.

$$U_{\text{возд}} = \frac{5}{2} \nu_{O_2} \cdot R \cdot T_2 + \frac{5}{2} \nu_{N_2} R T_1$$

$$U_{\text{возд}} = \frac{5}{2} \nu R T_{уст} \cdot 2$$

$$\frac{5}{2} \nu R (T_1 + T_2) = \frac{5}{2} \cdot 2 \nu R T_{уст}$$

$$T_{уст} = 400 \text{ K}$$

3) Для азота:

$$Q = A + \Delta U$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \nu R (T_{уст} - T_1)$$

$$A = p \cdot \Delta V$$

Давление азота в кон. момент: $\frac{\nu R T_1}{\frac{2}{3} V_{\text{возд}}} = \frac{5}{3} \frac{\nu R T_1}{V_{\text{возд}}}$

в кон. момент: $\frac{\nu R T_{уст}}{\frac{1}{2} V_{\text{возд}}} = 2 \frac{\nu R \cdot \frac{4}{3} T_1}{V_{\text{возд}}} = \frac{8}{3} \frac{\nu R T_1}{V_{\text{возд}}}$

Как менялось давление газов? Рассмотрим произвольный момент времени.

$$p_1^* = \frac{\nu R T_1^*}{V_1^*} \quad p_2^* = \frac{\nu R T_2^*}{V_2^*}$$

Примем $V_1^* + V_2^* = \text{const}$, $T_1^* + T_2^* = \text{const}$, $p_1^* = p_2^*$

Пусть $T_1^* + T_2^* = T_{\text{возд}}$, $V_1^* + V_2^* = V_{\text{возд}}$

$$p_1^* = \frac{\nu R T_1^*}{V_1^*}, \quad \frac{T_{\text{возд}} - T_1^*}{V_{\text{возд}} - V_1^*} = \text{const} = \frac{T_1^*}{V_1^*}$$

$$T_{\text{возд}} V_1^* - T_1^* V_1^* = T_{01} V_{\text{возд}} - T_1 V_1^*$$

$$T_{\text{возд}} V_1^* = T_1 V_{\text{возд}}$$

$$T_1^* = T_{\text{возд}} \cdot \frac{V_1^*}{V_{\text{возд}}}$$

$$p_1^* = \frac{\nu R T_{\text{возд}}}{V_{\text{возд}}}$$

Выводит, давление постоянно, процесс можно считать изобарным.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q = A + \Delta U$$

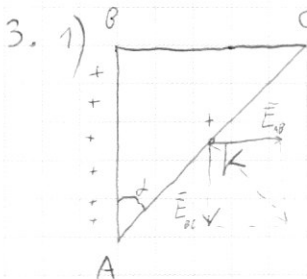
$$Q = p \Delta V + \frac{5}{2} \nu R \Delta T$$

$$Q = \nu R \Delta T + \frac{5}{2} \nu R \Delta T = \frac{7}{2} \nu R \Delta T = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{7} \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 100 \text{ К} =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 100 \text{ Дж} = 1246,5 \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} 8,31 \quad | \quad 2 \quad \times \quad 4,155 \\ \hline 8 \quad \quad \quad | \quad 4,155 \\ \hline 34 \\ \hline 2 \\ \hline 11 \\ \hline 10 \\ \hline 1 \\ \hline 14 \end{array}$$

Ответ: 1) $\frac{3}{5}$ 2) 400 К 3) 1246,5 Дж



Дано: $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$
 $\alpha = \frac{\pi}{4}$

Найти:

$$\frac{E^*}{E} - ?$$

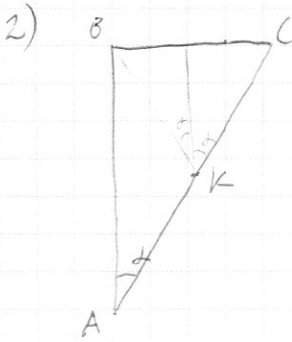
По принципу суперпозиции электрических полей суммарная напря-
женность в точке равна векторной сумме напряженностей.

