

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

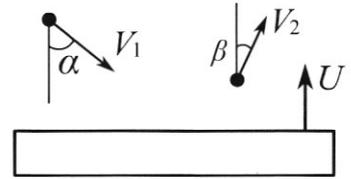
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



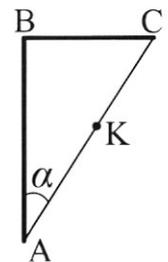
- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

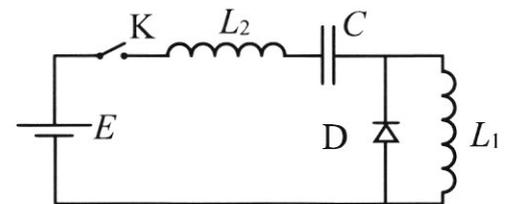
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

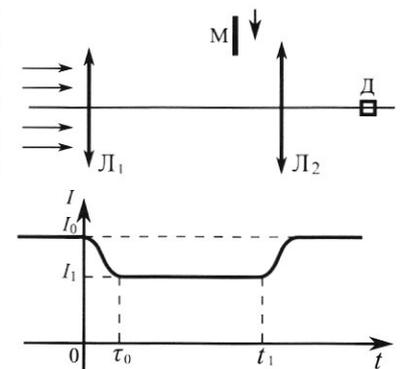
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

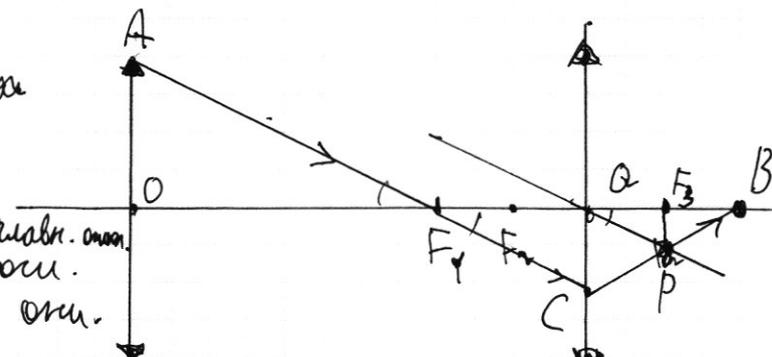
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{5}$

1) рассмотрим крайний луч
луч, проходящий через Λ_1
т.к. все лучи изначально \parallel главн. опти.
оси.

но пройдут через фокус Λ_2 опти.

Обозначим основные точки так, как показано на
рисунке.



$$\angle AF_1O = \angle QF_1C, \quad \operatorname{tg} \angle AF_1O = \frac{AO}{OF_1}$$

(.) P - это точка, лежащая на фокальной
плоскости, $QP \parallel AC \Rightarrow$ луч после того,
как пройдет Λ_2 пройдет через P

$$OQ = 1,5 F_0$$

$$OF_1 = F_0 \Rightarrow QF_1 = 0,5 F_0$$

$$\frac{QC}{AO} = \frac{QF_1}{OF_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow QC = \frac{1}{2} AO$$

$$QP \parallel AC \Rightarrow \angle BQP = \angle QF_1C, \quad F_3P \parallel QC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle QF_1C \sim \triangle F_3QP \Rightarrow \frac{F_3P}{QF_3} = \frac{QC}{QF_1}$$

$$QF_3 = \frac{F_0}{3}; \quad QF_1 = \frac{F_0}{2} \Rightarrow \frac{F_3P}{F_0} = \frac{2QC}{F_0}$$

$$\Rightarrow \frac{F_3P}{QC} = \frac{2}{3}; \quad F_3P \parallel QC \Rightarrow \frac{F_3P}{QC} = \frac{BF_3}{BQ} \Rightarrow$$

~~$$\frac{2}{3} = \frac{BF_3}{BQ} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{QC}{BQ} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пластинка зашла целиком за время t_0 , при этом она прошла расстояние, равное своей длине $\Rightarrow l = t_0 \cdot v_{пл}$, где $v_{пл}$ - скорость пластинки.
 $\Rightarrow \frac{1}{36} D = t_0 \cdot v_{пл}$

$$v_{пл} = \frac{D}{36 t_0}$$

Ответ 2: $v_{пл} = \frac{D}{36 t_0}$

3) t_1 - момент, когда левый край пластинки ~~достигнет~~ начнет выходить из лука.

