

# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

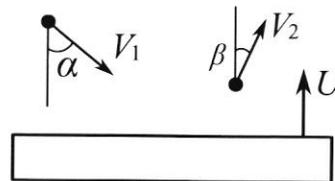
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 12$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = \frac{1}{3}$ ) с вертикалью.



1) Найти скорость  $V_2$ .

2) Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

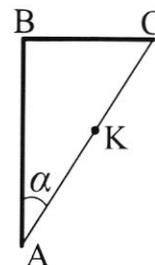
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве  $\nu = 6/7$  моль. Начальная температура водорода  $T_1 = 350$  К, а азота  $T_2 = 550$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $C_V = 5R/2$ .  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

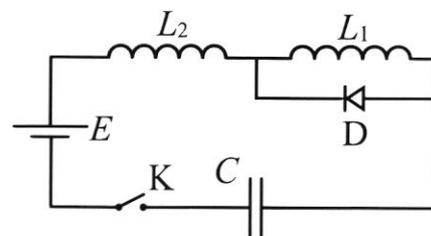
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 3\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/5$ . Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $E$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 4L$ ,  $L_2 = 3L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода D (см. рис.). Ключ  $K$  разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в  $L_1$ .

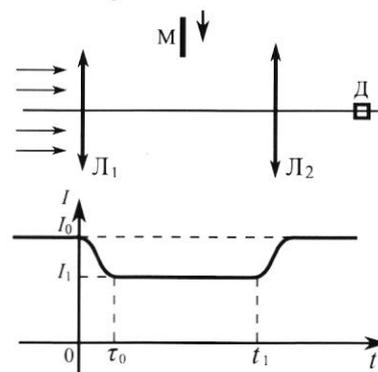


1) Найти период  $T$  этих колебаний.

2) Найти максимальный ток  $I_{M1}$ , текущий через катушку  $L_1$ .

3) Найти максимальный ток  $I_{M2}$ , текущий через катушку  $L_2$ .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусными расстояниями  $3F_0$  и  $F_0$ , соответственно. Расстояние между линзами  $2F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $F_0$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 5I_0/9$ .



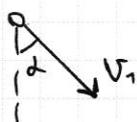
1) Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.

2) Определить скорость  $V$  движения мишени. 3) Определить  $t_1$ .

Известными считать величины  $F_0$ ,  $D$ ,  $\tau_0$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

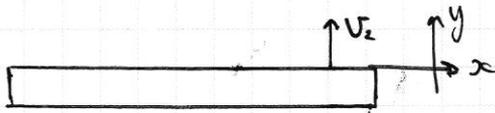
1



$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \quad V_1 = 12 \text{ м/с}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3}$$

$$\alpha = 30^\circ$$



1) Поверхность гладкая  $\Rightarrow$  вдоль  $Ox$  импульс сохраняется

Импульс вдоль  $Ox$ :  $p_x = m_{\text{шар}} V_1 \sin \alpha = \frac{1}{2} m_{\text{шар}} V_1 = \text{const}$

Меняется только вертикальная составляющая скорости.

Т.к.  $p_x = \text{const}$ , то  $\underline{V_{2x}} = V_{1x} = \frac{1}{2} V_1 = \frac{1}{2} V_1$  ( $p_{1x} = p_{2x}$ ,  $m V_{1x} = m V_{2x}$ ,  $V_{1x} = V_{2x}$ )

Из геометр. соотношений  $\tan \beta = \frac{V_{2y}}{V_{2x}}$   $\sin \beta = \frac{V_{2y}}{V_2} = \frac{1}{3}$ , откуда  $\underline{V_2 = 3 V_{2x}}$

$$V_2 = 3 V_{2x} = 3 V_{1x} = 3 \cdot \frac{1}{2} V_1 = \frac{3}{2} V_1 = \frac{3}{2} \cdot 12 = \underline{18 \text{ м/с}}$$

2) Рассмотрим два крайних возможных случая: абсолютно упругий удар (его мы исключим) и абсолютно неупругий удар.