Таким образом, если зарядить и пластину АВ с такой же поверх-
ностной плотностью, вектор напряженности с ее стороны будет такой же, т.к.

расстояние от нее до заряда точки К ~~одинаково~~ такое же, как от ВС;

$$\vec{E}_{\text{общ}} = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$$

$$E_{\text{общ}} = E_{AB} \sqrt{2}$$



$$b = \frac{a}{5}$$

$$\frac{S_{AB}}{S_{BC}} = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{7}$$

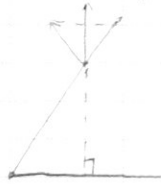
Пусть расстояние от AB до K равно r ,

тогда расстояние от BC до K равно

$$r \cdot \operatorname{ctg} \alpha = r \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{7}$$

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

Пусть со стороны бесконечно малого участка пластины ^{с зарядом dq} действует напряженность dE , расстояние от пластины до точки обозначим L .



Очевидно, в таком случае, если концы пластины находятся на одинаковом расстоянии от точки, вектор напряженности этой

точки, обусловленный этой пластиной, будет ей перпендикулярен, так как, пластины

если рассмотреть любые две точки на одинаковом расстоянии от перпендикуляра и сложить векторы их напряженности, параллельная пластине составляющая одной будет равна по модулю и противоположна по направлению другой.

Сумма их перпендикулярных составляющих при угле отклонения α будет равна $2 \cdot \frac{k \sigma b}{L^2} \cos^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha \cdot \frac{k(\sigma b)^2}{L^2}$

Каждая сумма для всей длины пластины со стороны BC, где α меняется от 0 до $\frac{\pi}{7}$, а $\frac{k(\sigma b)^2}{L^2}$

$\cos^2 \alpha$ изменяется от 1 до $\cos^2 \frac{\pi}{7}$

$$2 \frac{k(\sigma b)^2}{L^2} \int_{\cos \frac{\pi}{7}}^1 x = 4 \cdot 2 \frac{k \sigma}{L} \cdot \cos \frac{\pi}{7} = -8 \frac{k \sigma}{L} \cos \frac{\pi}{7} + 8 \frac{k \sigma}{L^2} = 8 \frac{k \sigma}{L}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

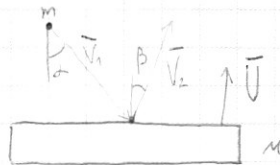
1. Дано:

$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

$$V_1 = 2$$

$$U = 2$$



Рассмотрим упругий удар

Плита массивная, ее масса $M \gg m$ (масса шарика), поэтому

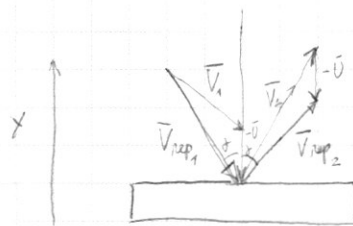
ее приблизительно можно считать *инерциальной*

можно перейти в ее систему отсчета (из-за парадокса большого тела)

Там она не будет двигаться, а угол падения шарика будет равен

углу ~~отражения~~ отскока шарика, т.к. в ИСО выполняется ЗСЗ, если внешние силы,

действующие на систему, можно пренебречь.



Обозначим ^{модуль} скорости шарика до и после отскока в ИСО плиты $V_{\text{пер}1}$ и $V_{\text{пер}2}$.
векторы скорости - $\vec{V}_{\text{пер}1}$ и $\vec{V}_{\text{пер}2}$.

Тогда из ЗСЗ:

$$\vec{V}_1 - \vec{U} = \vec{V}_{\text{пер}1}$$

$$\vec{V}_2 - \vec{U} = \vec{V}_{\text{пер}2}$$

Обозначим угол, под которым шарик упал на плиту в ИСО плиты, за γ .

