Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

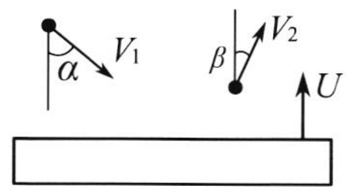
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 12 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

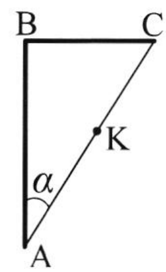
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu=6/7$ моль. Начальная температура водорода T_1 = 350 К, а азота T_2 = 550 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

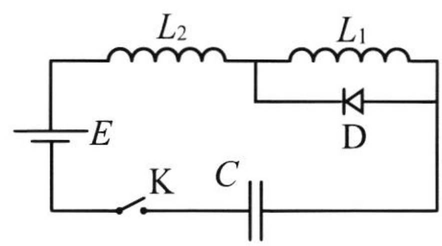
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha=\pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1=3\sigma, \sigma_2=\sigma$, соответственно. Угол $\alpha=\pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

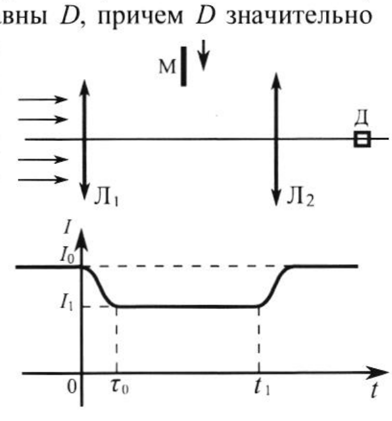


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1=5I_0/9$.



1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

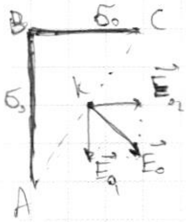
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) 1) Пусть поверхностная плотность заряда на пластине BC равна $\sigma_0 > 0$. Поле, создаваемое пластиной можно считать полем бесконечной однородно заряженной плоскости: $E_{0_2} = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}$. направлен вектор напряженности $\perp$ пластине BC

Если пластину AB зарядить с такой же плотностью заряда, то ~~ее поле~~ напряж. ее поля в точке K будет такой же $E_{0_1} = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0}$. По принципу суперпозиции результирующее поле в т. K

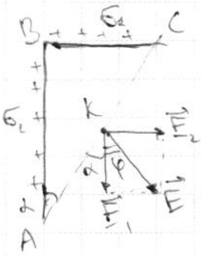


равно $\vec{E}_0 = \vec{E}_{0_1} + \vec{E}_{0_2}$, т.к. $\vec{E}_{0_1} \perp \vec{E}_{0_2}$ и $E_{0_1} = E_{0_2}$, то $E_0 = \sqrt{2}\, E_{0_1}$, т.е. напряженность поля в таком случае увеличится в $\sqrt{2}$ раз.

Если $\sigma_0 < 0$, то картина полей симметрична этой относительно AC и ответ тот же.

2) Поле, создаваемое пластиной BC, теперь напряженностью $E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$, пластиной AB — напряженностью $E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$. Также $\vec{E}_1 \parallel AB$, $\vec{E}_2 \parallel BC \Rightarrow \vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$. По т. Пифагора

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma_2^2}{4\varepsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}{2\varepsilon_0} = \frac{\sqrt{(3\sigma)^2 + \sigma^2}}{2\varepsilon_0} = \frac{\sqrt{10}\,\sigma}{2\varepsilon_0} = \sqrt{\frac{5}{2}}\,\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$



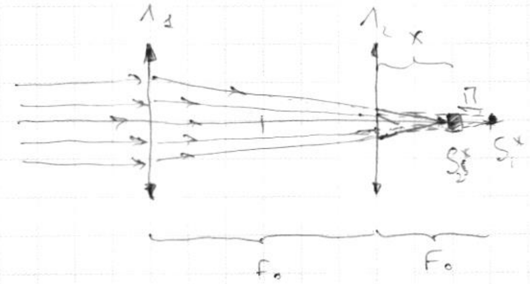
$$tg\varphi = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\sigma}{3\sigma} = \frac{1}{3} \Rightarrow \varphi = arctg\frac{1}{3}.$$

Тогда вектор напряженности $\vec{E}$ направлен под углом $\varphi = arctg\frac{1}{3}$ к AB, или под углом $\varphi + \alpha$ к AC.

Ответ: 1) в $\sqrt{2}$ раз увеличится

2) вектор $\vec{E}$ в точке K направлен под углом $\frac{\pi}{5} + arctg\left(\frac{1}{3}\right)$ к AC и по модулю равен ~~[illegible]~~ $\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot \sqrt{2{,}5}$

5)



1) Пучок света, параллельный ГОО линз, преломл. в линзе $Л_1$ так, чтобы пройти через ее фокус, который находится на расстоянии $3F_0$ от нее.

