Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

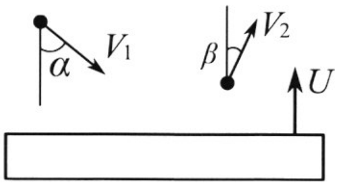
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \frac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \frac{3}{5}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

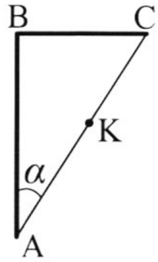
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль К).

1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

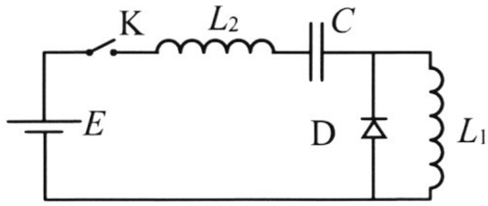
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

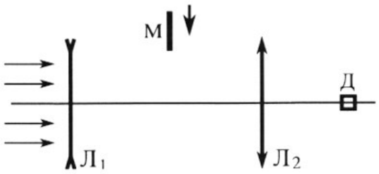


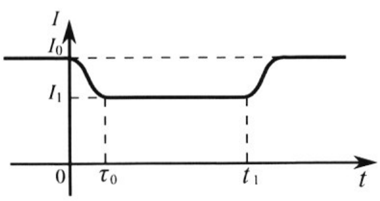
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от $Л_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$





.

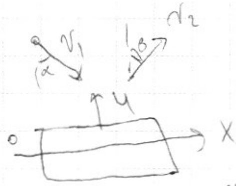
1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

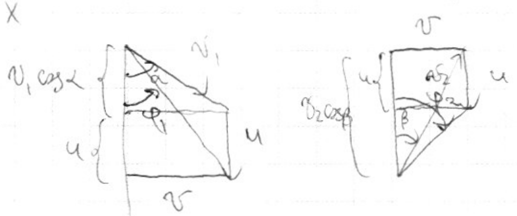
Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



Перейдем в СО двиг. со ск. u вверх



$v_{1x} = v_{2x}$

т.к. проекция внеш. сил на ось Ox равна 0.

1) $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ (упр. удар)

$$tg\,\varphi = \frac{v}{u_0 + v_1\cos\alpha} = \frac{v}{v_2\cos\beta - u_0}$$

$$u_0 + v_1\cos\alpha = v_2\cos\beta - u_0$$

$$\cancel{v_2 = \frac{1}{\cos\beta}(2u + v_1\cos\alpha)}$$

$v_1\sin\alpha = v_2\sin\beta$

$$v_2 = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}v_1$$

$$v_2 = \frac{2\cdot 5}{3\cdot 3}\cdot 18 = \boxed{20\,\frac{м}{с}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt5}{3} \qquad \cos\beta = \frac{4}{5}$$

$$\cancel{v_2 = \frac{5}{4}\left(2u + \frac{\sqrt5}{3}v_1\right)}$$

$$u_0 = \frac{1}{2}(v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha)$$

$$\cancel{v_2 = \frac{1}{\cos\beta}}$$

$$u_0 = \frac{1}{2}\left(20\cdot\frac{4}{5} - 18\cdot\frac{\sqrt5}{3}\right) = \frac{1}{2}(16 - 6\sqrt5) = (8 - 3\sqrt5)\,\frac{м}{с}$$

Но это если удар упругий.

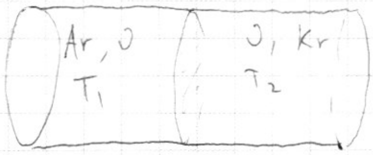
2) Если неупругий, то $\varphi_2 > \varphi_1$; $tg\,\varphi_2 > tg\,\varphi_1$

$$\frac{v}{v_2\cos\beta - u} > \frac{v}{u + v_1\cos\alpha}; \quad v_2\cos\beta - u < u + v_1\cos\alpha$$

$$u > \frac{1}{2}(v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha) = u_0$$

$$\boxed{u > (8 - 3\sqrt5)\,\frac{м}{с}}$$

№2.