Тогда по геометрическим соображениям

$$V_1 \sin \alpha = V_{\text{пер}1} \sin \gamma$$

$$V_2 \sin \beta = V_{\text{пер}1} \sin \gamma$$

$$V_2 \sin \beta = V_1 \sin \alpha$$

$$V_2 = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{8 \text{ м/с} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 12 \text{ м/с};$$

$$V_{\text{пер}1} \cos \gamma = V_2 \cos \beta - U$$

$$V_{\text{пер}1} \cos \gamma = V_1 \cos \alpha + U$$

$$V_2 \cos \beta - V = V_1 \cos \alpha + V$$

$$V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha = 2V$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{16-9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$2V = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ м/с} - 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} \text{ м/с} = (6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}) \text{ м/с}, \quad V = (3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \text{ м/с}$$

Рассмотрим неупругий удар. Все след можно перейти в ИСО плиты; выполняется ЗСИ для шарика, по ЗСИ $V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta$; $V_2 = 12 \text{ м/с}$.

Теперь при ударе теряется энергия, то есть в проекции на ось X нельзя записать з-ны сохранения, скорость V определить нельзя.

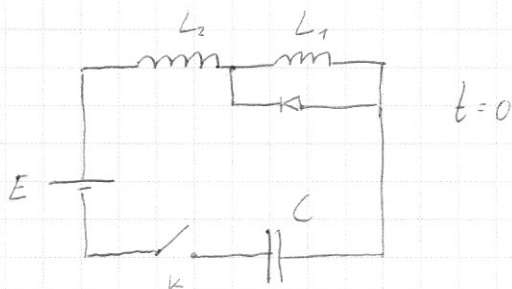
Однако очевидно, что она не может быть больше, чем $V_2 \cos \beta$ по модулю.

$$V_2 \cos \beta = 6\sqrt{3};$$

Минимальная \bar{U} при упругом ударе, поэтому

2) Ответ: от $(3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \text{ м/с}$ до $6\sqrt{3} \text{ м/с}$, 1) 12 м/с

4)



Дано:

$$L_1 = 2L$$

$$L_2 = L$$



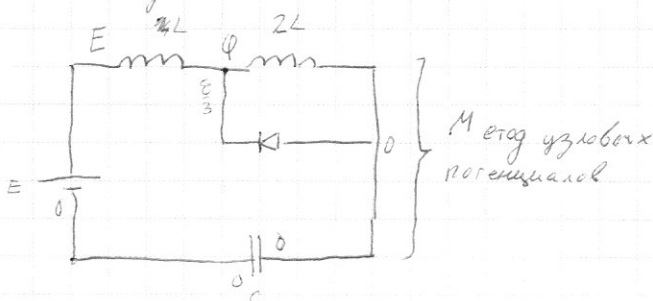
$T = ?$

$I_{M_1} = ?$

$I_{M_2} = ?$

В нач. момент конденсатор разряжен,

тока в катушках нет.



Ток через катушки скачком

не меняется, заряд на конденсаторе - тоже

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ток ^{через катушки} ~~начинает~~ ^{предположим,} возрастать; ^{через диод} тока нет, т.е. $\varphi > 0$.

Поэтому в катушках ток возрастает с одинаковой скоростью в начальный момент времени (по закону сохранения заряда $I_{L_2} = I_{L_1}$,

$$I_{L_2}' = I_{L_1}'). \quad U_{L_2} = LI', \quad U_{L_1} = 2LI' \quad ; \quad U_{L_1} = 2U_{L_2}, \text{ тогда}$$

$$\mathcal{E} - \varphi = \varphi \cdot 2$$

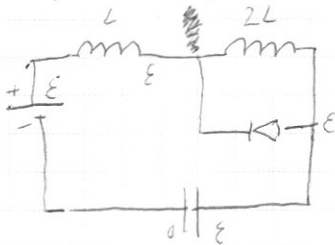
$$3\varphi = \mathcal{E}$$

$$\varphi = \frac{\mathcal{E}}{3}$$

$\varphi > 0$, предположение верно.