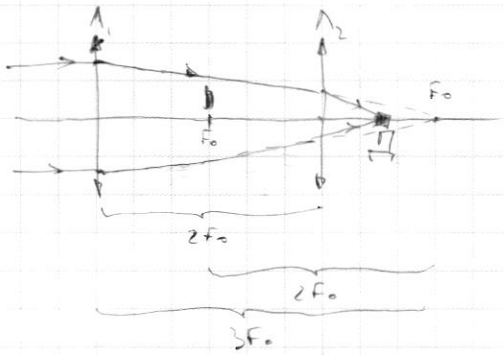
2) Преломившийся пучок света проходит через линзу $Л_2$ так, что фокусируется в детекторе.

S_1^* — мнимый предмет для линзы $Л_2$, образованный сходящимся пучком. S_2^* — ~~[illegible]~~ действитель. изобр. в линзе $Л_2$ на расстоянии x от нее. По ФТЛ для $Л_2$ $\frac{1}{F_0} = \frac{1}{f} - \frac{1}{d}$, где $d = F_0$, $f = x$

~~[illegible]~~ $f = x = \frac{1}{\frac{1}{F_0} + \frac{1}{d}} = \frac{1}{\frac{2}{F_0}} = \frac{F_0}{2} \Rightarrow \underbrace{x = \frac{F_0}{2}}$ — расстояние между $Л_2$ и П (детектором)

2) Рассмотрим стадию, когда мишень лежит внутри пучка и сила тока (а значит, интенсивность света, падающего на детектор) не изменна.

В силу подобия треугольников на расстоянии F_0 от $Л_1$ ~~площадь~~ диаметр пучка составляет $\frac{2}{3}$ от диаметра линзы: ~~Видно, что~~ тогда ~~ее~~ его площадь равна $S_1 = \frac{\pi\left(\frac{2}{3}D\right)^2}{4} = \frac{4}{9}\frac{D^2\pi}{4} = \frac{\pi D^2}{9}$



По условию $I_1 = \frac{5}{9} I_0$.

т.к. интенсивность пучка одинакова в его сечении, то интенсивности световых пучков относятся так же, как их ~~площади~~: $\cancel{\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_1 - S_m}{\pi \frac{D^2}{4}} \Rightarrow \frac{5}{9} = \frac{\frac{\pi D^2}{9} - S_m}{\frac{\pi D^2}{9}}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{5\frac{\pi D^2}{4} = 9\frac{\pi D^2}{9} - 9S_m = \pi D^2 - 9S_m}$

Тогда $\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_1 - S_m}{S_1} \Rightarrow \frac{5}{9} = \frac{S_1 - S_m}{S_1} \Rightarrow 5S_1 = 9S_1 - 9S_m$

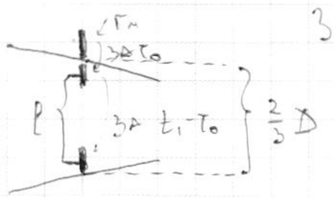
$\Rightarrow \cancel{9S_m}\ 9S_m = 9S_1 - 5S_1 = 4S_1 \Rightarrow S_m = \frac{4}{9}S_1 = \frac{4}{9}\cdot\frac{\pi D^2}{9} = \frac{4\pi}{81}D^2$.

Т.к. по условию мишень имеет форму круга, то если ее радиус r_m, то площадь $S_m = \pi r_m^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \pi r_m^2 = \frac{4}{81}\pi D^2 \Rightarrow r_m = \frac{2}{9}D$

В момент времени $t=0$ мишень начинает пересекать пучок света на расстоянии F_0 от $Л_1$, а в момент $t=\tau_0$ полностью входит в пучок, поэтому сила тока перестает изменяться. Получается, за время τ_0 мишень прошла расстояние, равное своему диаметру. Тогда ее скорость $v_m = \frac{2r_m}{\tau_0} =$

$= \frac{2}{\tau_0}\cdot\frac{2}{9}D \Rightarrow \underline{v_m = \frac{4}{9}\frac{D}{\tau_0}}$ – скорость мишени.



За время $t_1-\tau_0$ мишень пролетает весь пучок и в момент $t=t_1$ начинает из него вылетать: за вр. $t_1-\tau_0$ она пролетает расстояние l, равное диаметру пучка за вычетом диаметра мишени:

$l = \frac{2}{3}D - 2r_m = \frac{2}{3}D - 2\cdot\frac{2}{9}D = \frac{2}{3}D - \frac{4}{9}D = \frac{6}{9}D - \frac{4}{9}D = \frac{2}{9}D$

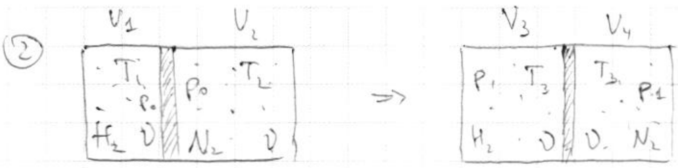
Тогда $l = v\cdot(t_1-\tau_0) \Rightarrow t_1-\tau_0 = \frac{l}{v} \Rightarrow t_1 = \frac{l}{v}+\tau_0 = \frac{2D}{9v}+\tau_0 =$

$= \frac{2D\cdot 9\tau_0}{9\cdot 4D}+\tau_0 = \frac{2D\tau_0}{4D}+\tau_0 = \frac{\tau_0}{2}+\tau_0 = 1{,}5\tau_0 \Rightarrow t_1 = \frac{3}{2}\tau_0$.

