

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

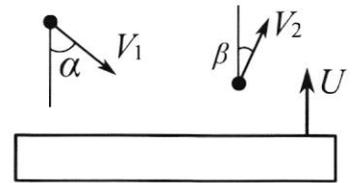
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

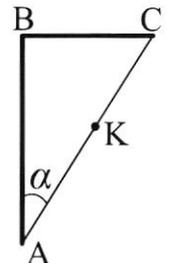


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

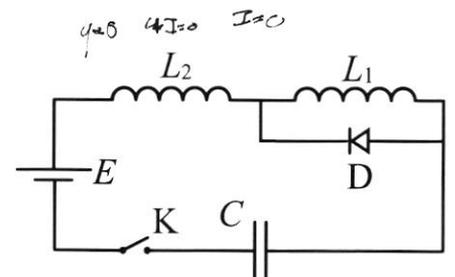
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



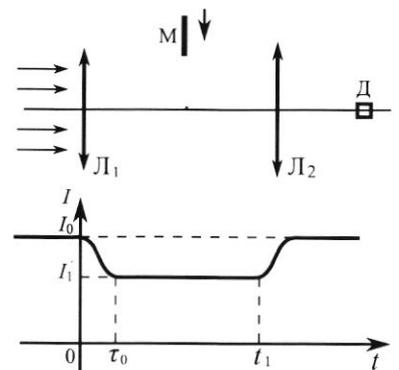
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



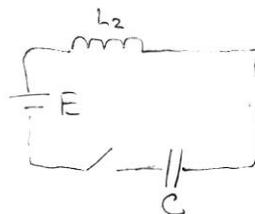
- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



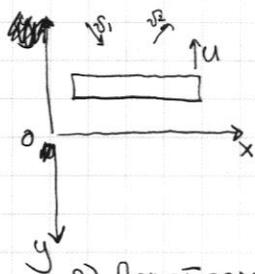
- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① 1) ЗСМ по Ox : $v_1 \cdot \sin \alpha = v_2 \cdot \sin \beta$



$$v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 18 \text{ м/с}$$

2) Перейдем в СО плиты. Тогда $\bar{v}'_1 = \bar{v}_1 - \bar{u}$

$$\bar{v}'_2 = \bar{v}_2 - \bar{u}$$

← проекция \bar{v}'_1 на Oy

$$\rightarrow v'_{1y} = v_1 \cdot \cos \alpha + u$$

Т.к. плита массивная, то её скорость от столкно-

$$\left\{ \begin{array}{l} v'_{1y} \\ v'_{2y} \end{array} \right. = v_2 \cdot \cos \beta - u$$

вения не изменилась. \rightarrow СО - инерциальная.

↑ проекция \bar{v}'_2 на Oy

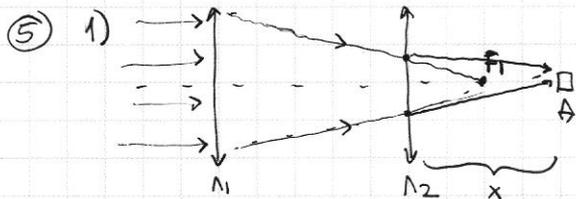
\rightarrow работает ЗСМ по вертикали (т.к. ~~не~~ ^{не} учитываем силу тяжести)

Т.к. плита массивная, то её скорость от столкновения не изменилась. \rightarrow СО - инерциальная.

$$\rightarrow v_1 \cdot \cos \alpha + u = v_2 \cdot \cos \beta - u$$

$$2u = v_2 \cdot \cos \beta - v_1 \cdot \cos \alpha$$

$$u = \frac{v_2 \cdot \cos \beta - v_1 \cdot \cos \alpha}{2} = \frac{18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \boxed{6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}} \text{ м/с}$$



(если нет L_2)

Лучи проходя через L_1 фокусируются на фокусе L_1 (то есть на расстоянии $3F_0$ от L_2) ~~и на~~ F_1 . Если вернем L_2 , то в силу обратимости лучей, изображение лучей в первой линзе будет "мнимым предметом" для второй линзы. \rightarrow по правилу тонкой линзы