„медленно выравниваться" $\Rightarrow a_0 = 0$

$F_0 = 0 \Rightarrow p_1 = p_2$

$pV = \nu RT$

$p = p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2}$; $\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$

1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320}{400} = \boxed{0,8}$

$Q = A + \Delta U$

газы одноат. $\Rightarrow i = 3$

$\delta Q = 0$ (теплоизолир. сосуд)

$A = -\Delta U$

~~$T_1 \uparrow\ p_1$~~ $T_1 \uparrow \Rightarrow (V_1) \uparrow$ (т.к. давление успевает выравниваться

$p\Delta V_1 + p\Delta V_2 = -\left(\frac{3}{2}\nu R(T - T_1) + \frac{3}{2}\nu R(T - T_2)\right)$

$\Delta V_1 = -\Delta V_2$ (объем сосуда не меняется)

$0 = -\frac{3}{2}\nu R(2T - (T_1 + T_2))$

2) $T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{320 + 400}{2} = 360\ K$

3) $Q = A + \Delta U = p\Delta V + \frac{3}{2}\nu R \Delta T$

$pV = \nu RT$; $p = const$; $p\Delta V = \nu R \Delta T$

$Q = \frac{5}{2}\nu R \Delta T = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T) = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot 8,31 \cdot (400 - 360) =$

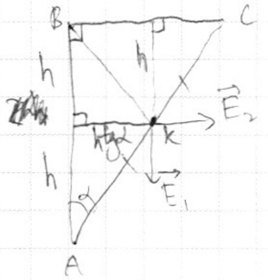
$= 1,5 \cdot 8,31 \cdot 40 = 6 \cdot 83,1 = \boxed{498,6\ Дж}$

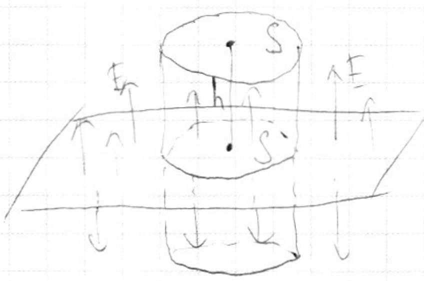
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.





По т. Гаусса:

$$\vec{E}\Delta\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

С боковыми сторонами цилиндра $\vec{E}\cdot\Delta\vec{S} = 0$

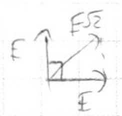
С основаниями цилиндра $\vec{E}\cdot\Delta\vec{S} = 2ES$

$$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Т.е. E не зависит от высоты.

$E = |\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$; $(\vec{E}_1 \hat{,} \vec{E}_2) = 90°$



$|\vec{E}_1 + \vec{E}_2| = E\sqrt{2}$. $\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow ABC$ – пр-уг и р-б. Все красиво и симметрично

1) $\frac{E\sqrt{2}}{E} = \sqrt{2}$

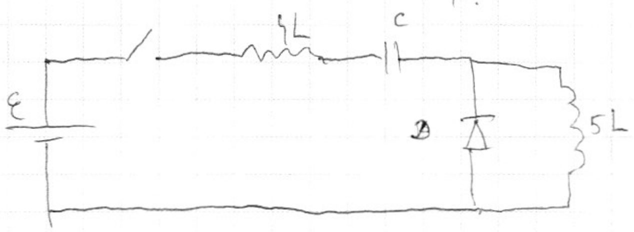
2) ~~E~~ $E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E_2 = \frac{2\sigma}{7\cdot 2\varepsilon_0} = \frac{2}{7}\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{2}{7}E_1$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = E_1\sqrt{1+\left(\frac{2}{7}\right)^2} = \frac{\sqrt{53}}{7}E_1 = \boxed{\frac{\sqrt{53}}{14}\cdot\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

Но это если ~~это~~ если понимать условие, что пластины бесконечны во все стороны.

Если же они ограничены отрезками AB и BC, то решение см. на стр. 6

№4.



1) $\varepsilon = \frac{q}{C} + 4L\ddot{q} + 5L\ddot{q}$

$$\begin{cases} \dot{q} > 0 \\ \varepsilon = \frac{q}{C} + 9L\ddot{q}\ ; \quad \ddot{q} + \overset{\omega_1^2}{\frac{1}{9LC}} q = \frac{\varepsilon}{9L} \end{cases}$$

2) $\begin{cases} \dot{q} < 0 \\ \varepsilon = \frac{q}{C} + 4L\ddot{q} \end{cases}$ (по 5L ток не пойдет, пойдет по диоду)

$$\ddot{q} + \overset{\omega_2^2}{\frac{1}{4LC}} q = \frac{\varepsilon}{4L}$$

Решим $\quad \ddot{q} + \omega^2 q = a$

$$q = A\cos(\omega t + \varphi_0) + \frac{a}{\omega^2}$$

$\exists \quad q_0 = 0, \quad \varphi_0 = 0 \Rightarrow A = -\frac{a}{\omega^2}$

$$q = \frac{a}{\omega^2}(1 - \cos\omega t)$$

$$\dot{q} = \frac{a}{\omega} \sin\omega t$$

Полпериода $\dot{q} > 0$, полпериода $\dot{q} < 0$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{9LC} = 6\pi\sqrt{LC}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2\pi\sqrt{4LC} = 4\pi\sqrt{LC}$$