Ответ: 1) $x = \frac{1}{2}F_0$ 2) $v_m = \frac{4}{9}\frac{D}{\tau_0}$ 3) $t_1 = \frac{3}{2}\tau_0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2



Пусть объем сосуда V

1) Т.к. молярная теплоёмкость при постоянном объёме равна $C_V = \frac{i}{2}R = \frac{5}{2}R$, то газы считаем двухатомными с $i=5$ – кол-во степеней свободы молекул газа.

2) В начале поршень в равновесии $\Rightarrow$ давления газов справа и слева одинаковые, равны p_1.
Ур-е Менделеева-Клапейрона для каждого из газов: $\begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_1 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

отношение начальных объемов водорода и азота $\frac{V_1}{V_2} = \frac{350k}{550k} = \frac{7}{11}$

3) По закону сохранения энергии для всей системы газов $U_1 + U_2 = U_1^* + U_2^*$, где $U_1 = \frac{5}{2}\nu R T_1$; $U_2 = \frac{5}{2}\nu R T_2$
$U_1^* = \frac{5}{2}\nu R T_3$; $U_2^* = \frac{5}{2}\nu R T_3$, тогда $T_1 + T_2 = T_3 + T_3 \Rightarrow T_3 = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}(550+350)k = 450k$

Температура в сосуде после всего процесса $T_3 = 450k$.

4). Для азота по ур-ю Менделеева-Клапейрона $\begin{cases} p_0 V_2 = \nu R T_2 \\ p_1 V_4 = \nu R T_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_0 = \frac{\nu R T_2}{V_2} \\ p_1 = \frac{\nu R T_3}{V_4} \end{cases} \Rightarrow$
~~т.к~~ т.к. в конечном состоянии темпер. и давление у газов общее, то $V_3 = V_4 = \frac{1}{2}V$.

$\Rightarrow \frac{p_0}{p_1} = \frac{\nu R T_2 V_4}{V_2 \nu R T_3} = \frac{T_2}{T_3} \cdot \frac{V_4}{V_2} = \frac{550k}{450k} \cdot \frac{\frac{1}{2}V}{\frac{11}{18}V} = \frac{55}{45} \cdot \frac{9}{11} = \frac{11 \cdot 5 \cdot 9}{5 \cdot 9 \cdot 11} = 1$, т.е. в конечном состоянии давление то же, что и в начальном. Это соотношение можно получить, записав эти ур-я и для части всего процесса. Получается, что давление азота (и водорода) постоянно, процесс изобарный.

Для ~~азота~~ водорода по 1му з. термодинамики $Q_B = A_B + \Delta U_B$.

Здесь Q_B – тепло, полученное водородом от азота, $\Delta U_B = \frac{5}{2}\nu R T_3 - \frac{5}{2}\nu R T_1 = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_1)$

$A_B = +\int p\,dV = p_0(V_3 - V_1) = p_0\left(\frac{V}{2} - \frac{7}{18}V\right) = p_0 V\left(\frac{9}{18} - \frac{7}{18}\right) = p_0 V \frac{1}{9} = \frac{18}{7}\nu R T_1 \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{7}\nu R T_1$

По ур-ю Менделеева-Клапейрона $p_0 V_1 = \nu R T_1$; $p_0 V \cdot \frac{7}{18} = \nu R T_1 \Rightarrow p_0 V = \frac{18}{7}\nu R T_1$

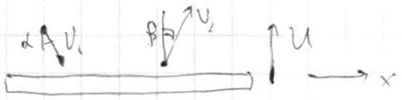
Тогда $Q_B = \frac{2}{7}\nu R T_1 + \frac{5}{2}\nu R\left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_1\right) = \nu R\left(\frac{2}{7}T_1 + \frac{5}{2}(T_3 - T_1)\right)$

$Q_B = \frac{6}{7}\text{моль} \cdot 8{,}31\frac{Дж}{к \cdot моль} \cdot \left(\frac{2}{7} \cdot 350k + \frac{5}{2} \cdot 100k\right) = \frac{6 \cdot 8{,}31}{7}Дж \cdot (100 + 250) =$

$= \frac{6 \cdot 8{,}31}{7}Дж \cdot 350 = 300 \cdot 8{,}31\,Дж = 24{,}93 \cdot 100\,Дж = 2{,}493 \cdot 1000\,Дж = 2{,}493\,кДж \approx$
$\approx 2{,}5\,кДж$ – тепло, переданное водороду от азота

Ответ: 1) $\frac{7}{11}$ 2) $450k$ 3) $2{,}5\,кДж$.

(1)



$v_1 = 12$ м/с $v_2 = ?$ Пусть m – масса шарика

$\sin\alpha = \frac{1}{2}$ $u = ?$

$\sin\beta = \frac{1}{3}$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos\beta = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

1) На шарик при ударе действует лишь вертикальная сила реакции опоры со стороны плиты (и сила тяжести), т.к. доска гладкая и трение отсутствует. Тогда для шарика выполняется закон сохранения импульса на гориз. ось ox: $m \cdot v_{1x} = m \cdot v_{2x} \Rightarrow v_1 \cdot \cos(90-\alpha) = v_2 \cdot \cos(90-\beta) \Rightarrow$

$\Rightarrow v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = v_1 \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} v_1 = \frac{3}{2} \cdot 12$ м/с $= \underline{18 \text{ м/с}}$

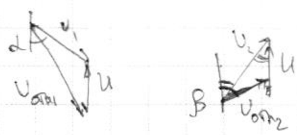
2) При упругом ударе силы взаимодействия совершают суммарную работу, равную выделившейся теплоте Q.

Для шарика закон изменения кинетической энергии: $A_{сил} = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} > 0$.

Плиту удерживают с некоторой переменной силой, в результате ее скорость постоянна.

Если бы удар был упругий, то в СО стенки (это ИСО) относительная скорость шарика сохранилась(бы)

По закону сложения скоростей и теореме косинусов:



$$v_{отн1}^2 = v_1^2 + u^2 - 2 v_1 u \cos(180-\alpha)$$
$$v_{отн2}^2 = v_2^2 + u^2 - 2 v_2 u \cos\beta$$

Тогда $v_1^2 + 2 v_1 u \cos\alpha = v_2^2 - 2 v_2 u \cos\beta$

$$2 v_2 u \cos\beta + 2 v_1 u \cos\alpha = v_2^2 - v_1^2.$$

$$2u(v_2\cos\beta + v_1\cos\alpha) = v_2^2 - v_1^2.$$

$$u = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2(v_2\cos\beta + v_1\cos\alpha)} = \frac{(18^2 - 12^2) \text{ м/с}}{2\cdot\left(18\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3} + 12\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{30\cdot 6 \text{ м/с}}{2(12\sqrt{2}+6\sqrt{3})} =$$

$$= \frac{90}{12\sqrt{2}+6\sqrt{3}} \text{ м/с} = \frac{15}{2\sqrt{2}+\sqrt{3}} \text{ м/с}.$$

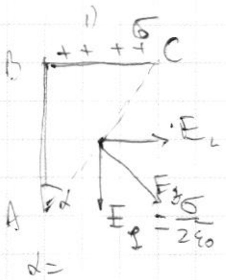
Ответ: 1) 18 м/с 2) $\frac{15}{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ м/с.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) 1)



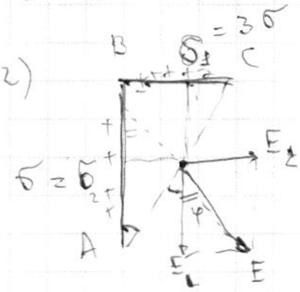
было $E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

стало $\sqrt{E_1^2+E_2^2} = \sqrt{2E_1^2} = \sqrt{2}E_1 = \frac{\sqrt{2}\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\frac{25}{9} = \frac{\frac{\pi d^2}{4} - S_n}{\frac{\pi d^2}{4}}$

$\frac{25}{4}\pi d^2 = \pi d^2 - S_n \cdot 9$

2)



$E = \sqrt{E_1^2+E_2^2} = \sqrt{\frac{\sigma_2^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma_1^2}{4\varepsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}}{2\varepsilon_0} = \frac{\sqrt{(3\sigma)^2+\sigma^2}}{2\varepsilon_0} =$

$E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}; \quad E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$

$= \frac{\sqrt{9\sigma^2+\sigma^2}}{2\varepsilon_0} = \frac{\sqrt{10}\,\sigma}{2\varepsilon_0} ; \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

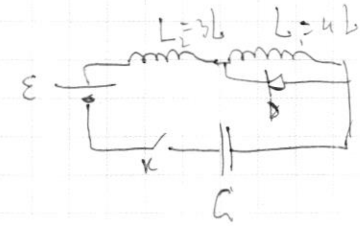
$E_k = \sqrt{2{,}5}\,\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\frac{180}{5} = 20+16 = 36$

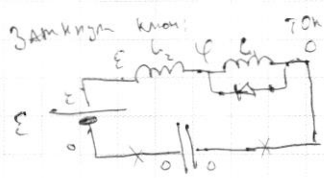
$tg\,\varphi = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\sigma}{3\sigma} = \frac{1}{3};$

$\vec{E}$ направлен под углом $arctg\frac{1}{3}$ к AB или $\frac{\pi}{5} + arctg\frac{1}{3}$ к AC.

4)



Замкнули ключ: ток на них не изменится, напряж. на C не измен. и равно 0.