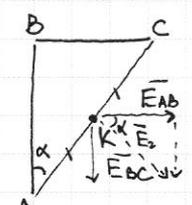
$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{-F_0} + \frac{1}{x} \rightarrow \boxed{x = \frac{F_0}{2}}$$

т.к. "мнимый" предмет

на расстоянии $3F_0 - 2F_0 = F_0$ от L_2

~~Учитель~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- ③  1) Пусть \vec{E}_{BC} - напряженность поля в К от пластины BC
Аналогично \vec{E}_{AB} - от заряженной пластины AB
Пусть ~~поверхн. плотность заряда~~ σ

Тогда $E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, $E_{BC} \perp BC$ (см. рис.)

Аналогично $E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, $E_{AB} \perp AB$

По принципу суперпозиции

$$\vec{E}_z = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AB}$$

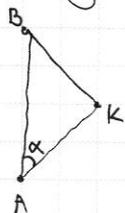
↑
напряженность
поля во 2м случае

Если $\alpha = 45^\circ$ и поверхностные плотности AB и BC одинаковы, то AB и BC ~~совпадают~~ ^{полностью} совмещаются поворотом AB на 90° относительно К. Следовательно \vec{E}_{AB} и \vec{E}_{BC} тоже образуют угол 90° градусов между собой, а также $|\vec{E}_{AB}| = |\vec{E}_{BC}|$.

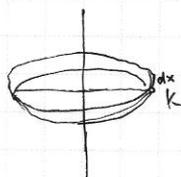
$$\rightarrow E_z = \sqrt{2} E_{BC} \rightarrow \frac{E_z}{E_{BC}} = \sqrt{2}$$

↑
напряженность
во втором случае

- 2) Найдем E_{AB} в новых условиях:



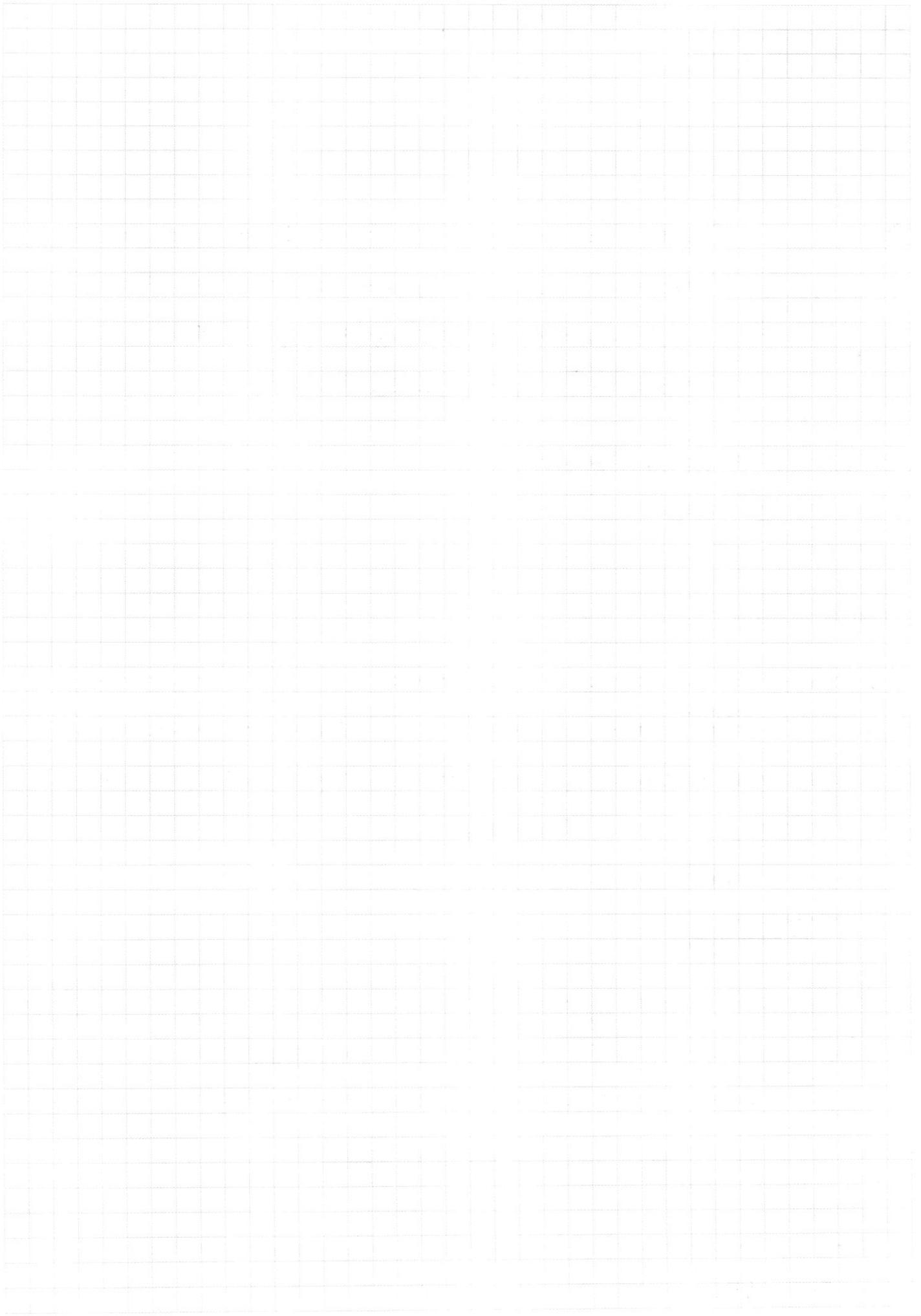
Напряженность поля от ~~бесконечной~~ ^{заряда λ} с линейной плотностью λ прямой на расстоянии r по т. Гаусса $E'(r) \cdot 2\pi r \cdot dx = \frac{\lambda dx}{\epsilon_0}$



$$\rightarrow E'(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Пластина AB состоит из бесконечного числа таких прямых

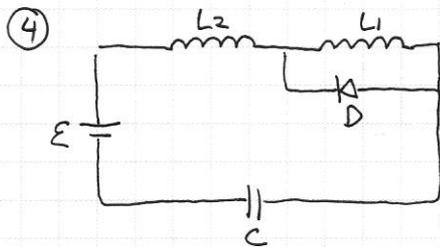
$$\rightarrow E_{AB} = \int E(r) dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

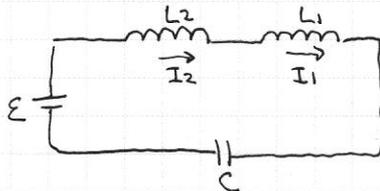
Страница № 4
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) Процесс можно разбить на 2 части:

Когда диод закрыт:



2ое правило Кирхгофа:

$$L_2 \dot{I}_2 + L_1 \dot{I}_1 + U_C = \varepsilon$$

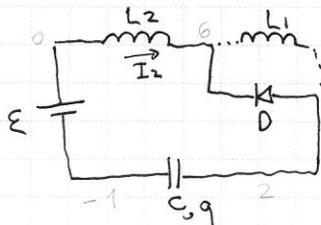
Пусть на конденсаторе заряд q .

Тогда $(L_2 + L_1) \ddot{q} + \frac{q}{C} = \varepsilon$

$$\ddot{q} + \frac{q}{C(L_1 + L_2)} = \frac{\varepsilon}{L_1 + L_2} \rightarrow \text{период таких колебаний}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}}} = 2\pi \sqrt{C(L_1 + L_2)}$$

Когда диод открыт:



2ое правило Кирхгофа:

$$L_2 \dot{I}_2 + U_C - U_D = \varepsilon$$

$$L_2 \ddot{q} + \frac{q}{C} = \varepsilon + U_D$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{L_2 C} = \frac{\varepsilon + U_D}{L_2}$$

Период $T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{L_2 C}}} = 2\pi \sqrt{L_2 C}$

Исходные колебания состоят из чередующихся частей этих колебаний: ~~сначала~~ по очереди происходит сначала ~~первая~~ часть первых колебаний, в которых I_2 положительно. Затем часть вторых, в которой I_2 отрицательно.

$$\rightarrow T = \frac{I_1 + I_2}{2} = \sqrt{C} (\sqrt{L_1 L_2} + \sqrt{L_2}) = \sqrt{C L_2} (\sqrt{L_1 + L_2})$$

2) когда диод открыт $L_1 \dot{I}_1 = -U_0 \rightarrow \dot{I}_1 \neq 0$

А когда $I_1 - \text{max}$, $\dot{I}_1 = 0 \rightarrow$ это происходит когда диод закрыт

Тогда $q = q_0 \cos(\omega t) + C \mathcal{E} = -C \mathcal{E} \cos(\omega t) + C \mathcal{E}$ (т.к. $q(t=0) = 0$)

$$\rightarrow I_1 = q' = -C \mathcal{E} \omega \cos(\omega t)$$

$$\rightarrow I_{1 \text{ max}} = C \mathcal{E} \omega = C \mathcal{E} \frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = \boxed{\mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{3L}}}$$

3) Аналогично для катушки L_2

~~в колебаниях~~ в колебаниях с закрытым диодом

$$I_{2 \text{ max}} = C \mathcal{E} \frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$$

в колебаниях с открытым диодом

$$\text{аналогично } q(t) = q_0 \cos(\omega t) + \frac{(\mathcal{E} + U_0)}{C}$$

$$q(t) = -(\mathcal{E} + U_0) C \cos(\omega t)$$

$$\rightarrow I_{2 \text{ max}} = (\mathcal{E} + U_0) C \cdot \omega$$

Считаем, что $U_0 = 0$

$$I_{2 \text{ max}} = \mathcal{E} \cdot C \cdot \frac{1}{\sqrt{C L_2}} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_2}} > \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$$

$$\rightarrow \boxed{I_{M2} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{3L}}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) По уравнению идеального газа

$$V_{\text{водорода}} = \frac{\nu R T_1}{P_{\text{водорода}}}$$

$$V_{\text{азота}} = \frac{\nu R T_2}{P_{\text{азота}}}$$

$P_{\text{водорода}} = P_{\text{азота}}$, т.к. поршень в равновесии

$$\rightarrow \frac{V_{\text{водорода}}}{V_{\text{азота}}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$$

2) Пусть установившаяся температура - T .

Тогда $V_1 = \frac{\nu R T}{P_1}$

\uparrow объем полости водорода \uparrow его давление

$P_1 = P_2$, т.к. поршень в равновесии

и для азота $V_2 = \frac{\nu R T}{P_2}$

$$\Rightarrow V_1 = V_2 = \frac{1}{2} V, \text{ где } V - \text{объем сосуда (за минусом объема поршня)}$$

Будем считать, что давление \uparrow на поршень с обеих сторон всегда равны, т.к. (1) процесс ~~быстрый~~ медленный \rightarrow все успевает стабилизироваться).

2) поршень всегда движется в 1 сторону ~~из-за разности температур~~ ~~разности~~ ~~температуры~~ ~~объемов~~ слева в силу однородности процесса (в каждый момент с физической точки зрения всегда происходит одно и то же). А т.к. изначально и в конце давления азота и водорода равны, то они равны всегда.

Т.к. слева и справа давления всегда равны, то процесс изобарный (т.к. давление начинает меняться с одной стороны \rightarrow если бы оно менялось, то давления с 2х сторон не были бы одинаковыми)

$$\rightarrow \frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T}{\frac{V}{2}}$$

$$V_1 = \frac{7}{18} V \rightarrow \frac{18 T_1}{7} = 2T \rightarrow T = \frac{9}{7} T_1 = \underline{\underline{450 \text{ K}}}$$

3) ЗСЭ:

$$W_{\text{водорода 1}} + W_{\text{азота 1}} = \underbrace{A_{\text{водорода}} + A_{\text{азота}}}_{\text{внутренние энергии вытисне}} + W_{\text{водорода 2}} + W_{\text{азота 2}}$$

о.т.к. силы давления равны,
но противоположны

$$\frac{i}{2} \nu R (T_1 + T_2) = \dots$$

← разница внутренних энергий

$$Q_+ = \frac{i}{2} \nu R (T - T_1) = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8.31 \cdot 100 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 831}{2 \cdot 7} = \frac{5 \cdot 3 \cdot 831}{7} \approx \frac{5 \cdot 3 \cdot 833}{7} = 15.119 \approx$$

↑
теплота, полученная
водородом от азота

$$\approx 15.120 = \boxed{1,5 \text{ кДж}}$$

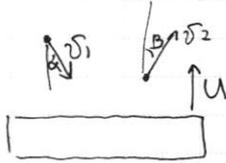
* $i = 5$, т.к. $C_V = \frac{5R}{2} = \frac{i}{2} R$.

~~Азот вытисняет~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$E'(r) = \frac{\sigma \cdot \overline{AB}}{2\pi \epsilon_0 r}$$

$$\frac{k\lambda}{r} \quad \lambda = \frac{Q}{L}$$



σ

$$V'_{zy} = V_1 \cdot \cos \alpha + U$$

$$V_1 \cdot \cos \alpha + 2U = V_2 \cdot \cos \beta$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

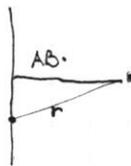
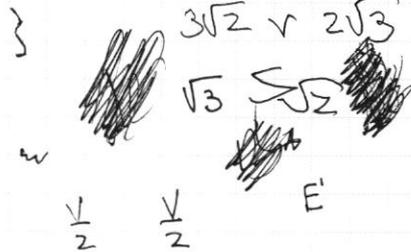
$$V_2 \cdot \cos \beta +$$

$$V_2 \cdot \cos \beta + 2U =$$

$$V_1 \cdot \cos$$



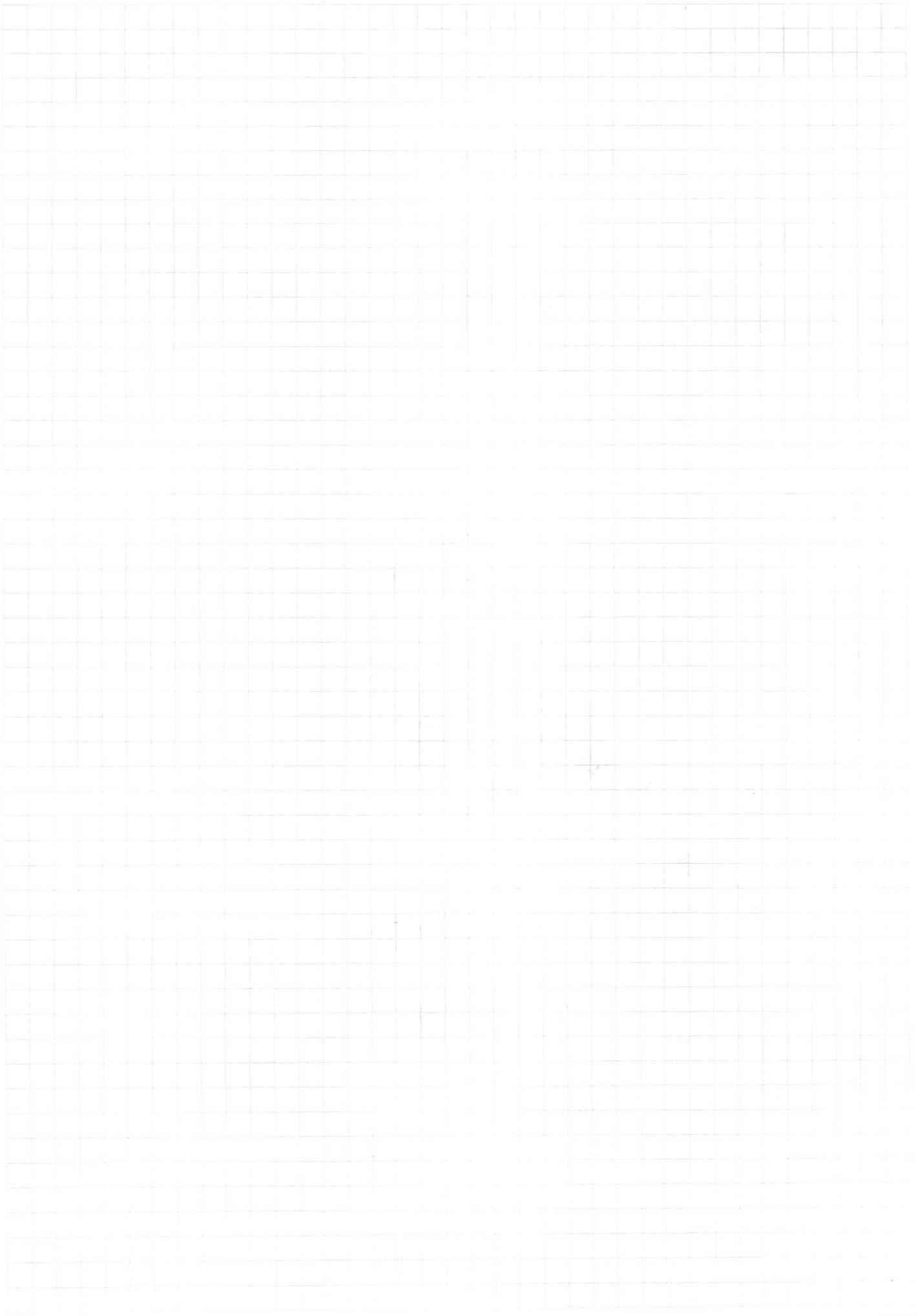
$T=T$



$$E'(x) =$$

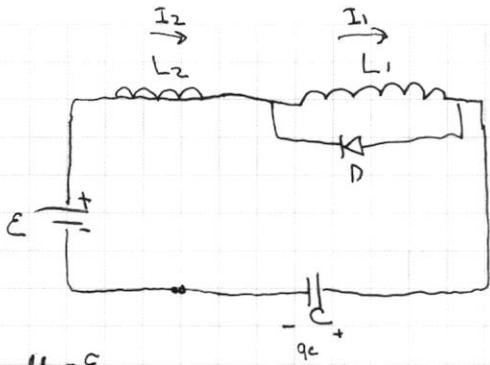
$$\begin{array}{r} 833 \overline{) 7} \\ -7 \quad 119 \\ \hline -13 \\ \quad 7 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 15 \\ 12 \\ \hline 30 \\ + 15 \\ \hline 180 \end{array}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$$\frac{\text{САМЫЙ БОЛЬШОЙ}}{\text{САМЫЙ МАЛЫЙ}} = \frac{P}{S}$$

$$U_C = \varepsilon$$

$$L_2 \dot{I}_2 + L_1 \dot{I}_1 + U_C = \varepsilon$$

$$(L_1 + L_2) \ddot{q} + \frac{q}{C} = \varepsilon$$

$$\ddot{q} + \frac{c}{L_1 + L_2} q = \varepsilon$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{c}{L_1 + L_2}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{c}{L_1 + L_2}}$$

$$I_i = q_0 \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0) + \frac{\varepsilon}{L_1 + L_2}$$

$$T = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{\sqrt{\frac{c}{L_1 + L_2}}}$$

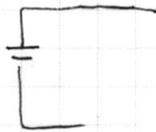
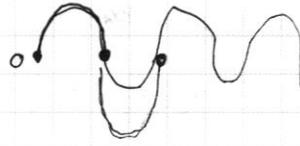
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{c(L_1 + L_2)}}$$

$$\frac{q}{C} = B$$

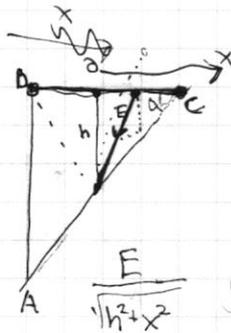
$$\frac{KN}{B} = C$$

$$L(KN^2) = B$$

$$L = \frac{B \cdot C^2}{KN}$$



$$E_{oc} = \int E_{xy} dx$$



$$E(r) \cdot 2\pi r \cdot dx = \frac{\lambda dx}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$$

$$E = \int E_{xy} dx$$

$$\int E(r) \cdot r =$$

$$E_y = E \cdot \sin \alpha'$$

$$\frac{h}{\sqrt{h^2 + x^2}}$$

$$E_{oc} = \int E_{xy} dx =$$

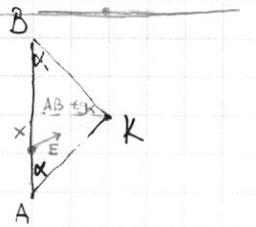
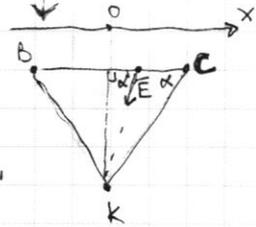
$$\int \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0} \frac{dx}{\sqrt{h^2 + x^2}}$$

$$= \int (h^2 + x^2)^{-0.5}$$

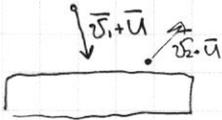
$$E \int \frac{h}{\sqrt{h^2 + x^2}} \frac{\lambda dx}{\varepsilon_0} = \lambda dx$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{h^2 + x^2}}$$

$$= \int (h^2 + x^2)^{-0.5}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$v_1 \cdot \sin \alpha = v_2 \cdot \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 12 \cdot \frac{3}{2} = 18 \text{ м/с}$$

$$U_{BH1} + U_{BH2} = A + U_{BH1} + U_{BH2}$$

$$A = S dA$$

$$dU_{BH1} + dU_{BH2} + dA = 0$$

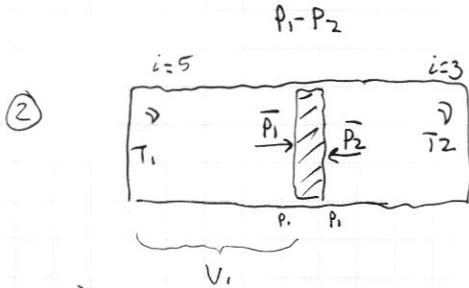
$$dA = -dU_{BH1} - dU_{BH2}$$

$$A = -S dU_{BH1} - S dU_{BH2} \ominus$$

$$\ominus - \frac{1}{2} dR (S dT_1 + S dT_2) =$$

$$T - T_1 \quad T - T_2$$

$$A = \int (P_1 - P_2) dV = \int (dR) = \frac{1}{2} dR (T_1 + T_2 - 2T)$$



$$C_V = \frac{1}{2} R$$

$$C_V = \frac{1}{2} \frac{dR}{dT} = \frac{1}{2} R$$

$$T = \frac{P_1 V_1}{MRT}$$

T = const

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{T_1}{\frac{1}{18} V} = \frac{T_2}{\frac{1}{2} V}$$

$$\frac{T_1}{\frac{1}{18} V} = \frac{T_2}{\frac{1}{2} V}$$

$$\frac{18}{7} T_1 = 2 T_2$$

$$T = \frac{9}{7} T_1 \quad 400$$

1)

$$P_1 = \frac{\gamma R T_1}{V_1}$$

$$P_2 = \frac{\gamma R T_2}{V_2}$$

$$V_0 = \frac{\gamma R T}{P}$$

V

$$C_V = \frac{dQ}{dT}$$

Q = 0

$$Q_{+1} = A + \Delta U_{BH} =$$

$$P_1 = \frac{\gamma R T_1}{\frac{1}{18} V} = \gamma R T_1$$

$$P_2 = \frac{\gamma R T_2}{\frac{1}{2} V}$$



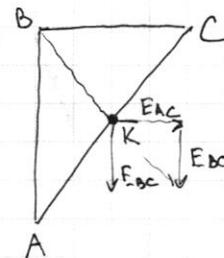
$$V_1 = V_2$$

$$A = \int P dV = \int (P_1 - P_2) dV \ominus$$

$$\ominus \int$$

$$U_{BH1} + U_{BH2} = A + U_{BH1} + U_{BH2}$$

$$\frac{1}{2} \gamma R (T_1 + T_2) = A + 2 \gamma R T \cdot \frac{1}{2}$$



$$dA = 0$$

$$dU_{BH1} + dU_{BH2} + dA = 0$$

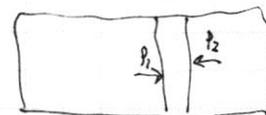
$$A = \int dA = -S$$

$$dU_{BH1} + dU_{BH2} + dA_1 + dA_2 = 0$$

$$- \frac{1}{2} \gamma R (dT_1 + dT_2) = d(A_1 + A_2) \quad dU_{BH1} + dA_1 = -dU_{BH2} - dA_2$$

$$\frac{1}{2} \gamma R (dT_1 + dT_2) = -dA_2 - dA_1$$

$$dA_2$$



$$dV_1 = \frac{\gamma R dT_1}{dP_1}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