Рассмотрим момент, когда ток на катушках становится максимальным.

Тогда напряжение на них равно 0; работа источника равна $C\mathcal{E}^2$.



Резисторов нет, ток через диод пока что не идет (рассм. момент, когда напряжение на нем близко к 0, но еще не 0)

$$A = \Delta W$$

$$C\mathcal{E}^2 = \frac{2LI^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \mathcal{E} \frac{3LI^2}{2}$$

$$I = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{C\mathcal{E}^2}{L}}$$

Рассм. момент, когда ток начинает течь через диод.

~~Так как~~ когда ^{конденсатора} напряжение на катушке максимальное, тогда ~~высчитываем~~

Один "период" проходит, когда диод закрыт и $L_{\text{обш}} = 3L$

Другой - когда диод открыт и $L_{\text{обш}} = L$.

Их сумма и будет периодом.

$$T = 2\pi\sqrt{4LC} = 4\pi\sqrt{LC}$$

Ответ: 1) $4\pi\sqrt{LC}$ 2) $\sqrt{\frac{2}{3} \frac{C\mathcal{E}^2}{L}}$

Korga

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

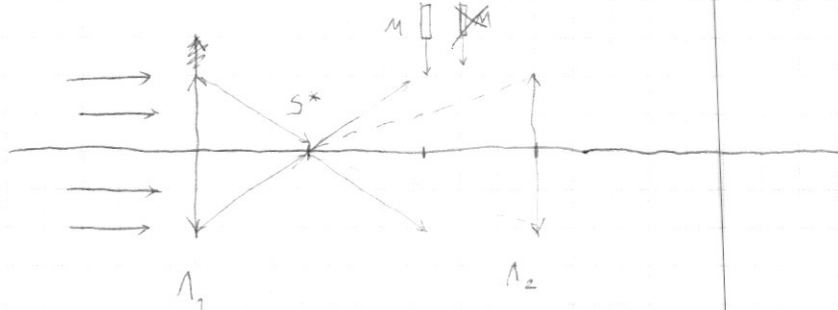
5.

Даны:

$$F_0$$

$$D \ll F_0$$

$$I_1 = \frac{3}{4} I_0 \text{ и } (F_0)$$



1) Параллельный главной оптической оси пучок света фокусируется на главной оптической оси в фокусе.

Обозначим место его фокусировки за S^* .

От S^* свет распространяется прямолинейно.

S^* можно рассматривать как точечный источник света для L_2 .

Тогда положение точки, где после L_2 свет сфокусируется второй раз, можно найти по формуле тонкой линзы.

$$\frac{1}{2F} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

$$f = 2F.$$

Тогда фотодетектор находится на расстоянии $2F$ от L_2 .

2) Так как $I_1 = \frac{3}{4} I_0$, когда мишень полностью закрывает площадь мишени равна $\frac{1}{4}$ площади мишени (одна четверть площади мишени).

ввиду $\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2$. Тогда диаметр мишени равен $\frac{1}{2}$ диаметра мишени.

поперечного сечения в n -ти диаметра мишени площадь поперечного сечения пучка света, попадающего потом на L_2 , то есть $\frac{1}{2}$ его диаметра.

По геометрическим соображениям диаметр поперечного сечения пучка в этой плоскости будет равен $\frac{1}{2} D$; тогда диаметр мишени - $\frac{1}{4} D$.

Чтобы отклон достигла минимально возможного тока, мишени должны пройти от начальной точки расстояние $\frac{1}{4} D$.

$$V = \frac{D}{4\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0}$$

3) Мишень начнет выходить из пушки, когда пройдет расстояние $\frac{D}{2}$ от начального момента или $\frac{D}{4}$ от τ_0 .

$$\text{Тогда } t_1 = \frac{\frac{D}{2}}{\frac{D}{4\tau_0}} = 2\tau_0.$$

Ответ: 1) $2F$, 2) $\frac{D}{4\tau_0}$, 3) $2\tau_0$

