

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

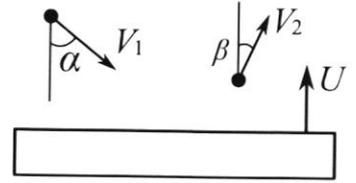
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

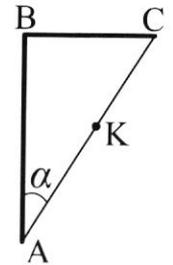


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

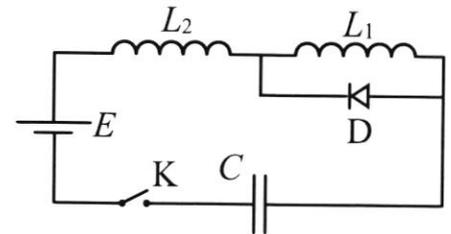
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



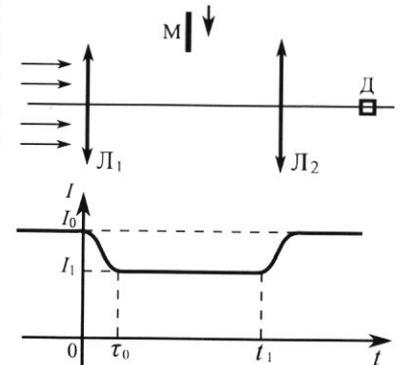
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

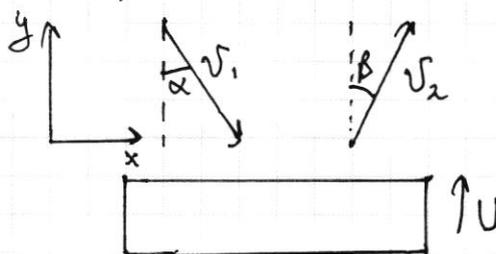
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Найти v_2 через ЗСИ нельзя, т.к. удар неупругий, а плита массивная.

Плита гладкая \Rightarrow трение отсутствует \Rightarrow компонента скорости, параллельная поверхности, остается неизменной, а значит

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = 18 \text{ м/с}$$



Перейдем в СО плиты. В ней проекция скорости падающего шарика относительно плиты на ось y

$$v_{1ny} = v_1 \cdot \cos \alpha + U$$

В процессе неупругого столкновения часть энергии перешла в тепло, а значит шарик отразится со скоростью v_0 меньшей v_{1ny}

Перейдем назад в СО земли. Проекция скорости отраженного шарика на ось y

$$v_{2y} = v_0 + U. \text{ Очевидно, что } v_2 \cos \beta = v_0 + U$$

$$\text{Из написанного выше } 0 \leq v_0 < v_1 \cos \alpha + U$$

$$v_0 = v_2 \cos \beta - U \Rightarrow 0 \leq v_2 \cos \beta - U < v_1 \cos \alpha + U$$

$$\text{Значит } v_2 \cos \beta \geq U \Rightarrow \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

$$\frac{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}}{2} < U \leq 12\sqrt{2}$$

Ответ: 1) 18 м/с ; 2) $6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} < U \leq 12\sqrt{2}$

2. Процесс медленный \Rightarrow равновесие

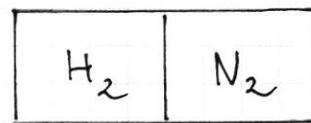
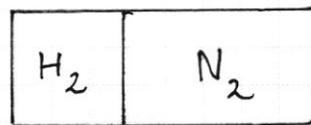
давление всегда равно давлению

Для H_2 :

Для N_2 :

$$P_0 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_0 V_2 = \nu R T_2$$



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$$

Запишем первое начало термодинамики для системы

$$Q = \Delta U_1 + \Delta U_2 + A_1 + A_2$$

Сосуд теплоизолирован $\Rightarrow Q = 0$

Работа одного газа равна работе над другим газом

$$A_1 = -A_2$$

Значит

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Rightarrow \frac{5}{2} \nu R (T_0 - T_1) + \frac{5}{2} \nu R (T_0 - T_2) = 0$$

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{350 + 550}{2} = 450 \text{ K}$$

$Q_1 = -Q_2$, т.к. сосуд теплоизолирован, а поршень проводит тепло.

$$Q_1 = \Delta U_1 + A_1, \quad Q_2 = \Delta U_2 + A_2 \Rightarrow A_2 = Q_2 - \Delta U_2$$

$$Q_1 = \Delta U_1 + \Delta U_2 - Q_2 \Rightarrow 2Q_1 = \Delta U_1 + \Delta U_2$$

Ответ: 1) $\frac{7}{11}$; 2) 450 K 3) 0

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. Напряженность бесконечной заряженной плоскости равна $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ в любой точке пространства.

IV В случае нескольких заряженных плоскостей работает принцип суперпозиции: вектора \vec{E}_1 и \vec{E}_2 складываются

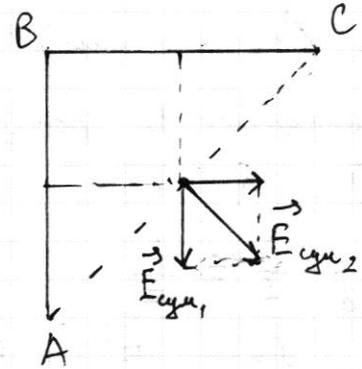
$$E_{\text{сум.1}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}; \quad E_{\text{сум.2}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\frac{E_{\text{сум.2}}}{E_{\text{сум.1}}} = \sqrt{2}$$

II $E_1 = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0}$ $E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$$E_{\text{сум.3}} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{\sqrt{10}\sigma}{2\epsilon_0}$$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$; 2) $\frac{\sqrt{10}\sigma}{2\epsilon_0}$



4. Когда источник совершает положительную работу, диод закрыт. Тогда время зарядки конденсатора составляет половину периода цепи без диода. (случай 1)

По формуле Томсона $\frac{T_1}{2} = \pi\sqrt{\frac{L}{C}}$, где $L_3 = L_1 + L_2$
 $\Rightarrow \frac{T_1}{2} = \pi\sqrt{\frac{L}{C}}$

Когда источник соверш. отриц. работу, диод и L_1 становятся проводниками. Тогда $\frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{\frac{L}{3LC}}$ (случай 2)

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi\left(\sqrt{\frac{L}{C}} + \sqrt{\frac{L}{3LC}}\right)$$

ЗСЭ для случая 1: $\epsilon \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{qE}{2} - \frac{(L_1 + L_2) I_{\text{м2}}}{2}$

Продолжение на обороте

и-процесс.

$$|I| = \left| \frac{-CE}{L_1 + L_2} \right| = \frac{CE}{L_1 + L_2}$$

ЗСД где суммарно 2:

$$\varepsilon q = \frac{qE}{2} - \frac{L_2 I_{M2}}{2}$$

$$|I_{M2}| = \frac{CE}{L_2}$$

Ответ: 1) $\sqrt{\frac{1}{2\mu\epsilon} + \frac{1}{3\mu\epsilon}}$; 2) $\frac{CE}{L_1 + L_2}$; 3) $\frac{CE}{L_2}$

5. Параллельный луч света

падает в фокус (где L_1)

Для L_2 :

$$-\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

$$f = \frac{dF}{d+F} = \frac{F_0^2}{2F_0} = \frac{F_0}{2}$$

$$\frac{a}{D} = \frac{F_0}{3F_0} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{3} D$$

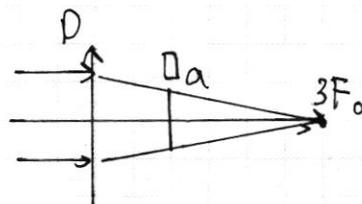
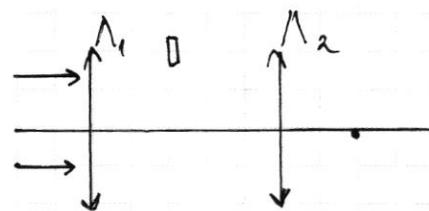
$$S = a \cdot \frac{I_1}{I_0} = \frac{5}{9} a = \frac{5}{27} D$$

$$V = \frac{S}{\tau_0 - 0} = \frac{5D}{27\tau_0}$$

$$\frac{t_1 - \tau_0}{\tau_0 - 0} = \frac{a - s}{s} \Rightarrow t_1 s - \tau_0 s = \tau_0 a - \tau_0 s$$

$$t_1 = \tau_0 \cdot \frac{a}{s} = \frac{9}{5} \tau_0$$

Ответ: 1) $\frac{F_0}{2}$; 2) $\frac{5D}{27\tau_0}$; 3) $\frac{9}{5} \tau_0$



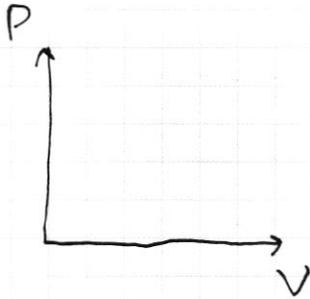
S - площадь линзы

H ₂	N ₂
----------------	----------------

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$p_1 v_1 = \nu R T_1 \quad p_1 (v - v_1) = \nu R T_2$$

$$p_1 v = \nu R (T_1 + T_2)$$



$$\frac{p_1}{v_1} = \frac{\nu R T_1}{v_1}$$

$$A_1 = -Q_{\text{пер}} - \Delta U_1$$

$$Q_{\text{пол}} = -Q_{\text{пер}}$$

$$A_1 = -A_2$$

$$-Q_{\text{пер}} = \Delta U_1 + A_1$$

$$Q_{\text{пол}} = \Delta U_2 + A_2 = \Delta U_2 + Q_{\text{пер}} + \Delta U_1$$

~~ΔU₁~~

$$Q_{\text{пол}} - Q_{\text{пер}} = 2Q_{\text{пер}} = \Delta U_1 + \Delta U_2$$

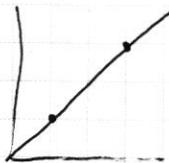
ш

$$v_0 < v \cos \alpha + \omega R$$

$$0,5 v_2 \cos \beta$$

$$18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 12\sqrt{2}$$

v_{1,2}



$$v_2 \cos \beta \leq v$$

$$v > \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

$$\sin^2 \beta = \frac{1}{3}$$

$$\cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$12 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$I = C U'$$

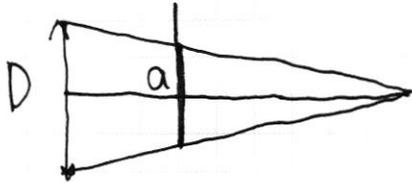
$$-U = L I''$$

$$I = -C L I''$$

$$x = -\omega^2 a$$

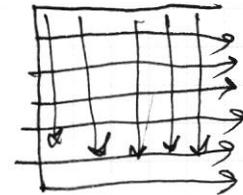
$$\Rightarrow \omega = \sqrt{CL}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$2Q_1 = \Delta U_1 - \Delta U_2 + A_1 - A_2$$

$$\frac{a}{D} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{3} D$$



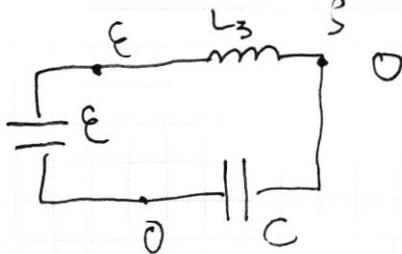
$$s = \frac{1}{5} a \cdot \frac{I_1}{I_0} = \frac{5}{9} a = \frac{5}{27} D$$

$$V = \frac{s}{\tau_0} = \frac{5D}{27\tau_0}$$

$$\frac{t_1 - \tau_0}{\tau_0 - 0} = \frac{a - s}{s}$$

$$t_1 s = \tau_0 a - \tau_0 s$$

$$t_1 = \tau_0 \frac{(a - s)}{s} = \tau_0 \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{27} \right) \cdot \frac{27}{5} = \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{27} \right) \tau_0 = \frac{9}{5} \tau_0$$



$$U = LI'$$

$$I_2 = \frac{4\epsilon}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L_2}}$$

$$I = CU'$$

$$\epsilon \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{(L_1 + L_2) \cdot I^2}{2}$$

$$\Delta I = I - 0$$

$$\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}}$$

$$\epsilon \Delta I = \frac{(L_1 + L_2) \cdot I^2}{2} \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{I}{4} - 0 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}}$$

$$\epsilon = \frac{(L_1 + L_2) \cdot I^2 \cdot \frac{\pi}{2}}{2 \cdot \frac{\pi}{2} \sqrt{C(L_1 + L_2)}} \Rightarrow I_1 = \frac{4\epsilon}{\pi} \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$$

2.



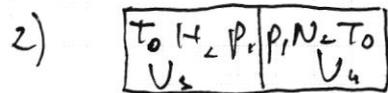
$$\nu = \frac{\nu}{z} \text{ моль } T_1 = 350 \text{ K}$$

$$T_2 = 550 \text{ K}$$

Процесс медленный $\Rightarrow a=0 \Rightarrow P_{H_2} = P_{N_2}$

$$P_0 V_1 = \nu R T_1 \quad P_0 V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right) = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$$



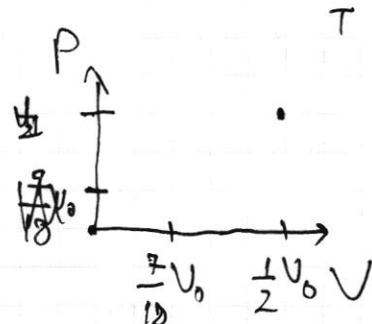
$$P_1 V_3 = \nu R T_0 \quad P_1 V_4 = \nu R T_0 \Rightarrow V_3 = V_4$$

Первое начало м.г.

$$Q_2 = \Delta U + A$$

$$\Delta U_1 + A_1 = -\Delta U_2 - A_2$$

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = -(A_1 + A_2)$$



$$\frac{5}{2} \nu R (T_0 - T_1) + \frac{5}{2} \nu R (T_0 - T_2) = -A_1 - A_2$$

$$\frac{5}{2} \nu R (T_0 - T_1 - T_2) = -A_1 - A_2$$

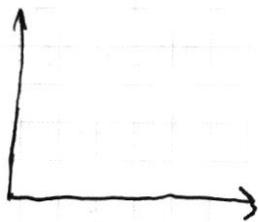
$$P_0 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_0 = \frac{\nu R T_1}{V_1}$$

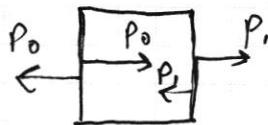
$$\frac{P_0}{V_1} = \frac{\nu R T_1}{V_1^2} = \frac{350}{V_1^2}$$

$$P_1 V_3 = \nu R T_0$$

$$\frac{P_1}{V_3} = \frac{\nu R T_0}{V_3^2}$$



$$A_2 = -A_1$$



$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$\downarrow v_2 \quad \uparrow v_1$



v_1

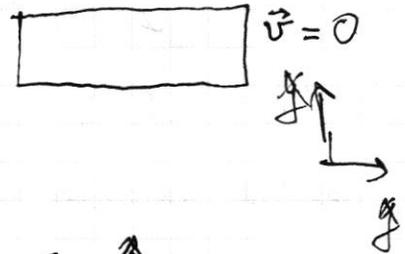
$$\frac{P_1}{V_1} = \frac{\nu R T_1}{V_1^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Пер. в со земли

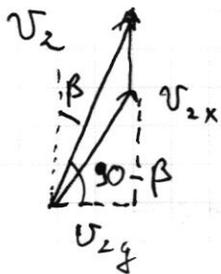
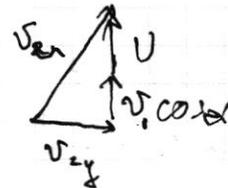
$$12 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = 18 \text{ м/с}$$



$$v_{1x} = v_1 \cdot \cos \alpha + U$$

$$v_{2y} = v_1 \cdot \sin \alpha$$

Пер. назад - в со земли



$$v_2 = \sqrt{v_{2y}^2 + v_{2x}^2} = v_{2y}^2 +$$

$$v_{2x} = v_{1x} + U = v_1 \cos \alpha + 2U$$

$$U + v_0 = v_2 \cdot \cos \beta$$

$$v_0 = v_2 \cdot \cos \beta - U$$

$$v_2 \cdot \cos \beta - U \geq 0$$

$$U \leq v_2 \cos \beta$$

1. $v_{2y} = v_{1y}$ м.к. $F_{\text{тр}} = 0$ ($\mu = 0$)

$$v_2 = \frac{v_{2y}}{\cos(90-\beta)} = \frac{v_1 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}$$



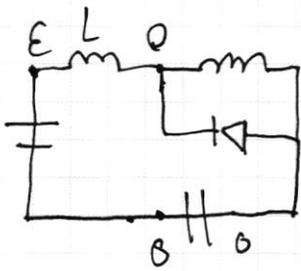
2.



$$v_2^2 = v_1^2 \sin^2 \alpha + (U + v_0)^2$$

$$U^2 + 2v_0 U + v_0^2 + v_1^2 \sin^2 \alpha - v_2^2 = 0$$

$$v_2 \cdot \cos \beta = U + v_0$$



$$I = CU' \Rightarrow I = CL_2 \cdot I''$$

$$U' = L_2 \cdot I''$$

$$q = CU$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{CL_2}}$$

$$CU^2 = qU$$

$$T_{\text{одн}} = \pi \left(\sqrt{\frac{1}{CL_2}} + \sqrt{\frac{1}{CL_2 + L_1}} \right)$$

$$U = \varepsilon$$

$$W_C = \frac{CU^2}{2}$$

$$W_{L_2} = \frac{L_2 I^2}{2}$$

$$\cancel{W_{L_1}} =$$

$$q = C\varepsilon$$

$$W_{L_1} = \frac{L_2 I^2}{2} + \frac{L_1 I^2}{2}$$

$$W_{L_2} = \frac{L_2 I^2}{2}$$

$$\varepsilon \cdot q = W_C - W_{L_1} = \frac{qU}{2} - \frac{(L_1 + L_2) I^2}{2}$$

$$\frac{(L_1 + L_2) I^2}{2} = \frac{qU}{2} - \varepsilon q$$

$$L_1 + L_2 I^2 = qU - 2\varepsilon q$$

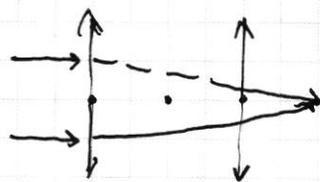
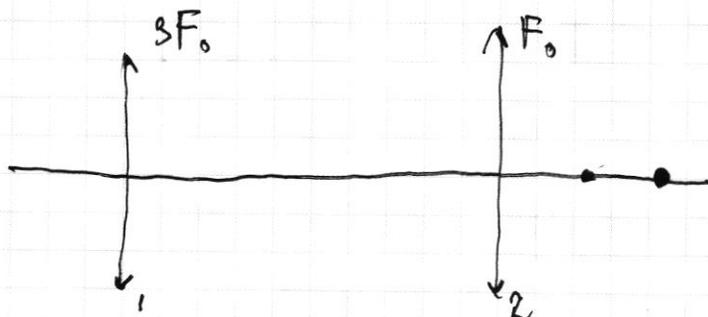
$$I^2 = \frac{-C\varepsilon}{L_1 + L_2}$$

$$I_1 = \frac{-C\varepsilon}{L_2}$$

$$L_1 + L_2 I^2 =$$

$$\varepsilon q = \cancel{L_1 + L_2} \frac{qU}{2} - \frac{(L_1 + L_2) I^2}{2}$$

5.



$$-\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

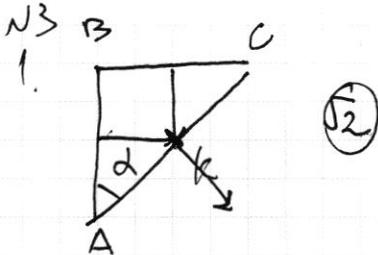
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} + \frac{1}{d}$$

$$f = \frac{dF}{d+F} = \frac{F_0^2}{2F_0} = \frac{F_0}{2}$$

$$q = CU$$

$$I = CU'$$

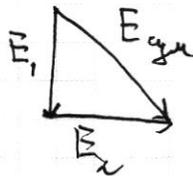
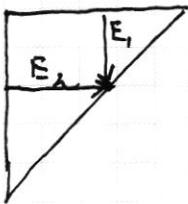
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

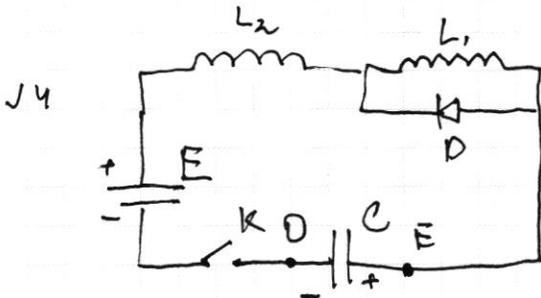
$$E_1 = \frac{3\sigma}{2\epsilon_0} \quad E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

2.



$$E_{\text{syn}} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\frac{9\sigma^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2}}$$

$$= \frac{\sigma\sqrt{10}}{2\epsilon_0}$$



$$L_1 = 4L \quad L_2 = 3L$$

$$q = CU$$

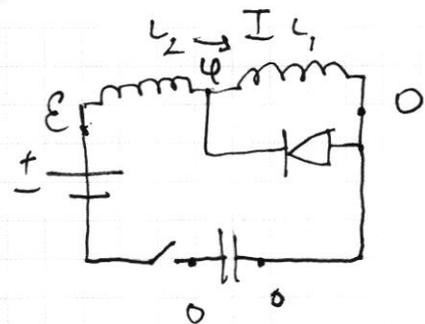
$$I = CU'$$

$$W_c = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$$

$$W_{L_1} = \frac{LI^2}{2}$$

$$\mathcal{E} - \varphi = L_1 I'$$

$$\varphi - 0 = L_2 I'$$



$$I' = \frac{\mathcal{E} - \varphi}{L_2}$$

$$L_2(\varphi - 0) = L_1(\mathcal{E} - \varphi)$$

$$L_2 \varphi = L_1 \mathcal{E} - L_1 \varphi$$

$$\varphi(L_1 + L_2) = L_1 \mathcal{E} \quad \varphi = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \cdot \mathcal{E} = \frac{4}{7} \mathcal{E}$$

$$U_2 = L_2 I'$$

$$\mathcal{E} - 0 = (L_2 + L_1) I' \quad U' = (L_2 + L_1) I''$$

$$\omega = \sqrt{C(L_1 + L_2)}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} \quad I = C(L_2 + L_1) \cdot I''$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}}$$