1) $T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = 3\pi\sqrt{LC} + 2\pi\sqrt{LC} = \boxed{5\pi\sqrt{LC}}$

2) $I_{01} = \dot{q}_{1\,max} \xrightarrow{\sin\omega_1 t = 1} \frac{a_1}{\omega_1}\ ; \quad a_1 = \frac{\varepsilon}{9L}\ ; \quad \omega_1 = \frac{1}{3\sqrt{LC}}$

$$I_{01} = \frac{\varepsilon}{9L} \cdot 3\sqrt{LC} = \boxed{\frac{\varepsilon}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}}$$

3) $\quad a_2 = \frac{\varepsilon}{4L}\ ; \ \omega_2 = \frac{1}{2\sqrt{LC}}\ ; \ I_2 = \frac{a_2}{\omega_2} = \frac{\varepsilon}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$

$$I_{02} = \max(I_{01}, I_2) = \boxed{\frac{\varepsilon}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

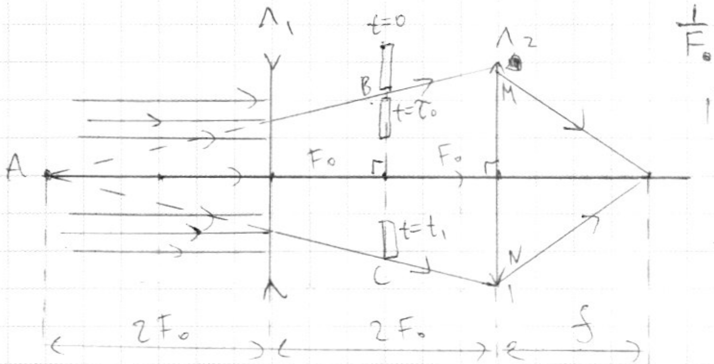
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.



$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{4F_0} + \frac{1}{f}$$

1) $f = \boxed{\frac{4}{3} F_0}$

2) $\triangle AMN \sim \triangle ABC$

$$BC = \frac{2F_0 + F_0}{2F_0 + 2F_0} D = \frac{3}{4} D$$

Мощность света $L \sim$ площади S

S_0 в сечении где BC – диаметр

$$S_0 = \frac{\pi}{4} BC^2 = \frac{\pi}{4}\left(\frac{3}{4}D\right)^2$$

Пусть диаметр мишени d

Тогда $\frac{L_0}{L_1} = \frac{S_0}{S_1} = \frac{S_0}{S_0 - \frac{\pi}{4}d^2} = \frac{\left(\frac{3}{4}D\right)^2}{\left(\frac{3}{4}D\right)^2 - d^2} = \frac{I_0}{I_1} = \frac{16}{7}$

$$\frac{9}{16}D^2 = \left(\frac{9}{16}D^2 - d^2\right)\frac{16}{7} = \frac{9}{7}D^2 - \frac{16}{7}d^2$$

$$\frac{16}{7}d^2 = 9D^2\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{16}\right) = \frac{9^2}{7 \cdot 16}D^2; \quad d = \frac{9}{16}D$$

Мишень проходит свой диаметр за время τ_0

$$v = \frac{d}{\tau_0} = \boxed{\frac{9}{16} \cdot \frac{D}{\tau_0}}$$

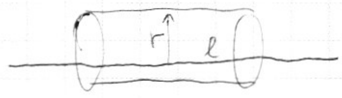
3) За время t_1 нижний конец мишени проходит расстояние BC

$$t_1 = \frac{BC}{v} = \frac{\frac{3}{4}D}{\frac{9}{16}D}\tau_0 = \boxed{\frac{4}{3}\tau_0}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№3 (Продолжение)

Посчитаем напр. от бесконечной нити с лин. плотностью заряда ρ.