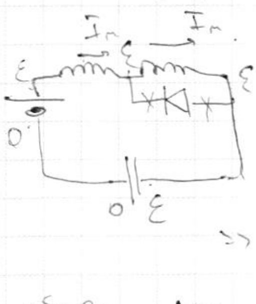


$\varepsilon - \varphi = U_{L_2}$

$\varphi - 0 = U_{L_1}$

$0 - \varphi = U_D$

в некоторый момент через I_{m_2} L_2 и L_1 идет мах. ток: напряж. на них 0,



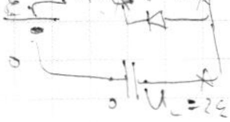
$A_{ист} = \Delta W_1 + \Delta W_2$

$\varepsilon \cdot C\varepsilon = \frac{C\varepsilon^2}{2} + \frac{L_2 I_m^2}{2} + \frac{L_1 I_m^2}{2} \Rightarrow \frac{C\varepsilon^2}{2} = \frac{(L_1+L_2)I_m^2}{2} \Rightarrow I_m^2 = \frac{C\varepsilon^2}{L_1+L_2}$

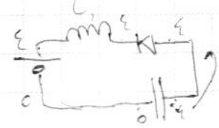
$\Rightarrow I_{m_1} = \sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}} \cdot \varepsilon = \sqrt{\frac{C}{7L}}\,\varepsilon$ — max. ток на L_2

~~обратно через~~ в какой-то момент ток тока перестал, на C напряж U_c: $A_{ист} = \Delta W$:

$CU_c\varepsilon = \frac{CU_c^2}{2} \Rightarrow U_c = 2\varepsilon$. потом течет небол. ток в обр. направлении, через L_1 он не течет т.к. если D вот тогда открыт



$\Rightarrow$



I_{m_2} — max. ток на L_2

$A_{ист} = \Delta W_L + \Delta W_C$

$-\varepsilon \cdot C(2\varepsilon - \varepsilon) = \frac{C\varepsilon^2}{2} - \frac{C(2\varepsilon)^2}{2} + \frac{L_2 I_m^2}{2}$

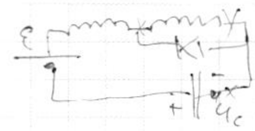
$-\varepsilon^2 C = \frac{C\varepsilon^2}{2} - \frac{4C\varepsilon^2}{2} + \frac{L_2 I_m^2}{2}$

$-C\varepsilon^2 - \frac{C\varepsilon^2}{2} + 2C\varepsilon^2 = \frac{1}{2}C\varepsilon^2 = \frac{L_2 I_m^2}{2} \Rightarrow I_m = \sqrt{\frac{C}{L_2}}\,\varepsilon.$

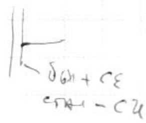
☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

До нового момента когда тока нет: $A_{ист}=$



$A_{ист} = \Delta W_L + \Delta W_C$



$-\mathcal{E}C(U+\mathcal{E}) = \frac{CU^2}{2} - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$

$-CU\mathcal{E} - C\mathcal{E}^2 = \frac{CU^2}{2} - C\mathcal{E}^2$

$-2CU\mathcal{E} = CU^2 \quad U = -2\mathcal{E}$

потом 1й переход за $T = 2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C}$, 2й за $T = 2\pi\sqrt{L_2 C}$

теперь в момент когда в цепи max ток $3C\mathcal{E}^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - \frac{C\cdot 4\mathcal{E}^2}{2} + \frac{(L_1+L_2)I_{m3}^2}{2}$

$\Rightarrow \frac{(L_1+L_2)I_{m3}^2}{2} = 3\mathcal{E}^2C - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + 2C\mathcal{E}^2 = 5C\mathcal{E}^2 - \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2 = 4{,}5C\mathcal{E}^2$

$(L_1+L_2)I_{m3}^2 = 9C\mathcal{E}^2 \Rightarrow I_{m3} = \sqrt{\frac{9C}{L_1+L_2}}\mathcal{E}$

в мом. когда ток пропал во 2й раз: на конд. U: $\mathcal{E}C(U-\mathcal{E}) = \frac{CU^2}{2} - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - 4{,}5C\mathcal{E}^2$

$CU\mathcal{E} - C\mathcal{E}^2 = \frac{CU^2}{2} - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - \frac{9}{2}C\mathcal{E}^2 \Rightarrow CU\mathcal{E} - C\mathcal{E}^2 = \frac{1}{2}CU^2 - 5C\mathcal{E}^2$

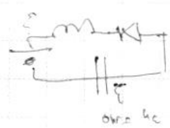
$CU\mathcal{E} - \frac{1}{2}CU^2 + 4C\mathcal{E}^2 = 0$

$2U\mathcal{E} - U^2 + 8\mathcal{E}^2 = 0$

$U^2 - 2U\mathcal{E} - 8\mathcal{E}^2 = 0$

$U = \frac{2\mathcal{E} \pm \sqrt{4\mathcal{E}^2 + 4\cdot 8\mathcal{E}^2}}{2} = \frac{2\mathcal{E} \pm 6\mathcal{E}}{2}$; выбираем $\Rightarrow 4\mathcal{E}$.