а) Абс. упругий. Знаем  $V_2$  найдем  $V_{2y} = V_2 \cos \beta = 18 \frac{\sqrt{8}}{3} = \underline{6\sqrt{8}} \text{ м/с}$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3} \quad V_{1y} = V_1 \cos \alpha = 12 \frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{6\sqrt{3}} \text{ м/с} \quad (\cos \alpha = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2})$$

Рассмотрим удар в проекции на  $Oy$  получим, что  $V_{2y} = V_{1y} + 2U$ , откуда

$$U = \frac{V_{2y} - V_{1y}}{2} = \frac{6\sqrt{8} - 6\sqrt{3}}{2} = 3(\sqrt{8} - \sqrt{3}) \text{ м/с}$$

- это минимальная скорость плиты, при которой возможен эллиптический

если бы он был абс. упругим

б) Абс. неупругий. Сохранится только горизонтальная составляющая скорости шарика. Шарик движется вдоль плиты.

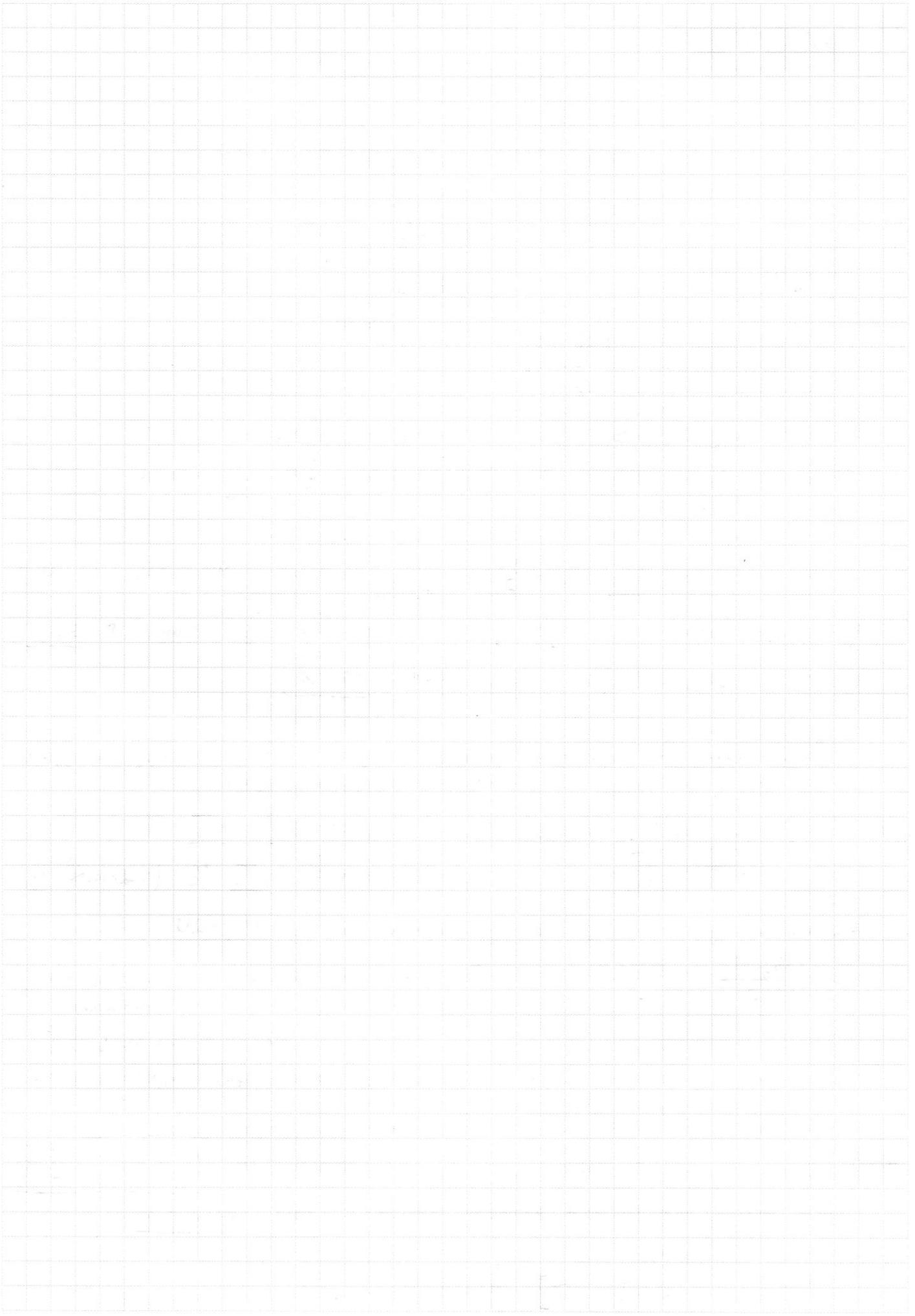
Значит,  $V_{2y} = U = \underline{6\sqrt{8}} \text{ м/с}$  - максимальная скорость плиты.

Т.о. скорость плиты  $U$  может изменяться в диапазоне  $\underline{3(\sqrt{8} - \sqrt{3}) ; 6\sqrt{8}} \text{ (м/с)}$

В данном случае мы считаем абсолютно неупругий удар неупругим

Ответ: 1) 18 м/с

2)  $\underline{3(\sqrt{8} - \sqrt{3}) ; 6\sqrt{8}} \text{ м/с}$  - ск. плиты (левая точка исключена)

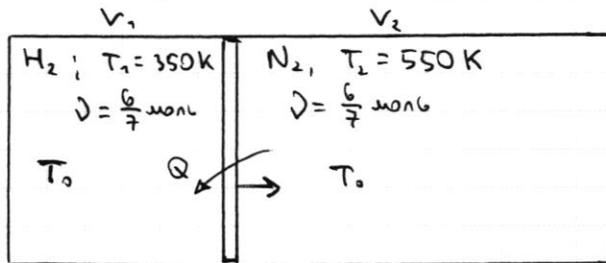


черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)



$$C_v = \frac{5R}{2}; R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\nu = 5$$

1) Давление в обеих частях одинаковое (иначе поршень бы двигался) =  $p_0$

Ур-е Менг. Клапейрона: 
$$\begin{cases} p_0 V_1 = \nu R T_1 \\ p_0 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$$

2) Сосуд теплоизолирован, значит нет потери тепловой энергии.

$$3C \Rightarrow \frac{5}{2} \nu R T_1 + \frac{5}{2} \nu R T_2 = \frac{5}{2} \nu R T_0 + \frac{5}{2} \nu R T_0$$

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{350 + 550}{2} = 450 \text{ K}$$

$$3) Q = \Delta U + A = \frac{5}{2} \nu R \Delta T + p dV$$

~~Азот сжимается, поэтому  $A < 0$~~

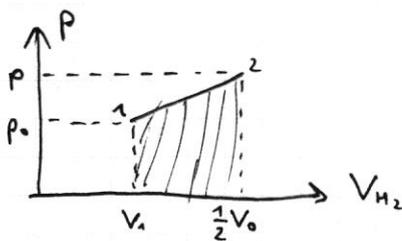
$$p_0 = \frac{\nu R T_1}{\frac{7}{11} V_0} = \nu R \frac{350 \cdot 11}{7 V_0} = \frac{50 \cdot 11}{V_0} = \frac{550}{V_0}$$

$V_0 = V_1 + V_2$  - суммарный объём

После установления теплового равновесия:

$$p_1 = \frac{\nu R T_2}{\frac{1}{2} V_0} = \nu R \frac{550 \cdot 2}{V_0} = \frac{1100}{V_0}$$

Схематично изобразим процесс на графике в  $pV$ -координатах



Приближённая работа воздуха равна

$$A_{H_2} = \frac{1}{2} (p_0 + p_1) \cdot \left( \frac{1}{2} V_0 - \frac{7}{11} V_0 \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2000}{V_0} \cdot \frac{1}{9} V_0$$

Процесс перехода из состояния 1 в состояние 2 является сложным, поэтому мы пользуемся приближением, представляя процесс в виде некоторой линейной зависимости.



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

② прозопте иие

Тепло, отданное азотом = теплу, полученному водородом

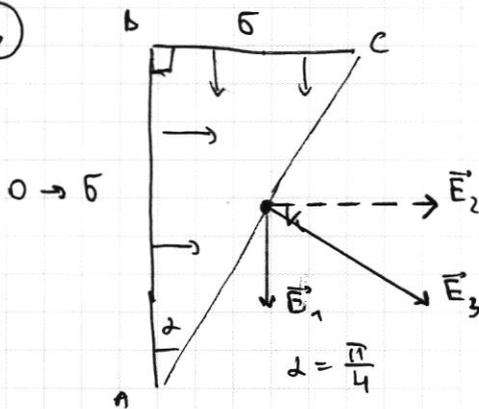
$$Q_{\text{H}_2} = \frac{5}{2} \nu R \Delta T + A_{\text{H}_2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 + \frac{2000}{18} = 1781 + 111 = 1892 \text{ Дж}$$

Ответ: 1)  $\frac{7}{11}$

2) 450 К

3) 1892 Дж

③



1) При заряженной пластине BC напряжённость эл. поля вычисляется по формуле  $E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

В точке K, расположенной непосредственно над серединой пластины BC напряжённость направлена вертикально вниз и равна  $E_1$

Если зарядить пластину AB с той же поверхностной плотностью заряда, то ~~AB~~ напряжённость  $E_2$  будет равна по модулю  $E_1$  и направлена вправо.  $E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

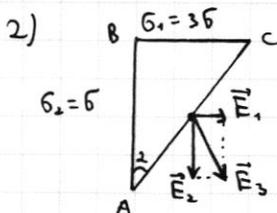
Т.к. угол между векторами напряжённости пластины AB и BC равен  $90^\circ$ ,

то суммарное поле мы сможем найти по т. пифагору

$$\vec{E}_3 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad E_3 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}\epsilon_0} \quad \frac{E_3}{E_1} = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$$

E увеличится в  $\sqrt{2}$  раз

напряжённость пластины не меняется с расстоянием



$\alpha = \frac{\pi}{5}$  - угол не малый, поэтому краевые эффекты можно не учитывать

Напряжённость от пластины BC:  $E_{BC} = E_2 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$

Напряжённость от пластины AB:  $E_{AB} = E_1 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) продолжение

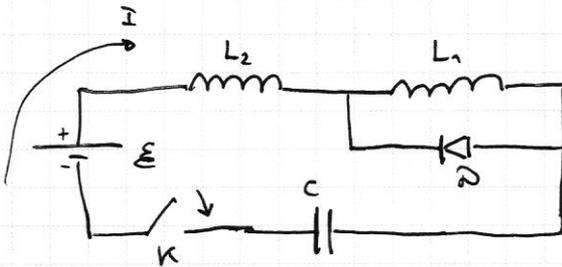
Суммарная напряжённость равна  $\vec{E}_3 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$|\vec{E}_3| = \sqrt{\frac{9\epsilon^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{\epsilon^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{5\sqrt{10}}{2\epsilon_0}$$

Ответ: 1)  $\sqrt{2}$

2)  $\frac{5}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{5}{2}}$

4)



$$\begin{aligned} \epsilon &= E \\ L_1 &= 4L \\ L_2 &= 3L \end{aligned}$$

1) II правило Кирхгофа для внешнего контура:  $\epsilon - L_2 \frac{dI}{dt} - L_1 \frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}$

$$I = \frac{dq}{dt} \quad \frac{dI}{dt} = \ddot{q}$$

$$\epsilon - (L_1 + L_2) \ddot{q} = \frac{q}{C}$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{7CL} = \epsilon$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{7CL} = \epsilon$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{7CL}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{7CL}$$

2)  $\epsilon - 7LI' = U_C = \frac{q}{C}$  пр. Кирхгофа

$$I' = \frac{\epsilon - U_C}{7L}$$

$$I' = 0 \text{ при } \epsilon = U_C$$

$$I' = 0 \Leftrightarrow \text{ток минимален}$$

в цепи (катушках)

ЗСЭ:  $A_{\text{ист}} = W_L + W_C$

$$q = U_C C = \epsilon C$$

$$q\epsilon = \frac{L_2 I_m^2}{2} + \frac{C\epsilon^2}{2}$$

$$C\epsilon^2 = \frac{L_2 I_m^2}{2} + \frac{C\epsilon^2}{2}$$

$$I_m = \epsilon \sqrt{\frac{C}{L_2}} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

3) Аналогично ищем ток через вторую катушку.

$$q\epsilon = \frac{L_2 I_m^2}{2} + \frac{C\epsilon^2}{2} \quad q = C\epsilon$$

$$I_m = \epsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

Ответ:

1)  $2\pi\sqrt{7LC}$

2)  $\epsilon \sqrt{\frac{C}{7L}}$

3)  $\epsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$

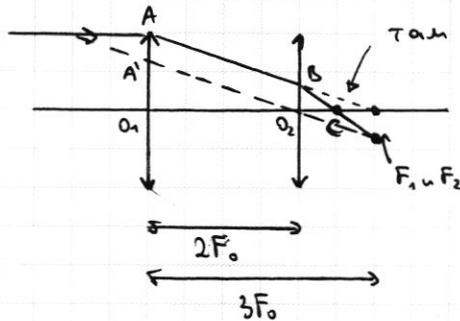


черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5

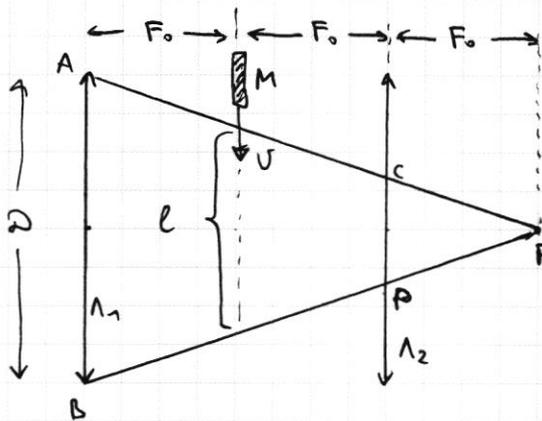


там зонтеи находится фотоприемник

1) При помощи построения хода луча A-B-C при помощи доп. подобного луча A'O находим геометрически длину O<sub>2</sub>C

$$O_2C = \frac{1}{2} F_0$$

2)



Мощность светового потока минимальна, когда мишень M полностью располагается в области ABPC.

$$AB = D$$

Определим площадь мишени d

из подобия треугольников

$$l = \frac{2}{3} D$$

Мощность светового потока, который падает в фотоприёмник, пропорциональна площади светового потока.

Т.н. при ~~миним~~ <sup>минимальной</sup> перекрытии мишенью лучей ~~миним~~ мощность света составляет  $\frac{4}{9}$  от максимальной, т.е. от площади мишени и площади сечения на расстоянии  $F_0$  от  $A_1$  равно  $\frac{4}{9}$

$$\frac{\frac{1}{4} \pi d^2}{\frac{1}{4} \pi l^2} = \frac{4}{9} \quad \frac{d}{l} = \frac{2}{3} \quad d = \frac{2}{3} l = \frac{4}{9} D$$

~~Мишень~~ <sup>Мишень</sup> полностью закрывает в световую область за время  $\tau_0$ , значит,

$$v = \frac{d}{\tau} = \frac{4D}{9\tau}$$

3) Время  $(t_1 - \tau_0)$  соответствует перемещению мишени на  $\frac{l}{3}$ , т.н. далее мощность света начнет расти.

$$\text{Значит } t_1 - \tau_0 = \frac{l/3}{v} = \frac{\frac{2}{3} D}{\frac{4D}{9\tau}} = \frac{\tau_0}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{3}{2} \tau_0$$

Ответ: 1)  $\frac{1}{2} F_0$  2)  $\frac{4D}{9\tau}$  3)  $\frac{3}{2} \tau_0$



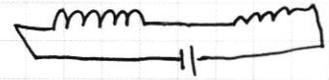
черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q = \Delta U + A$$

$$P = \frac{\partial RT}{V}$$



$$\frac{\Sigma}{2} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{15}{7} \cdot 831 \cdot 100$$

$$\frac{15 \cdot 831}{7}$$

$$P_0 = \frac{\partial RT_1}{\frac{7}{18} V} = \frac{350 \cdot 18}{7} \text{ k}$$

$$P_1 = \frac{\partial RT_0}{\frac{9}{18} V} = \frac{550 \cdot 18}{9} \text{ k}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \overline{) 8} \\ \underline{111} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 831 \cdot \\ \underline{15} \\ 4155 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 831 \cdot \\ \underline{15} \\ 4155 \\ \underline{831} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12.465 \overline{) 7} \\ \underline{54} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1780 \overline{) 1781} \\ \underline{1781} \end{array}$$



$$\mathcal{E} = (L I') + U_c$$

$$L I' = 0$$

$$I' = \frac{\mathcal{E} - U_c}{L}$$

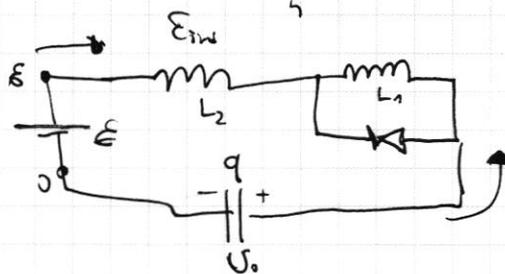
mm

$$I' = 0 \text{ mm}$$

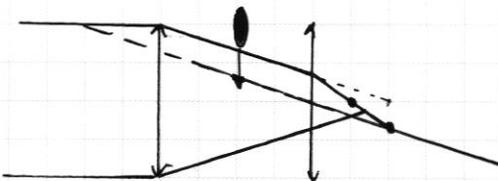
$$\mathcal{E} = U_c$$

$$\mathcal{E}_{ind} = \frac{L dI}{dt}$$

$$I = \frac{\mathcal{E} t}{L}$$



$$\frac{L I^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

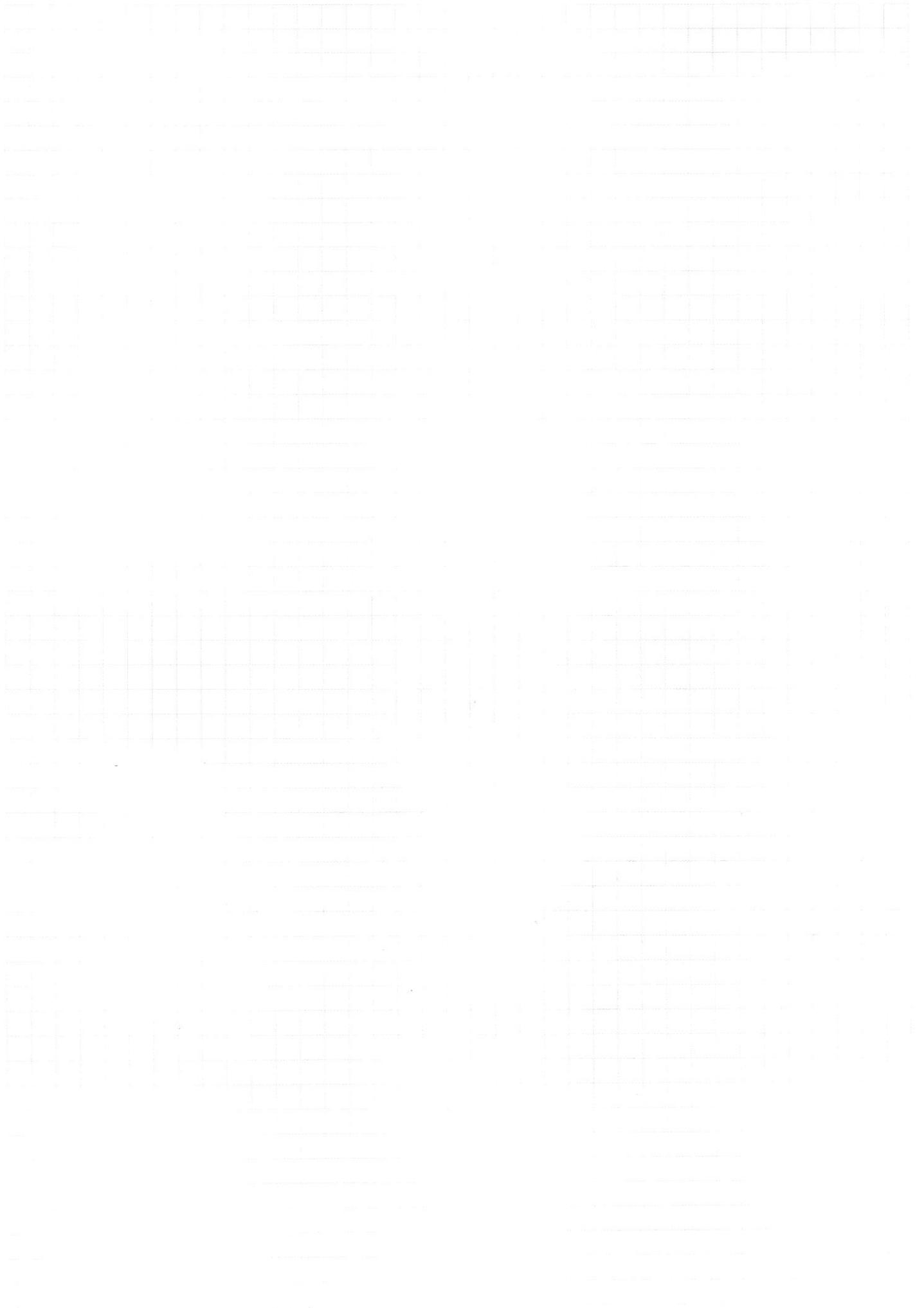


$$\mathcal{E} - 3L I - 4L I$$



$$C \mathcal{E}^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L I^2}{2} \quad I = \sqrt{\frac{\mathcal{E} C}{L}} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\frac{L I^2}{2} = \frac{\mathcal{E}^2 C}{2}$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

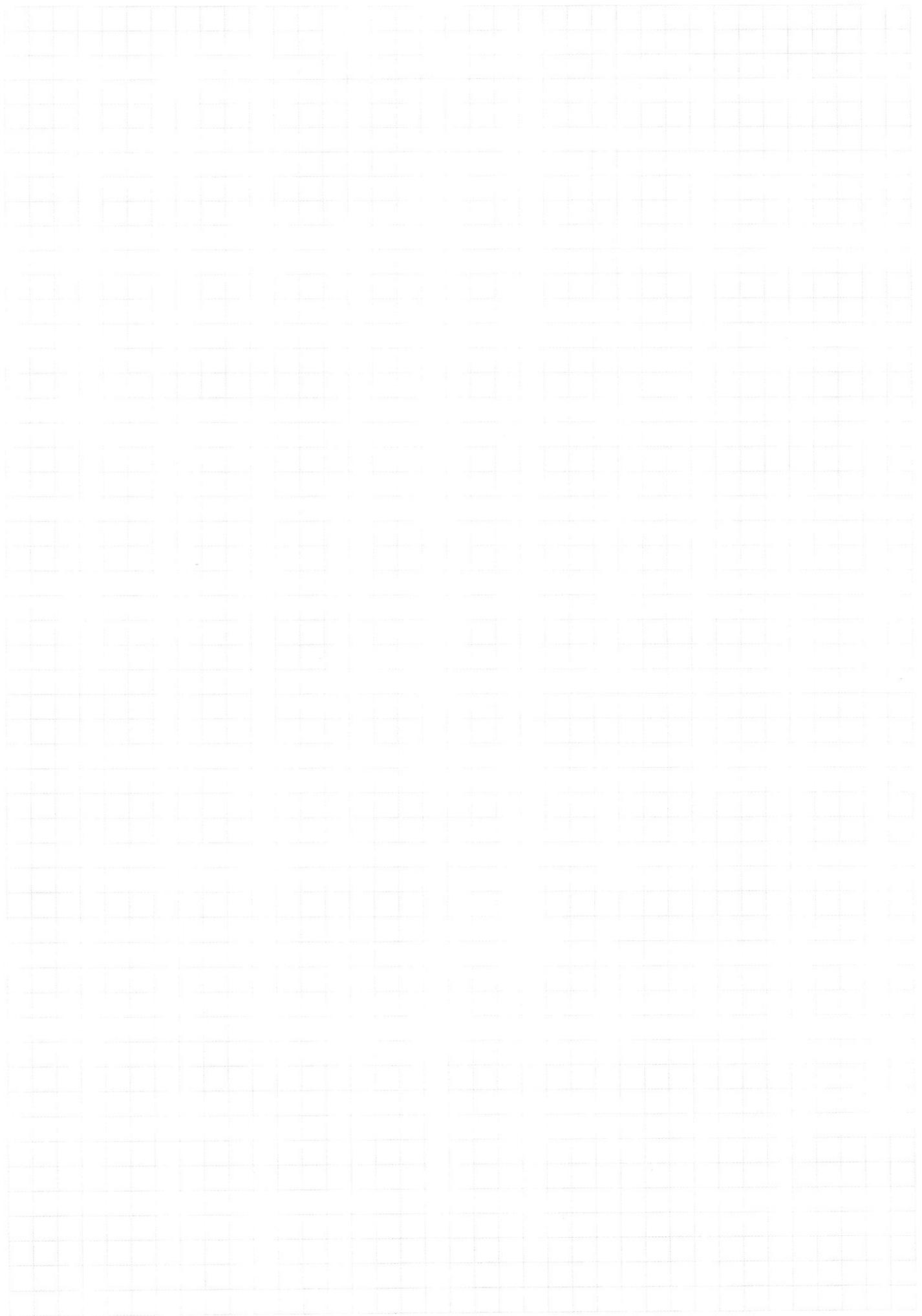
ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)