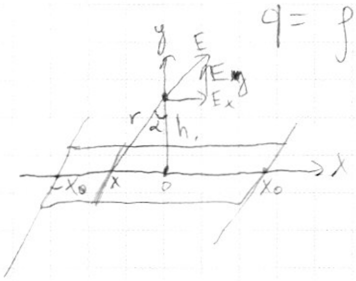
Выберем Гауссову поверхность — цилиндр.

$$\vec{E}\cdot\Delta\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$\vec{E}\cdot\Delta\vec{S}$ с осн. цил. $= 0$

$\vec{E}\cdot\Delta\vec{S}$ с боковыми ст. $= E\cdot 2\pi r l$

$$q = \rho l \;;\quad E\cdot 2\pi r l = \frac{\rho l}{\varepsilon_0}\;;\quad E = \frac{\rho}{2\pi r \varepsilon_0}$$



искомая пл-ть: $\begin{cases} y = 0 \\ -x_0 \le x \le x_0 \end{cases}$

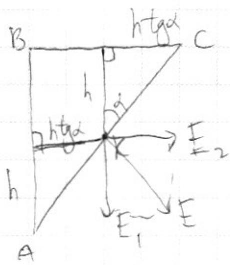
$$r = \sqrt{h^2 + x^2}$$

$$\sin\alpha = \frac{x}{r}\;;\quad \cos\alpha = \frac{h}{r}$$

Заметим, что в силу симметрии ~~нитей~~ отн. пл-ти $x = 0$ E_x от пластины $= 0$.

$$dE_y = dE\cdot\cos\alpha = \frac{\sigma\,dx}{2\pi\varepsilon_0 r}\cdot\frac{h}{r} = \frac{\sigma h}{2\pi\varepsilon_0}\,\frac{dx}{h^2+x^2}$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{-x_0}^{x_0}\frac{\sigma h}{2\pi\varepsilon_0}\,\frac{dx}{x^2+h^2} = \frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\tan^{-1}\frac{x_0}{h} = E$$



$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\pi\varepsilon_0}\tan^{-1}\frac{h\,tg\alpha}{h} = \frac{\sigma_1}{\pi\varepsilon}\alpha$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{\pi\varepsilon_0}\tan^{-1}\frac{h}{h\,tg\alpha} = \frac{\sigma_2}{\pi\varepsilon_0}\tan^{-1}\left(tg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\right) = \frac{\sigma_2}{\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$$

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}\;;\quad \alpha = \frac{\pi}{2}-\alpha\;;\quad \sigma_1 = \sigma_2\;;\quad E_1 = E_2 = E$

$$\frac{E}{E_1} = \frac{E_1\sqrt{2}}{E_1} = \boxed{\sqrt{2}}$$

2) $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}\;;\quad E_1 = \frac{\sigma}{9\varepsilon_0}\;;\quad E_2 = \frac{2\sigma}{7\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{9}\right) = \frac{\sigma}{9\varepsilon_0} = E_1$

$$E = E_1\sqrt{2} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{9}\cdot\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

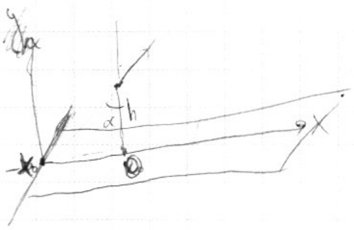
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

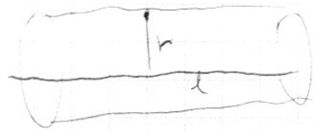
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.





$$E \cdot 2\pi r l = \frac{\rho l}{\varepsilon_0}$$

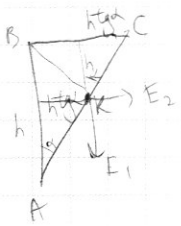
$$E = \frac{\rho}{2\pi r \varepsilon_0}$$

$r = \sqrt{x^2+h^2}$ $\quad -x_0 < x$

$$E_x = E \sin\alpha = \int_{x_0}^{\infty} \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0} \frac{x}{x^2+h^2}\,dx = \frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0} \ln(x^2+h^2)\Big|_{x_0}^{\infty}$$

$$\int_{-x_0}^{\infty} \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0} \frac{h}{x^2+h^2}\,dx = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0} \tan^{-1}\frac{x}{h}\Big|_{-x_0}^{\infty} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \cancel{\frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0}} \tan^{-1}\frac{x_0}{h}$$

$$\frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0} \tan^{-1}\frac{x_0}{h}$$



$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\pi\varepsilon_0} \tan^{-1} tg\,\alpha = \frac{\sigma_1}{\pi\varepsilon_0}\alpha$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{\pi\varepsilon_0} \tan^{-1} ctg\,\alpha = \frac{\sigma_2}{\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma \Rightarrow E_1 = E_2 = E = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$

$$\frac{E}{E_1} = \sqrt{2}$$

$$E_1 = \frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\pi}{9} = \frac{\sigma}{9\varepsilon_0} \qquad E_2 = \frac{2\sigma}{7\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{7}\cdot\frac{7}{18}\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{9\varepsilon_0}$$

$$\sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{\sqrt{2}}{9}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА