# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

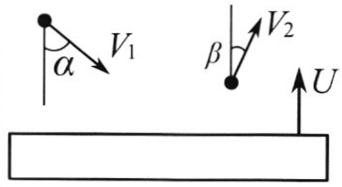
Класс 11

**Вариант 11-01**

Шифр

(заполняется секретарём)

**1.** Массивная плита движется с постоянной скоростью $U$ вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1$ = 8 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью $V_2$, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.




1) Найти скорость $V_2$.

2) Найти возможные значения скорости плиты $U$ при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

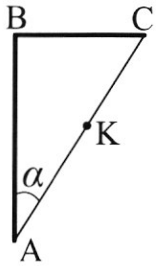
**2.** Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1$ = 300 К, а кислорода $T_2$ = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R$ = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

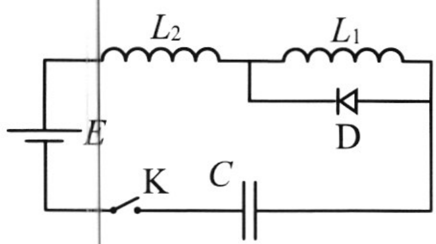
**3.** Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.




1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

**4.** Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС $E$, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью $C$, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в $L_1$.

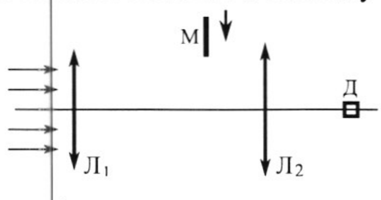


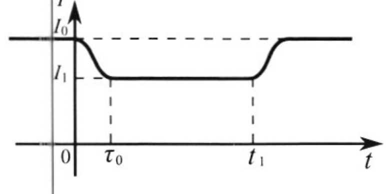

1) Найти период $T$ этих колебаний.

2) Найти максимальный ток $I_{M1}$, текущий через катушку $L_1$.

3) Найти максимальный ток $I_{M2}$, текущий через катушку $L_2$.

**5.** Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием $F_0$ у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны $D$, причем $D$ значительно меньше $F_0$. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока $I$ фотодетектора от времени $t$ (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.




1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость $V$ движения мишени. 3) Определить $t_1$.

Известными считать величины $F_0$, $D$, $\tau_0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

$v_1 = 8$ м/с ; $\sin\alpha = \frac{3}{4}$ ; $\sin\beta = \frac{1}{2}$

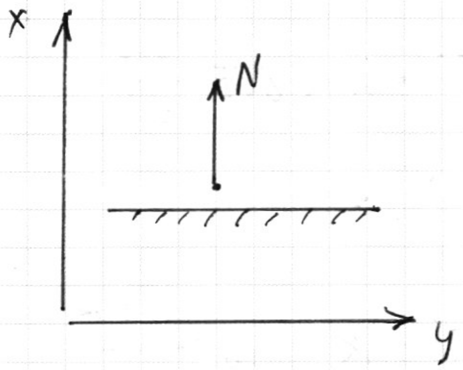
---

$v_2$ - ?

$u$ - ?

---

1) Т.к. поверхность гладкая, сила действует перпендикулярно плите $\Rightarrow P_y = const$



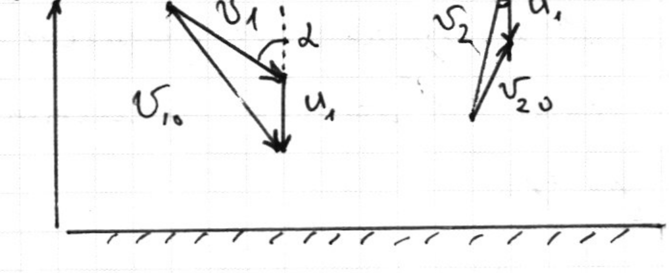

$$m v_1 \sin\alpha = m v_2 \sin\beta$$

$m$ — масса шарика

$$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

$$v_2 = 12 \text{ м/с}$$

2) В СО плиты можно пренебречь её изменением скорости, поэтому перейдём в СО плиты.




Рассмотрим упругий удар. $v_{10} = v_{20}$

$|v_{10x}| = |v_{20x}|$

$$v_1 \cos\alpha + u_1 = v_2 \cos\beta - u_1$$

$$u_1 = \frac{v_2 \cos\beta - v_1 \cos\alpha}{2}$$

$\sin\alpha = \frac{3}{4}$ $\quad \sin\beta = \frac{1}{2}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ $\quad \cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$u_1 = \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2} \text{ м/с}$$

$$u_1 = 3\sqrt{3} - \sqrt{7} \text{ м/с}$$

Рассмотрим абсолютно неупругий удар. В этом случае вертикальная состовляющая будет погашена.

$$v_2 \cos\beta = u_2$$

$$u_2 = 6\sqrt{3} \text{ м/с}$$

Т.к. удар неупругий, $u_1 < u \leq u_2$

$$(3\sqrt{3} - \sqrt{7})\frac{м}{с} < u \leq 6\sqrt{3}\,\frac{м}{с}$$

Ответ: $v_2 = 12$ м/с ; $(3\sqrt{3} - \sqrt{7})\frac{м}{с} < u \leq 6\sqrt{3}\,\frac{м}{с}$

№2

Дано:

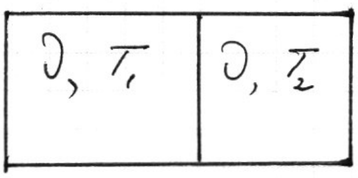
$\nu = \frac{3}{7}$ моль ; $T_1 = 300K$ ; $T_2 = 500K$ ; $c_v = \frac{5R}{2}$

---

$\frac{V_1}{V_2}$ - ? ; $T_k$ - ? ; $Q_1$ - ?

---

1) В начальный момент:




Т.к. процессы медленные, в любой момент $p_1 = p_2$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left.\begin{aligned} p_1 V_1 &= \nu R T_1 \\ p_2 V_2 &= \nu R T_2 \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}\ ; \quad \frac{V_1}{V_2} = 0{,}6$$

2) Первое начало термодинамики:

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= A_1 + \Delta U_1 \\ Q_2 &= A_2 + \Delta U_2 \end{aligned}\right\} \rightarrow Q_1 + Q_2 = A_1 + A_2 + \Delta U_1 + \Delta U_2$$

Т.к. система газов изолирована, суммарное тепло $Q_1 + Q_2 = 0$

Т.к. в любой момент $p_1 = p_2$, $dA_1 = p_1 dV_1$, $dA_2 = p_2 dV_2$, $dV_1 = -dV_2 \Rightarrow dA_1 = -dA_2 \Rightarrow A_1 + A_2 = 0$,

$$0 = \Delta U_1 + \Delta U_2$$

$$0 = \nu c_V (T_K - T_1) + \nu c_V (T_K - T_2)$$

$$0 = 2T_K - (T_1 + T_2)$$

$$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2}\ ; \quad T_K = 400\,K$$

3) Рассмотрим систему в произвольный момент. $p$ — давление, $T_N$ и $T_O$ — температуры азота и кислорода, $V_N$ и $V_O$ — ~~те~~ объёмы азота и кислорода, $V$ — весь объём.

$0 = \nu c_v (T_N - T_1) + \nu c_v (T_0 - T_2)$

$0 = T_N + T_0 - (T_1 + T_2)$

$T_0 = T_1 + T_2 - T_N.$

$$\begin{cases} p V_N = \nu R T_N \rightarrow V_N = \dfrac{\nu R T_N}{p} \\ p(V - V_N) = \nu R (T_1 + T_2 - T_N) \end{cases} \qquad (V_0 = V - V_N)$$

$p V - \nu R T_N = \nu R (T_1 + T_2 - T_N)$

$p V = \nu R (T_1 + T_2) \rightarrow p = \dfrac{\nu R (T_1 + T_2)}{V}$ - const

$Q_1 = A_1 + \Delta U_1$

$Q_1 = p \Delta V_1 + \Delta U_1$ $\qquad \cancel{V_N =}$

Т.к. процесс изобарный, $Q_1 = \nu c_p (T_K - T_1)$

$Q_1 = \nu (c_v + R)(T_K - T_1)$

$Q_1 = \dfrac{7}{2} \nu R (T_K - T_1)$

$Q_1 = 1246,5$ Дж

Ответ: $\dfrac{V_1}{V_2} = 0,6$; $T_K = 400K$; $Q_1 = 1246,5$ Дж

~~№3~~

~~Дано:~~

~~1) $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$~~

№4

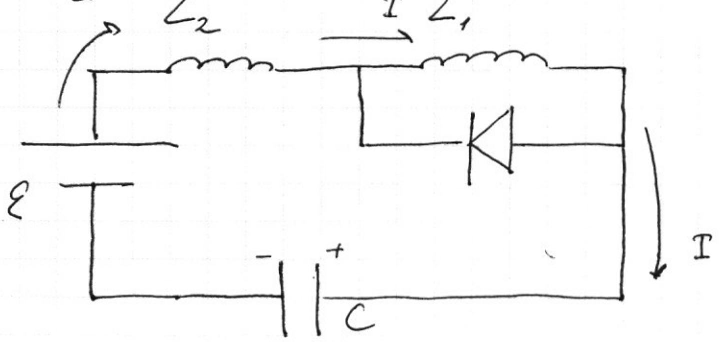
Дано:

$L_1 = 2L$, $L_2 = L$, $C$, $\mathcal{E}$

---

$T$-?; $I_{m1}$-?; $I_{m2}$-?

1)



# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\mathcal{E} = L_2 \dot{I} + L_1 \dot{I} + \frac{q}{C}$$

$$\mathcal{E} = 3L\dot{I} + \frac{q}{C}$$

$$\mathcal{E} = 3L\ddot{q} + \frac{q}{C} \qquad \ddot{q} + \frac{q}{3LC} - \frac{\mathcal{E}}{3L} = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{3LC}(q - C\mathcal{E}) = 0$$

$$q = C\mathcal{E} + A\cos\frac{t}{\sqrt{3LC}} + B\sin\frac{t}{\sqrt{3LC}}$$

$$q(0) = C\mathcal{E} + A = 0 \to A = -C\mathcal{E}$$

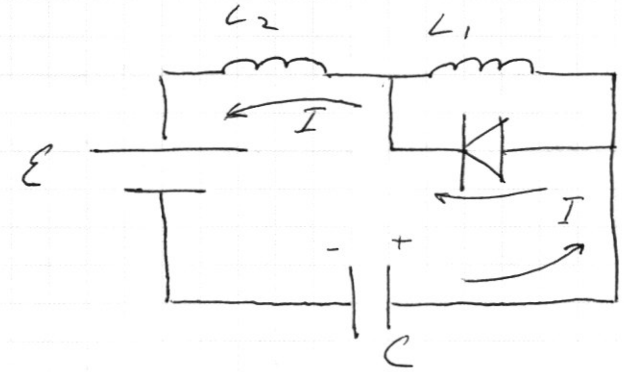
$$\dot{q}(0) = \frac{B}{\sqrt{3LC}} = 0 \to B = 0$$

$$q = C\mathcal{E}\left(1 - \cos\frac{t}{\sqrt{3LC}}\right)$$

В момент, когда заряд станет максимальным, ток обнулится, а после потечёт в другую сторону. Это произойдёт при

$$\cos\frac{t_1}{\sqrt{3LC}} = -1 \Rightarrow \frac{t_1}{\sqrt{3LC}} = \pi \Rightarrow t_1 = \pi\sqrt{3LC}$$

2)




$$0 = \frac{q}{C} - L_2\dot{I} - \mathcal{E}$$

$$0 = \frac{q}{C} + L_2\ddot{q} - \mathcal{E}$$

$$L_2 C\ddot{q} + (q - C\mathcal{E}) = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}(q - C\mathcal{E}) = 0$$

$$q = C\mathcal{E} + A\cos\frac{t}{\sqrt{LC}} + B\sin\frac{t}{\sqrt{LC}}$$

$$q(0) = C\mathcal{E} + A = 2C\mathcal{E} \to A = C\mathcal{E}$$

$$\dot{q}(0) = \frac{B}{\sqrt{LC}} = 0 \to B = 0$$

$$q = C\mathcal{E}\left(1 + \cos\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

Аналогично, ток пойдёт в другую сторону, когда $\cos\frac{t_2}{\sqrt{LC}} = -1$

$$\frac{t_2}{\sqrt{LC}} = \pi \to t_2 = \pi\sqrt{LC}$$

Дальше всё начнёт повторяться $\Rightarrow T = t_1 + t_2$;

$T = \pi\sqrt{LC}\,(1+\sqrt{3})$

3) Через катушку $L_1$ ток идёт в одном направлении.

$$q = C\mathcal{E}\left(1 - \cos\frac{t}{\sqrt{3LC}}\right)$$

$$I = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{3LC}}\sin\frac{t}{\sqrt{3LC}}$$

$$I_{M1} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{3LC}} \quad \text{при} \quad \frac{t}{\sqrt{3LC}} = \frac{\pi}{2} < \pi$$

4) Через катушку $L_2$ ток идёт в обоих направлениях. Рассмотрим состояние, когда конденсатор разряжается.

$$q = C\mathcal{E}\left(1 + \cos\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

$$I = -\frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{LC}}\sin\frac{t}{\sqrt{LC}} \qquad I_{max} = \left|-\frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{LC}}\right| = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{LC}}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$I_{M2} = max\left(\frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{LC}}, I_{M1}\right)$ ; $I_{M2} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{LC}}$

Ответ: $T = \pi\sqrt{LC}\,(1+\sqrt{3})$ ; $I_{M1} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{3LC}}$ ; $I_{M2} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{LC}}$

№5

Дано:

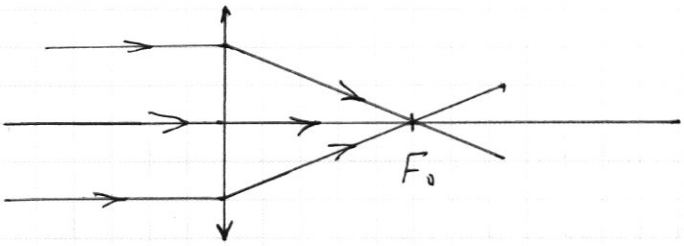
$F_0$, $D$, $\tau_0$

---

$x - ?$ ; $v - ?$ ; $t_1 - ?$

---

1) После прохода через первую линзу лучи сходятся в фокусе, потому что они параллельны оси.



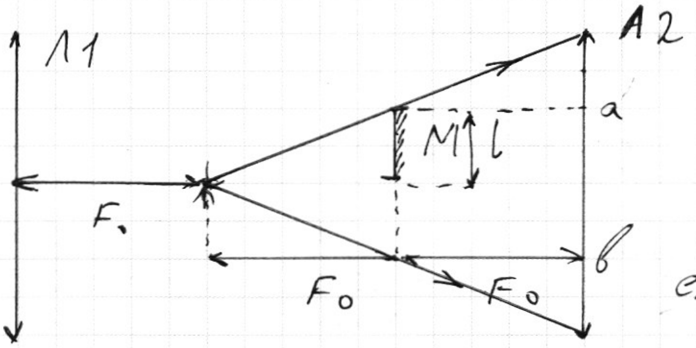

Расстояние от пучка до второй линзы $d = 2F_0$. Т.к. лучи сфокусируются в фотодетекторе, $x$ — расстояние от Л2 до изображения.

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{d} + \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{F_0}\left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2F_0} \rightarrow x = 2F_0$$

2) При $\tau_0 \le t \le t_1$, перегородка Л1 максимально возможно блокирует свет.




Перегородка ~~длиной~~ диаметром $l$ оставляет пятно площадью $2\pi\frac{l^2}{4}$ (из подобия)

Т.к. интенсивность равномерна в сечении пучка, $\frac{I_0}{I_1} = \frac{\pi\frac{D^2}{4}}{\pi\frac{D^2}{4} - \pi\frac{l^2}{4}}$

$$\frac{3}{4} = 1 - \left(\frac{l}{D}\right)^2$$

$$\left(\frac{l}{D}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$l = \frac{D}{2}$$

3) С момента, когда мишень начинает препятдать свет, до её максимально воздействие, проходит время $\tau_0$, а она проходит расстояние $l$. Тогда, $v\tau_0 = l$

$$v = \frac{D}{2\tau_0}.$$

4) Из подобие треугольников $\Longrightarrow$ длина отрезка $ab = \frac{D}{2}$ (п. 2)). До того как мишень начнёт выходить из области перекрытие, пробдёт время $\Delta t = \frac{ab - l}{v} = 0 \Longrightarrow t_1 = \Delta t + \tau_0 = \tau_0$.

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $x = 2F_0$; $\frac{\upsilon}{2\tau_0} = \upsilon$; $t_1 = \tau_0$

№ 3

Дано:

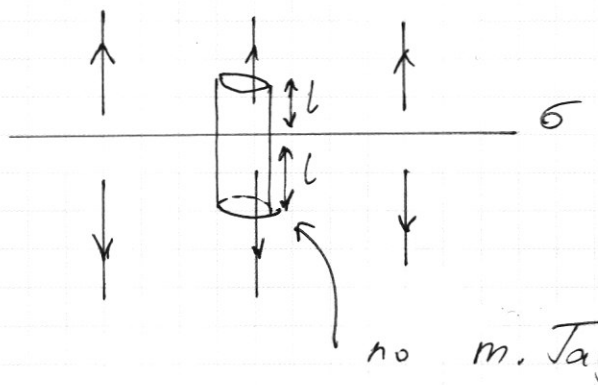
1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$; $AK = AC$; $\frac{E_2}{E_1}$ - ?

2) $\sigma_1 = 2\sigma$; $\sigma_2 = \sigma$; $\alpha = \frac{\pi}{7}$; $AK = AC$; $E$ - ?

---

1) Найдём поле от бесконечной пластины.

В силу симметрии поле направлено вдоль нормали

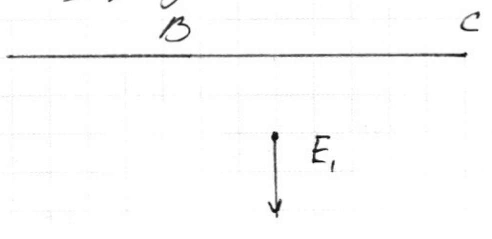



по т. Гаусса: $2E(l)S = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$

$$E(l) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

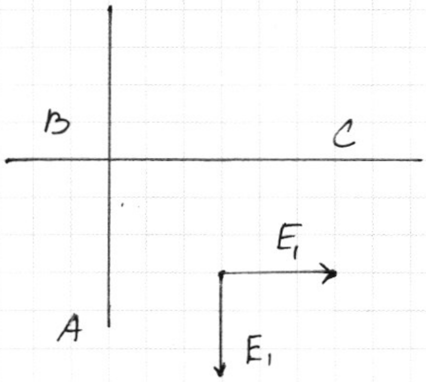
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - const$$

2) До зарядки пластины AB:




$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

После зарядки AB:




$$E_2 = E_1\sqrt{2}$$

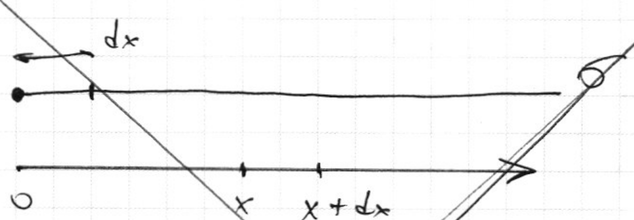
$$\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$$

3) $$E = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{1+\frac{1}{4}} = \frac{\sigma\sqrt{5}}{2\varepsilon_0}$$

Ответ: $\sqrt{2}$; $\frac{\sigma\sqrt{5}}{2\varepsilon_0}$

---

~~№3 (2) Если пластины „полубесконечные" и за т. B не продолжаются:~~



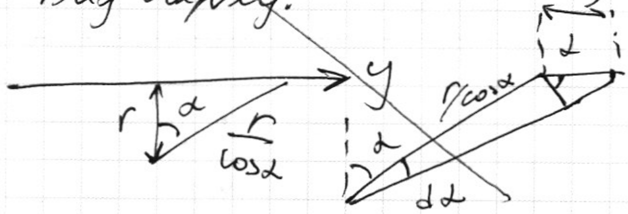

$$\varphi(x+dx) = \varphi(x) + d\varphi$$

$$\varphi(x+dx) = \varphi(x) + \varphi_0,$$ где $\varphi_0$ — ~~потанциал от бесконечно длинной полосы толщиной $dx$ и пов. плотностью $\sigma$.~~

$$d(d\varphi) = \frac{K\sigma dx}{\frac{r}{\cos\alpha}} \cdot dy$$

$$dy = r\,d\alpha/\cos^2\alpha$$

Вид сверху:



$$T_N - T_1 + T_0 - T_2 = 0$$

$$T_0 = T_1 + T_2 - T_N$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = 2K\sigma \int \frac{\cos\alpha\, d\alpha}{\cos^2\alpha} = \cos\alpha\; d(tg\alpha)$$

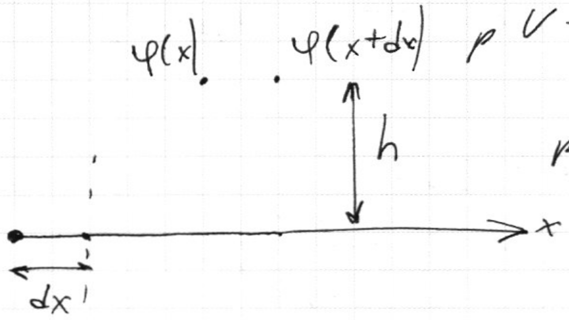
$$\frac{d(\sin\alpha)}{1-\sin^2\alpha}$$

$$\cancel{p_N V_N =}\quad pV_N = \nu R T_N \longrightarrow V_N = \frac{\nu R T_N}{p}$$

$$\frac{d\alpha}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}-1}$$

$$p(V - V_N) = \nu R(T_1 + T_2 - T_N)$$

$$pV - \nu R T_N = \nu R(T_1 + T_2 - T_N)$$




$$pV = \nu R(T_1 + T_2)$$

$$p = \frac{\nu R(T_1 + T_2)}{V}$$

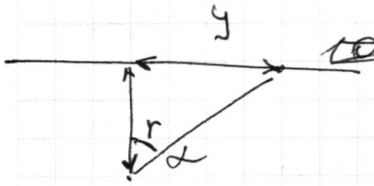
$$\frac{d\varphi}{dx} =$$

$$\varphi(x+dx) = \varphi(x) + d\varphi$$

$$d\varphi_x = -E_x dx$$

$$E_x = -\frac{d\varphi_x}{dx}$$

$$d(d\varphi) = \frac{K\sigma dx}{a} \cos\alpha \frac{a}{\cos^2\alpha} d\alpha$$




$$\cancel{100 \cdot 3,5}$$

$$100 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot 8,31 = \frac{3}{2} \cdot 831$$

$$d(d\varphi) = \frac{K\sigma dx\, dy}{\sqrt{r^2 + y^2}}$$

$$d(d\varphi) =$$

$$\times\ \begin{array}{r} 831 \\ 3 \\ \hline 2493 \end{array}$$

$$2492 \,|\, 2 \quad 1246$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = K\sigma \int \frac{d\alpha}{\cos\alpha}$$

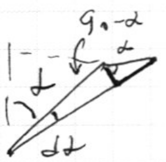
$$E_0 = \sqrt{E_\tau^2 + E_n^2}$$

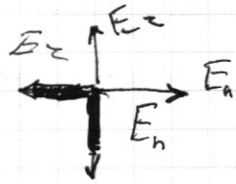
$$E_n = \sqrt{2}(E_n - E_\tau)$$

$$d\varphi = 2K\sigma dx \int^{\infty} \frac{dy}{\sqrt{r^2 + y^2}}$$

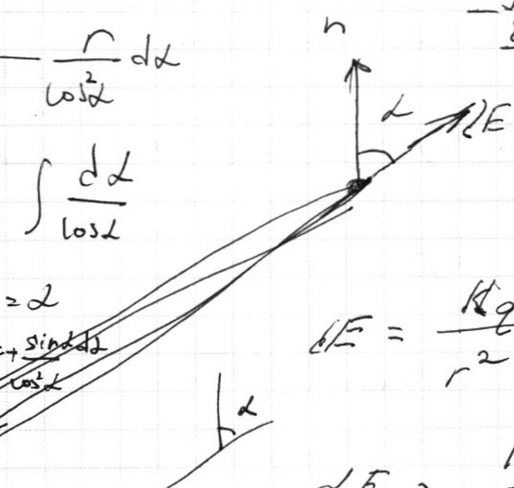
$$\frac{d\varphi}{dx} = 2K\sigma \int_0^{\infty} \frac{dy}{\sqrt{r^2 + y^2}}$$

$$\frac{r}{\cos^2\alpha} d\alpha$$




$$\int \frac{d\alpha}{\cos\alpha}$$




$$dv = d\alpha;\ v = \alpha$$

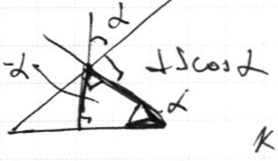
$$u = \frac{1}{\cos\alpha};\ du = +\frac{\sin\alpha\, d\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$dE = \frac{Kq}{r^2} = \frac{K\sigma\, dS}{r^2}$$

$$\frac{\alpha}{\cos\alpha} - \int \frac{\alpha \sin\alpha\, d\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$d(d\varphi) = \frac{K\sigma dx\, r d\alpha}{\cos\alpha}$$

$$dE_n = \frac{K\sigma\, dS}{r^2} \cos\alpha$$




$$\cancel{dE_n = \frac{K\sigma}{r^2}}$$

$$d(d\varphi) = \frac{K\sigma dx\, d\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$\frac{r}{\cos\alpha}$$

$$d(d\varphi) = \frac{K\sigma dx\, d\alpha}{\cos\alpha}$$

$$d\varphi = K\sigma dx \int_{-90}^{90} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}$$

$$dE_n = K\sigma\, d\Omega$$

$$E_n = K\Omega\sigma$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

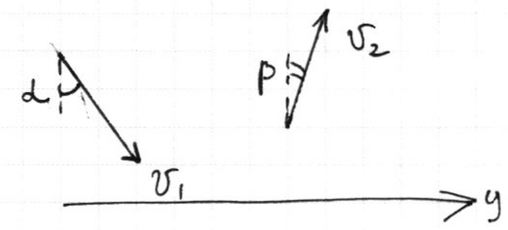
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



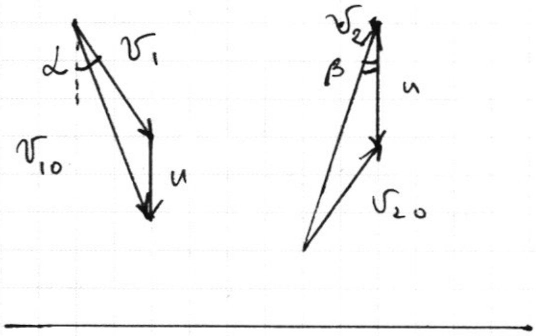

$\sin\alpha = \frac{3}{4}$ $\quad \sin\beta = \frac{1}{2}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ $\quad \cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$P_y = const \Rightarrow v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$

$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $v_2 = 8 \cdot \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 8 \cdot \frac{2 \cdot 3}{4} = 12$ м/с

В СО плиты (при упругом ударе)




$v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$

$v_1 \cos\alpha + u = v_2 \cos\beta - u$

$2u = v_2 \cos\beta - v_1 \cos\alpha$

$u = \frac{v_2 \cos\beta - v_1 \cos\alpha}{2}$

$u_{min} = \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2}$

В СО плиты (при абсолютно неупругом ударе)

$v_2 \cos\beta = u$

$u_{max} = 6\sqrt{3}$

$\frac{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}{(\sin\alpha)}$

| | |
|---|---|
| $N_2$, $\nu$, $T_1$ | $\nu$, Q, $T_2$ |

$\frac{1-\sin\alpha}{\sin\alpha}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$d(d\varphi) = \frac{k\sigma}{r}\cos\alpha \frac{r\,d\alpha}{\cos^2\alpha}dx$$

$$\int_0^{d\varphi} d(d\varphi) = k\sigma dx \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}$$

$$d\varphi = k\sigma dx \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\int \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = \int \frac{\cos\alpha\, d\alpha}{\cos^2\alpha} = \int \frac{d(\sin\alpha)}{1-\sin^2\alpha} = \frac{1}{2}\left(\int \frac{d(\sin\alpha)}{1-\sin\alpha} + \int \frac{d(\sin\alpha)}{1+\sin\alpha}\right) = \frac{1}{2}\left(\ln|1+\sin\alpha| - \ln|1-\sin\alpha|\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\ln\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{2}( \ln 2 - \ln 0$$