В момент t_0 левый край пластинки находится на расстоянии l от C , теперь на расстоянии $= CD \Rightarrow$ за время $t_1 - t_0$ пластинка прошла $CD - l$.

$$CD - l = \frac{1}{4} D - \frac{1}{36} D = \frac{8}{36} D = \frac{2}{9} D$$

$$v_{пл} (t_1 - t_0) = \frac{2}{9} D$$

$$\frac{D}{36 t_0} \cdot (t_1 - t_0) = \frac{2}{9} D$$

$$t_1 - t_0 = 8 t_0$$

$$t_1 = 9 t_0$$

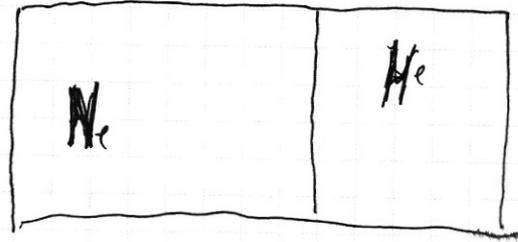
Ответ 3: $t_1 = 9 t_0$.

Ответ: F_0 ; $\frac{D}{36 t_0}$; $9 t_0$.

1) В начальный момент
запишем ур-ния Менделеева-
Клапейрона.

$$p_{He} V_{He} = \nu R T_1$$

$$p_{Ne} V_{Ne} = \nu R T_2$$



Заметим, что процесс начал двигаться медленно, \Rightarrow в Δt засек изменения температуры \Rightarrow в начальный момент $p_{He} = p_{Ne} = p_0$ (p_0 - начальное давление)

$$\begin{cases} p_0 V_{He} = \nu R T_1 \\ p_0 V_{Ne} = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{T_1}{T_2}$$

подставим: $\frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{330 \text{ K}}{440 \text{ K}} = 0,75.$

Ответ 1: 0,75.

2) Соуд теплоизолирован \Rightarrow Запишем ЗСЭ:

$$\Delta U_{He} + A_{He} + \Delta U_{Ne} + A_{Ne} = 0$$

$A_{He} = -A_{Ne}$ т.к. ~~у них~~ в Δt давление неона в любой момент времени было равно давлению гелия ~~у них~~ одинаково изменение давления, ~~так~~ с точностью до знака. $\Rightarrow \Delta U_{He} = -\Delta U_{Ne}$

$$\Delta U_{He} = \frac{3}{2} \nu R (T_k - T_1), \text{ где } T_k - \text{устанавливающаяся температура}$$

$$\Delta U_{Ne} = \frac{3}{2} \nu R (T_k - T_2)$$

$$-\frac{3}{2} \nu R (T_k - T_2) = \frac{3}{2} \nu R (T_k - T_1) \Rightarrow T_k = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

Подставим: $T_k = \frac{330 \text{ K} + 440 \text{ K}}{2} = 385 \text{ K}.$ Ответ 2: 385 K.

$\sqrt{2}$ (выражением)

3) $pV = \nu RT$

p_0 - давление в какой-то момент.

p_k - давление ΔT через ΔT ~~на~~

T_1 - ~~давление~~ температура в ~~какой-то~~ момент

T_2 - темп. тела в ~~этом~~ ~~на~~ момент.

ΔV - изменение объема

ΔT - изменение температуры.

$$p_0 = \frac{\nu RT_1}{V_1}$$

$$p_k = \frac{\nu R (T_1 + \Delta T)}{V_1 + \Delta V}$$

$$p_0 = \frac{\nu RT_2}{V_2}$$

$$p_k = \frac{(T_2 - \Delta T) \nu R}{V_2 - \Delta V}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2} \Rightarrow T_1 V_2 = T_2 V_1$$

$$\frac{T_1 + \Delta T}{V_1 + \Delta V} = \frac{T_2 - \Delta T}{V_2 - \Delta V}$$

$$T_1 V_2 + \Delta T V_2 - \Delta V T_1 - \Delta T \Delta V = T_2 \cdot \Delta V_1 + T_2 \cdot \Delta V - \Delta T \cdot V_1 - \Delta T \cdot \Delta V$$

$$\Delta T \cdot (V_2 + V_1) = \Delta V \cdot (T_2 + T_1)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta T}{\Delta V} = \frac{T_2 + T_1}{V_2 + V_1} \quad \text{В условии 2 дан}$$

но сумм газы, то $T_1 + T_2 = \text{const}$; $V_2 + V_1 = \text{const}$;
 $\Rightarrow \frac{\Delta T}{\Delta V} = \text{const} \Rightarrow p = \text{const}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

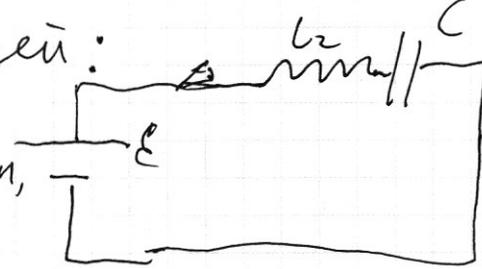
✓ ч (продолжить)

3) Число максимальный ток в первой части колебания равен максимальному току на L_1
 $= \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{5L}}$

Теперь найдем максимальный ток во второй части колебания как токи их сравним:

Во второй части колебания наша схема аналогична следующей:

Когда ток на L_2 максимален, напряжение на конденсаторе равно ε .



$$q = C \varepsilon$$

$$A_{\text{ист}} = \varepsilon \cdot q = C \varepsilon^2$$

Запишем ЗСЭ:

$$A_{\text{ист}} = \frac{C q^2}{2} + \frac{L_2 I_{02}^2}{2}$$

$$C \varepsilon^2 = \frac{C \varepsilon^2}{2} + \frac{L_2 I_{02}^2}{2}$$

$$C \varepsilon^2 = L_2 I_{02}^2$$

$$I_{02} = \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{L_2}} = \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{2L}} > \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{5L}} = I_{01} \Rightarrow$$

\Rightarrow максимальный ток на L_2 будет меньше во второй части колебания $\Rightarrow I_{02} = \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{2L}}$

Ответ: $T = (\sqrt{5} + \sqrt{2}) \pi \sqrt{LC}$; $I_{01} = \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{5L}}$; $I_{02} = \varepsilon \cdot \sqrt{\frac{C}{2L}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

А:

 $\sqrt{2}$ (предположили)

$$\Rightarrow A = p \cdot \Delta V = pV_k - pV_0 = \nu R \Delta T$$

$$Q = \Delta U + A = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + \nu R \Delta T = \frac{5}{2} \nu R \Delta T$$

Подставим: $Q = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 55 \text{ K} \cdot R = 33 R$

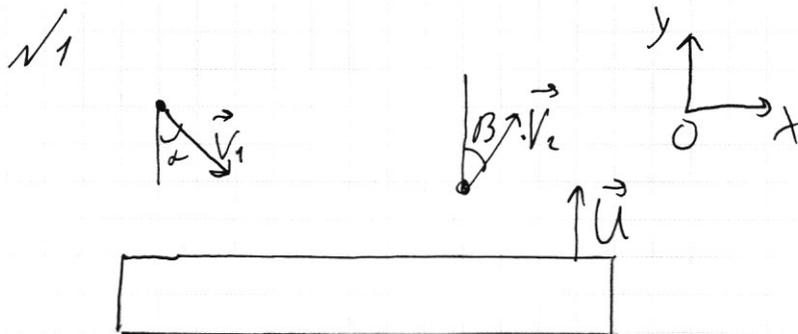
Ответ: 0,75; 385 K; 33 R.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) Введем оси: Oy направлена $\parallel \vec{u}$; $Ox \perp Oy$
(см. рисунок)

Заметим, что и на Ox , и на Oy действует закон сохранения импульса (т.к. силу тяжести мы не учитываем, а других сил не действует на тела в этой системе)

Запишем ЗСИ в проекции на Ox :

Пусть m - масса шарика.

$m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta$ (плитка как двигалась вертикально так и будет продолжать)

$$\Rightarrow v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta}$$

Подставим значения: $v_2 = \frac{6 \text{ м/с} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 12 \text{ м/с}$

Ответ 1: $v_2 = 12 \text{ м/с}$.

2) Теперь запишем уравнение на Oy :
Пусть M - масса плитки.

- $mV_1 \cos \alpha + MU = mV_2 \cos \beta + MU_k$, где U_k - ~~конечная~~
 скорость ~~материала~~.

$$\sin \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$MU - MU_k = \cancel{mV_2 \cos \beta} \quad mV_2 \cos \beta + mV_1 \cos \alpha$$

2) Теперь рассмотрим движение относительно
 земли. Она движется с постоянной скоростью \Rightarrow

\Rightarrow это инерциальная С.О. \Rightarrow 3 СИ

$$\cancel{m} m(V_1 \cos \alpha + U) = m(V_2 \cos \beta - U)$$

$$V_1 \cos \alpha + U = V_2 \cos \beta - U$$

$$2U = V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha$$

$$U = \frac{V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha}{2}$$

$$\text{со } \sin \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$U = \frac{12 \text{ м/с} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{2} = 4\sqrt{2} \text{ м/с} - \sqrt{5}$$

$$= (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \text{ м/с}$$

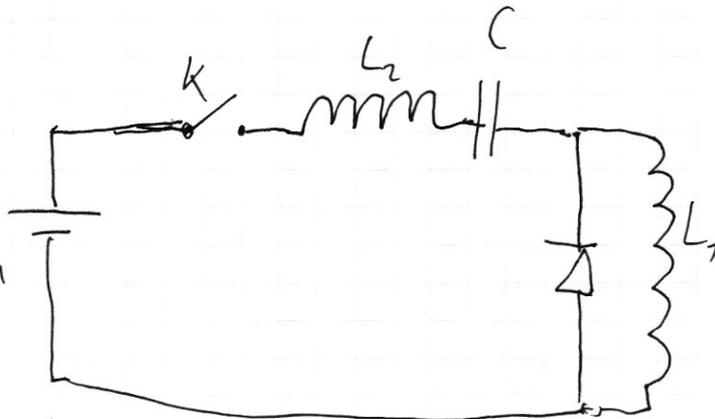
$$\text{Ответ: } (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \text{ м/с.}$$

$$\text{Ответ: } 12 \text{ м/с; } (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \text{ м/с.}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

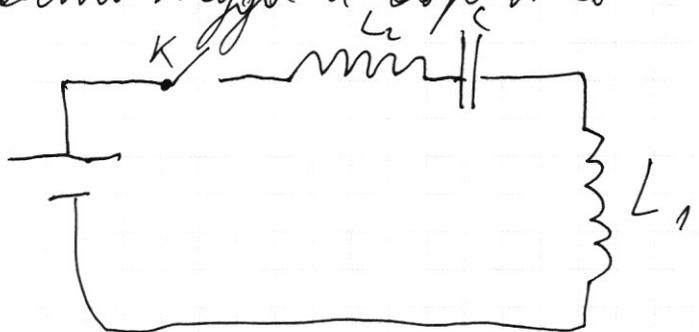
√4.

Сначала ток пойдет по контуру через L_1 ; потом в "обратную сторону" через диод. Период T состоит из двух промежутков - ток туда и обратно



$$T_1 = \sqrt{L_{\text{одн}} \cdot C} \cdot 2\pi$$

$$L_{\text{одн}} = L_1 + L_2 =$$



$$T_1 = \sqrt{L_{\text{одн}} \cdot C} \cdot 2\pi$$

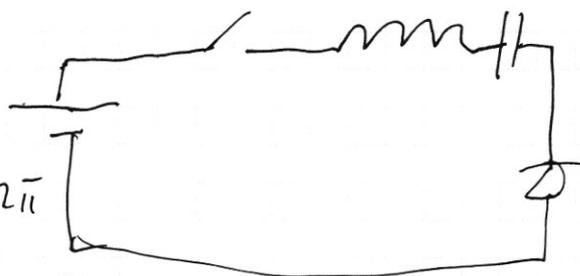
$$L_{\text{одн}} = L_1 + L_2 = 5L$$

$$\Rightarrow T_1 = \sqrt{5LC} \cdot 2\pi; \text{ ток течет по цепи } \Rightarrow$$

$$\text{од } \frac{T_1}{2} = \frac{\sqrt{5LC}}{2} \cdot 2\pi$$

2. Обратное

$$T_2 = \sqrt{L_2 C} \cdot 2\pi = \sqrt{2LC} \cdot 2\pi$$

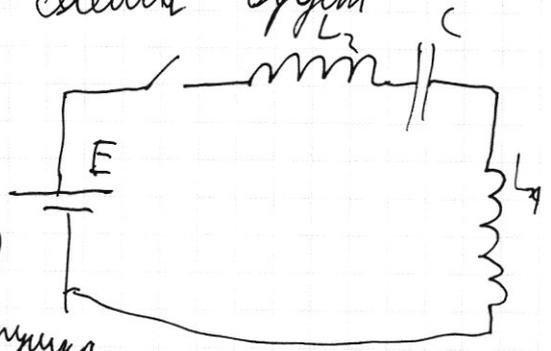


$$\text{по цепи } \frac{T_2}{2} = \frac{\sqrt{LC}}{2} \cdot 2\pi$$

$$\Rightarrow T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \frac{\sqrt{5LC} \cdot 2\pi}{2} + \frac{\sqrt{LC} \cdot 2\pi}{2} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{LC} \cdot 2\pi$$

$$\text{Ответ 1: } \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{LC} \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{2})\pi \cdot \sqrt{LC}$$

2) Тогда, когда через L_1 течет ток, он не течет через гуд. \Rightarrow Каким образом будет ~~дан~~ ^{анализирована} следующая:



На L_2 и L_1 всегда одинаковый ток (для этой цепи без гудов)

Заметим, что когда на катушках ток максимальный, они как переключили \Rightarrow \Rightarrow напряжение на конденсаторе E

$CU = q \Rightarrow$ заряд на конденсаторе равен $q = CE$; это тот заряд, который дал E
 $\Rightarrow A_{ист} = E \cdot q = CE^2$

Заметим ЗСЭ: $A_{ист} = \frac{L_1 I_{max}^2}{2} + \frac{L_2 I_{max}^2}{2} + \frac{CE^2}{2}$

$$\frac{CE^2}{2} = \frac{(L_1 + L_2) I_{max}^2}{2}$$

$$I_{max}^2 = \frac{CE^2}{L_1 + L_2}$$

$$I_{max} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{5L}}$$

Ответ: $I_{01} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{5L}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{3}$

1) пластинки BC и AB одинаковы
и на них одинаковые
поверхностные заряды \Rightarrow

\Rightarrow их поля одинаковы

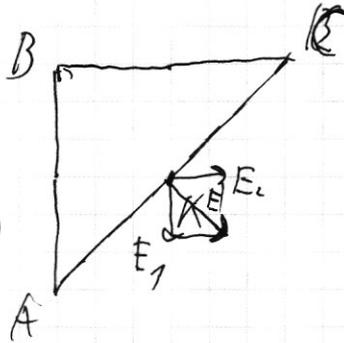
по модулю. Так же известно, что поле
пластинки не зависит от того, на каком
расстоянии от пластинки его измерять
(и равно $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$) \Rightarrow в (1) к. $|E_2| = |E_1|$; поля

пластинки направлены перпендикулярно к
самым пластинкам $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$; $\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow$
(\vec{E}_1 - поле, создаваемое на пластинкой BC;
 \vec{E}_2 - поле напряженности поля пластинки AB)

До зарядки AB $|E_0| = |E_1|$

Поле в центре: $\vec{E}_k = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E_k = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} =$
 $= \sqrt{2} E_1 \Rightarrow \frac{E_k}{E_0} = \sqrt{2}$

Ответ: $\sqrt{2}$



2) E_1 - напряженность поля BC

E_2 - напряженность поля AB

$$|E_1| = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} = \frac{4\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{2\sigma}{\epsilon_0}$$

$$|E_2| = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

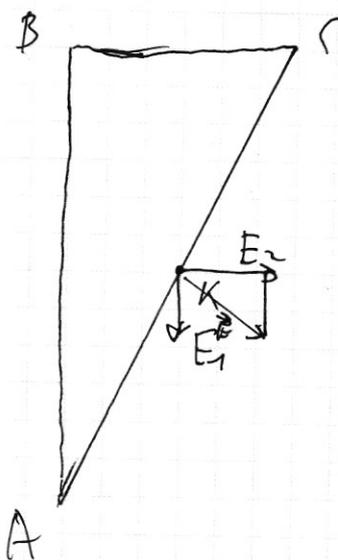
$$\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$ т.к. $BC \perp AB$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\frac{4\sigma^2}{\epsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2}} = \sqrt{\frac{17\sigma^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{17}\sigma}{2\epsilon_0}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{17}\sigma}{2\epsilon_0}$