След. переход до max. тока:



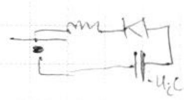
$-3\mathcal{E}^2C = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - \frac{16C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L_2 I_{m4}^2}{2}$

$-3C\mathcal{E}^2 + 8C\mathcal{E}^2 - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{L_2 I_{m4}^2}{2}$

$\cdot 2 \quad 4{,}5C\mathcal{E}^2 = L_2 I_{m4}^2$

$I_{m4} = \sqrt{\frac{9C}{L_2}}\mathcal{E}$

и до нулевого тока:



$C\mathcal{E}(U_c+\mathcal{E}) = \frac{CU_c^2}{2} - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + 0 - C\mathcal{E}^2 4{,}5$

$C\mathcal{E}U_c + C\mathcal{E}^2 = \frac{CU_c^2}{2} - 5C\mathcal{E}^2 \Rightarrow C\mathcal{E}U_c + C\mathcal{E}^2 - \frac{CU_c^2}{2} + 5C\mathcal{E}^2 = 0$

$\mathcal{E}U_c + 6\mathcal{E}^2 - \frac{U_c^2}{2} = 0$

$U_c^2 - 2\mathcal{E}U_c - 12\mathcal{E}^2 = 0 \Rightarrow U_c = \frac{+2\mathcal{E} \pm \sqrt{4\mathcal{E}^2 + 4\cdot 12\mathcal{E}^2}}{2} = \frac{2\mathcal{E} \pm 2\sqrt{13}\mathcal{E}}{2} = (1 \pm \sqrt{13})\mathcal{E} = \mathcal{E}(1+\sqrt{13})$

$1 - \sqrt{13} \geq -2$

$-\sqrt{13} \geq -1$

$-\sqrt{13} \leq -3$

$U = (\sqrt{13}-1)\mathcal{E}$

$P_0 V_1 = \nu R T_1$

$P_1 V_1^* = \nu R T_3$

$P_0 \cdot \frac{7}{18} V = \nu R \cdot 350 \qquad P_0 = \frac{\nu R \cdot 350 \cdot 18}{7V}$

$P_1 \frac{1}{2} V = \nu R \cdot 450 \qquad \frac{P_0}{P_1} = \frac{\nu R \cdot 350 \cdot 18\, V}{7V \cdot \nu R \cdot 450 \cdot 2} = \frac{350 \cdot 18^2}{7 \cdot 450 \cdot 2} = 2$

$P_1 V = \frac{\nu R \cdot 450 \cdot 2}{V}$

$\frac{8{,}31}{3}$

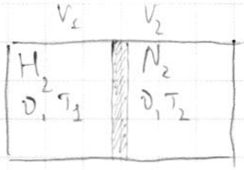
$24{,}93$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(2)



$i=5$

$dE = \frac{dq\,k}{r^2}$ $\quad dE_{||} = \frac{k\,dq}{\sqrt{r^2+x^2}} \cdot \frac{r}{\sqrt{r^2+x^2}} = \frac{k\,dq\,r}{\sqrt{r^2+x^2}^3}$

1) $p_1 V_1 = \nu R T_1$
$p_2 V_2 = \nu R T_2$

$p_1 = p_2 = p_0$

поршень дв-гается медленно без усилий => давления газов всегда равны, процесс равновесный

=> $p_0 V_1 = \nu R T_1$
$p_0 V_2 = \nu R T_2$ => $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{5\cdot 7}{5\cdot 11} = \frac{7}{11} = \frac{V_{водор.}}{V_{азот}}$ 1)

2) ~~...~~ $= U_н = U_к$: $U_{н}^{\ldots} = U_н = \frac{5}{2}\nu R T_1 + \frac{5}{2}\nu R T_2$ => $T = \frac{T_1+T_2}{2} = \frac{350+550}{2} = \frac{900}{2} = 450\,к$ 2)
$U_н = \frac{5}{2}\nu R T + \frac{5}{2}\nu R T$

для каждого газа $Q_{1\,подв} = A_1 + \Delta U_1$
$Q_{2\,подв} = A_2 + \Delta U_2$
т.к. $-Q_{1\,подв} = Q_{2\,подв}$ и $A_1 = -A_2$ то $\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$.

3) какое кол-во теплоты передал азот водороду? $Q_1 = A_1 + \Delta U_1$ - водород

$A_1 = \int p_1 S \cdot \Delta h = \int p_1 \Delta V$ $\quad p_1 = \frac{\nu R T_1}{V_1}$.

$Q_A = A_A + \Delta U_A$
$Q_B = A_B + \Delta U_B$; $Q_A = -Q_B$, $A_A = -A_B$ => $Q_A - Q_B = A_A - A_B + \Delta U_A - \Delta U_B$
$2Q_A = 2A_A + \Delta U_A - \Delta U_B$.

для азота $p_A V_A = \nu R T_A$

$P = nU$. $\quad \Delta U = \nu R T$

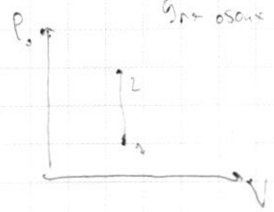
$p_1 = p_2$. $\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2}$ => $V_1 = T_1 \frac{V_2}{T_2} = T_1 \frac{V - V_2}{T_2}$ => $V_1 T_2 = T_1 (V - V_1)$

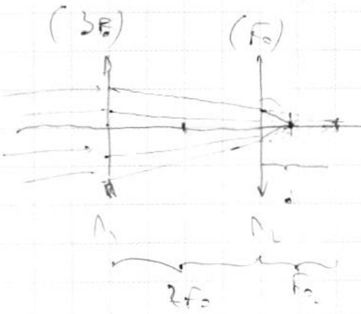
$\int p\,dV = \int \frac{\nu R T}{V} dV = \nu R \int \frac{T}{V} dV$

$p_1 = \frac{\nu R T_1}{V_1}$, $p_2 = \frac{\nu R T}{V}$ $\quad p_1 = \frac{\nu R T_1}{11 V} \cdot 18 = \frac{6}{7}$ $\quad p_2 = \frac{\nu R T}{V} \cdot 2$

изначально азот зан-мает $V_{Азот} = V_{вод.} \cdot \frac{11}{7}$ => $V_{Азот} = \frac{11}{7} V_B + V_B$ => $V_B \cdot \frac{18}{7} = V$ => $V_B = \frac{7}{18} V$, $V_A = \frac{11}{18} V$.

для обоих газов вместе $p_0 V = (\nu_1 + \nu_2) R T$. $V = const$ => $p_0 = \frac{(\nu_1+\nu_2) R T}{V} = const \cdot T$
p_0 - общее давление $\quad p_0 = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$



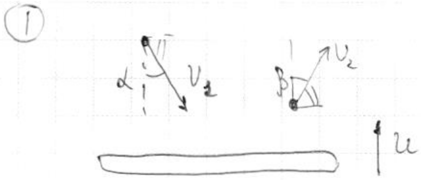


$\frac{1}{F_0} = -\frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ => ~~...~~ $\frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F_0} + \frac{1}{2F_0} = \frac{3}{2F_0}$

$\left(-\frac{1}{F_0} = \frac{1}{a} - \frac{1}{f}\right)$ $\quad d = F_0$ $\quad \frac{1}{F_0} = \frac{1}{F_0} + \frac{1}{f}$

$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$ $\quad \frac{1}{F_0} = \frac{1}{F_0} + \frac{1}{f}$ $\quad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$ $\quad -\frac{1}{F_0} = -\frac{1}{f} + \frac{1}{d}$

1



Удар о стенку: плита ~~стенка~~ ИСО, не меняет скорость → ~~[illegible]~~ сохраняется импульс на горизонталь, в СО плиты ЗСЭ, т.к. в этой СО работа $N = 0$, она не перемещ. ее точка приложения.

v_1

$$v_1 \cdot \cos(90-\alpha) = v_2 \cdot \cos(90-\beta)$$

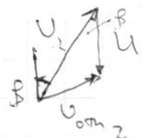
$$v_1 \cdot \sin\alpha = v_2 \sin\beta \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = v_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{2} v_1 = \frac{3}{2} \cdot 12 = \underline{18} > v_1$$

СО стенки:

до удара

$$v_{отн_1}^2 = v_1^2 + u^2 - 2v_1 u \cos(180-\alpha) = v_1^2 + u^2 + 2v_1 u \cos\alpha.$$

$$v_{отн_2}^2 = v_2^2 + u^2 - 2v_2 u \cos\beta.$$



ЗСЭ в СО стенки: $\frac{m v_{отн_1}^2}{2} = \frac{m v_{отн_2}^2}{2} \Rightarrow \cancel{u^2} + v_1^2 + 2v_1 u\cos\alpha = \cancel{u^2} + v_2^2 - 2v_2 u \cos\beta.$

$\Rightarrow$ ~~v_1^2~~ u^2

mv

Удар неупругий! $\Rightarrow$ выделяется тепло!

в СО земли $A_N = \Delta E_{кин} + Q$, в СО плиты $0 = \Delta E_k + Q$

Плита гладкая $\Rightarrow$ трения нет $\quad N_{ср}\Delta t = \Delta p = m(v_2 \cos\beta + v_1 \cos\alpha)$;

$P_N = \Delta p =$

$a_{ср} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow = \frac{v_1\cos\beta + v_1\cos\alpha}{\Delta t} = \frac{N_{ср}}{m}$

$A_N = \Delta E_k$

$\Delta E_k > 0.$

[illegible] переменная сила F действует на плиту: $A_F = -A_N$ т.к. плита не движется

$A_N + A_F + A_N = Q \quad -\Delta E_k = Q$

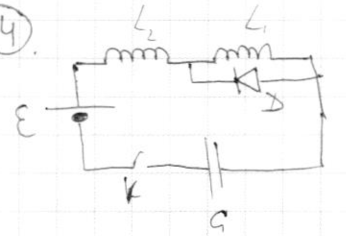
Δ

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



1) В процессе зарядки конденсатора ток через катушки идет вправо и проходит через обе. В процессе разрядки ток течет влево и проходит через открытый теперь диод D, диод идеальный и при открытом режиме на нем нет напряжения, поэтому нет напряжения на катушке L_1, которая к нему подключена: $U_{L_1} = L_1\dot{I}_{L_1} = 0 \Rightarrow I_{L_1} = const = 0$, ток через L_1 при разрядке —||— не течет.