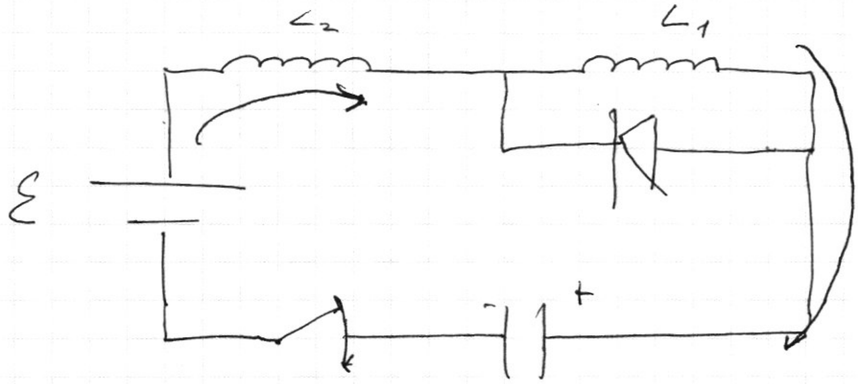
☑ черновик ☐ чистовик

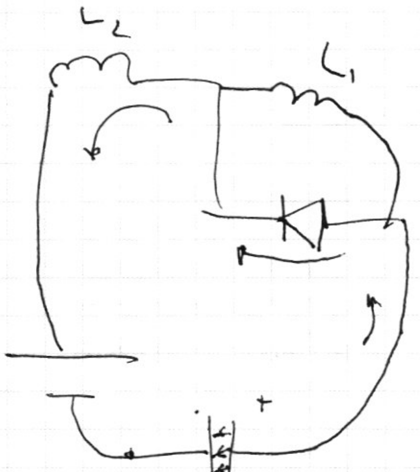
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

# ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА




$$\mathcal{E} = L_2 \dot{I} + L_1 \dot{I} + \frac{q}{C}$$

$$\mathcal{E} = (L_2 + L_1)\ddot{q} + \frac{q}{C}$$

$$\mathcal{E} = 3L\ddot{q} + \frac{q}{C}$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{3LC} - \frac{\mathcal{E}}{3L} = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{3LC}(q - C\mathcal{E}) = 0$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{3LC}}$$

$$0 = \frac{q}{C} - L_2 \dot{I} - \mathcal{E}$$

$$\frac{q}{C} = \mathcal{E} + L_2 \dot{I}$$

$$\frac{q}{C} = \mathcal{E}$$

$$q = A\cos\omega t + B\sin\omega t$$

$$q(0) = A = 0 \to A = 0$$

$$q = C\mathcal{E} + A\cos\omega t + B\sin\omega t$$

$$q_{max} = 2C\mathcal{E}$$

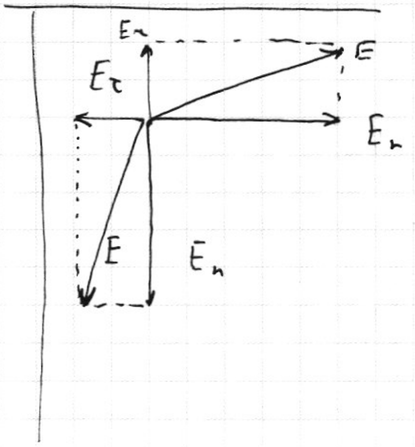
$$q(0) = C\mathcal{E} + A = 0 \to A = -C\mathcal{E}$$

$$\dot{q}(0) = B\omega = 0 \to B = 0$$

$$q = C\mathcal{E}(1 - \cos\omega t)$$

$q_{max}$ при $\cos\omega t = -1$ $\quad \omega t = \pi$

$$t_1 = \pi\sqrt{3LC}$$




$$\int \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = \int \frac{d \arccos t}{t}$$

$$\alpha = \arccos t \rightarrow t = \cos\alpha$$

$$\cancel{dt = \alpha}$$

$$\cancel{d\alpha = \frac{d\alpha}{dt} dt}$$

$$d\alpha = d\alpha \frac{dt}{dt} =$$

$$= d\alpha \frac{d(\cos\alpha)}{dt}$$

$$\cancel{\sin\alpha = t}$$

$$t = \cos\alpha$$

$$\alpha = \arccos t$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\alpha}{d(\cos\alpha)} = -\frac{d\alpha}{\sin\alpha d\alpha} =$$

$$= -\frac{1}{\sin\alpha}$$

$$\frac{d(\arccos t)}{dt} = -\frac{1}{\sin(\arccos t)}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-t^2}$$

$$\frac{d(\arccos t)}{dt} = -\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$$

$$\int \frac{dt}{t\sqrt{1-t^2}}$$