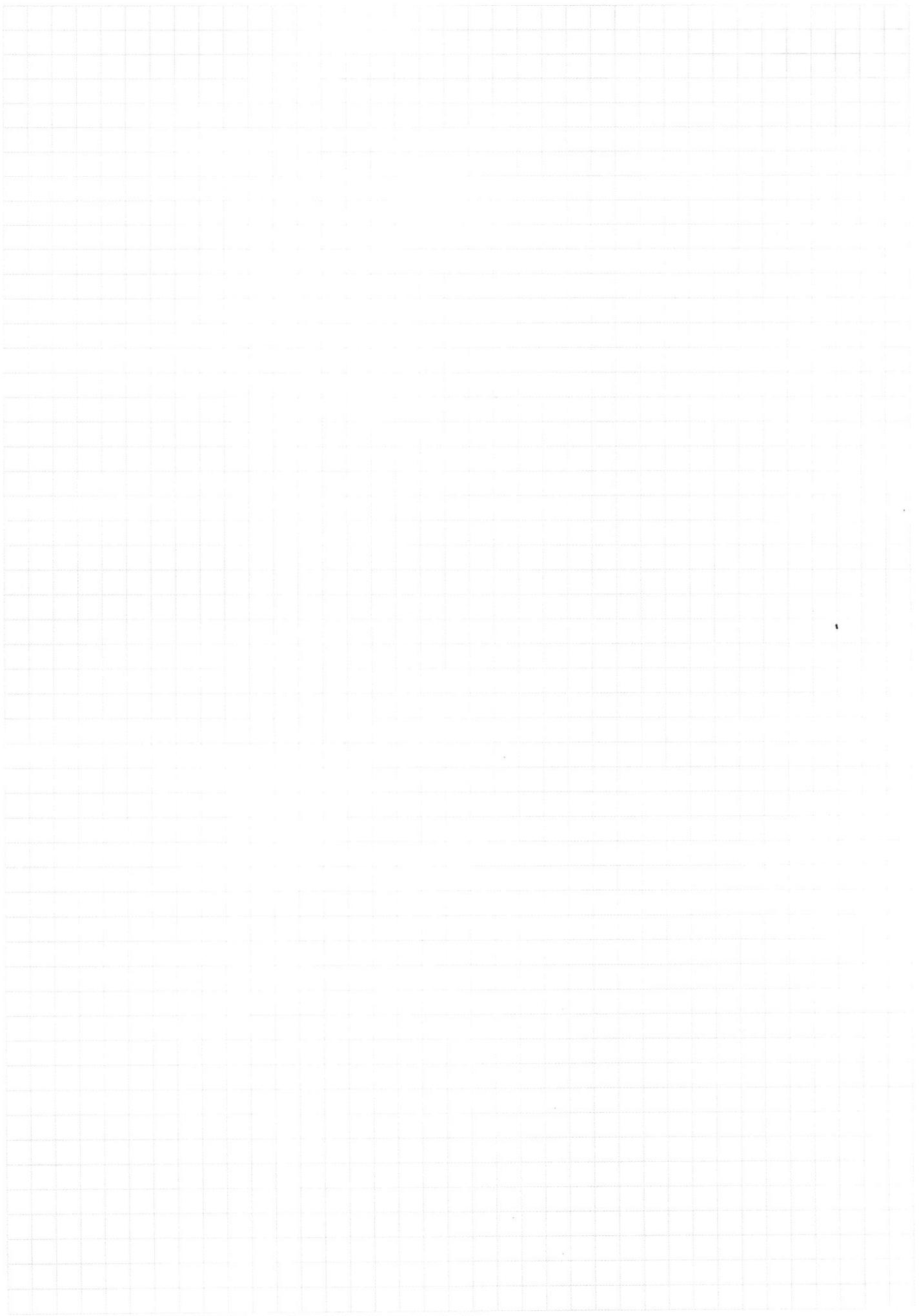
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)