В процессе зарядки по ф-ле Томпсона для колебательного контура $T_1 = 2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C}$ (послед. соедин. катушки L_1 и L_2 эквивалентны в данном случае катушке с $L_0 = L_1 + L_2 = 7L$.

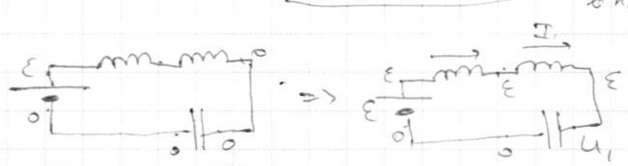
В процессе разрядки колеб. контур только из L_2 и C. $T_2 = 2\pi\sqrt{L_2C}$.

$T_1 = 2\pi\sqrt{7LC}$, $T_2 = \cancel{*}2\pi\sqrt{C\cdot 3L} = 2\pi\sqrt{3LC}$.

Поэтому период колебаний системы состоит из 2х полуколебаний с периодами T_1 и T_2:

$T = \frac{T_1}{2}+\frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{7LC} + \pi\sqrt{3LC} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{7}+\sqrt{3})$: $\underline{T = \pi(\sqrt{7}+\sqrt{3})\sqrt{LC}}$ — период колеб. в контуре.

2) от момента замыкания ключа до момента max. тока в цепи:



В момент max. тока I_1 $U_{L_1} = L_1\dot{I}_1 = 0$, используем метод потенциалов

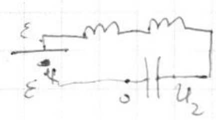
$U_{L_2} = L_2\dot{I}_1 = 0 \Rightarrow U_1 = \mathcal{E}$ — напр. на конденсаторе.

Через источник в направлении его ЭДС протек заряд $C\mathcal{E}$ на —||—.

ЗСЭ для цепи: $A_{ист} = \Delta W_C + \Delta W_{L} \Rightarrow \mathcal{E}\cdot C\mathcal{E} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{(L_1+L_2)I_1^2}{2} \Rightarrow C\mathcal{E}^2 = (L_1+L_2)I_1^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow I_1 = \sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}\mathcal{E} = \sqrt{\frac{C}{7L}}\mathcal{E}$ — max ток через L_2.

3) от момента max. тока до момента, когда ток пропал: $U_2 > \mathcal{E}$, т.е. заряд через источник $\mathcal{E}\cdot C(U_2-\mathcal{E})$.



ЗСЭ для цепи в этом процессе: $\mathcal{E}\cdot C(U_c-\mathcal{E}) = \frac{CU_c^2}{2} - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + 0 - \frac{(L_1+L_2)I_1^2}{2} = \frac{C}{2}(U_c^2-\mathcal{E}^2) - \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$

$\Rightarrow 2C\mathcal{E}U_c - 2C\mathcal{E}^2 = CU_c^2 - C\mathcal{E}^2 - C\mathcal{E}^2 \Rightarrow 2C\mathcal{E}U_c = CU_c^2 \Rightarrow \underline{U_c = 2\mathcal{E}}$.

4) теперь процесс от отсутствия тока до max. тока I_2: в этот момент на катушках напряж. нет, $\Rightarrow$ на —||— напряжение $\mathcal{E}$.

—||— ← был заряд $+CU_c = +2C\mathcal{E}$, стал заряд $C\mathcal{E}$ $\Rightarrow$ ушел $C\mathcal{E}$

ЗСЭ для цепи в этом процессе $-C\cdot(2\varepsilon-\varepsilon)\cdot\varepsilon = \frac{L_2 I_2^2}{2} + \frac{C\varepsilon^2}{2} - \frac{C(2\varepsilon)^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{L_2 I_2^2}{2} = -C\varepsilon^2 - \frac{C\varepsilon^2}{2} + \frac{C\cdot 4\varepsilon^2}{2} = -1{,}5C\varepsilon^2 + 2C\varepsilon^2 = \frac{C\varepsilon^2}{2} \Rightarrow L_2 I_2^2 = C\varepsilon^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad I_2 = \sqrt{\frac{C}{L_2}}\,\varepsilon = \sqrt{\frac{C}{3L}}\,\varepsilon$ – max ток через катушку L_2.

Ответ: 1) $\pi(\sqrt{7}+\sqrt{3})\sqrt{LC}$

2) $I_1 = \sqrt{\frac{C}{7L}}\,\varepsilon$

3) $I_2 = \sqrt{\frac{C}{3L}}\,\varepsilon$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)