Ответ: $\sqrt{\quad}$; $\frac{\sqrt{17}\sigma}{2\epsilon_0}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$p_0 V_1 = \nu R T_2$$

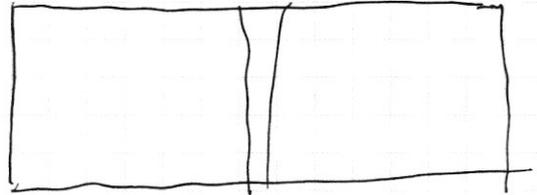
$$0,75 p_0 V_1 = \nu R T_1$$

$$p_0 V_1 = \nu R T_2$$

$$0,875 p_0 V_1 = \nu R T_k$$

\Rightarrow

$$T = \sqrt{LC}$$



$$q = CU$$

$$\textcircled{1} U = \frac{q}{C} \quad \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \text{const}$$

$$= \frac{2q \cdot q'}{2C} + \frac{2Lq' \cdot q''}{2} = 0$$

$$CU = q$$

$$U = \frac{q}{C}$$

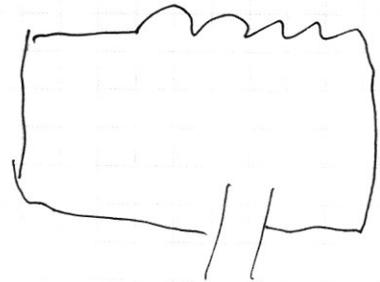
$$A_{\text{ист}} = E \cdot q$$

$$A_{\text{ист}} = \frac{L_2 I^2}{2} + \frac{L_1 I^2}{2} + \frac{CU^2}{2}$$

$$U = E$$

$$q = CE$$

$$\frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \text{const}$$

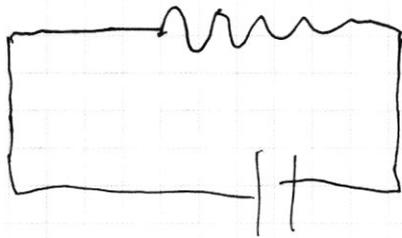


$$\frac{q}{C} + Lq'' = 0$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}; T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{LC}$$

$$q = CU$$

$$U = \frac{q}{C}$$



$$\frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

$$\frac{LI^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = \text{const}$$

$$2L \cancel{I} q' q'' + 2C \cdot \frac{2q q'}{C} = 0$$

$$2L' L q'' + \frac{q}{C} = 0$$

$$q'' = -\frac{q}{LC}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ΔV

~~3/2~~

$$\frac{3}{2} \nu R (T_k - T_1) + A = -\frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_k) - A$$

$$2A = \frac{3}{2} \nu R$$

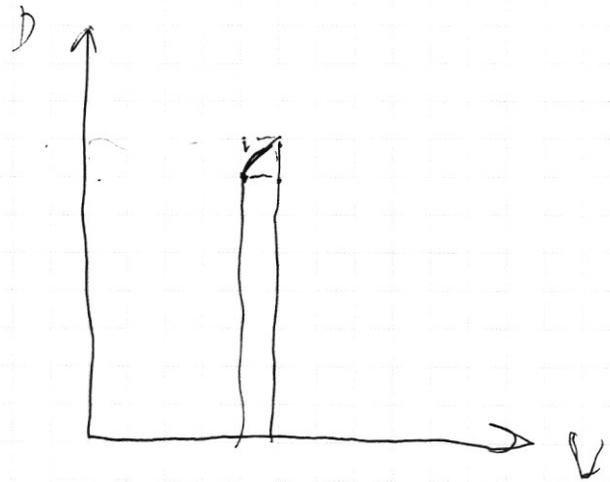
$$pV = \nu RT$$

$$p_0 = \frac{\nu R T_1}{V_1}$$

$$p_k = \frac{\nu R (T_1 + \Delta T)}{V_1 + \Delta V}$$

$$p_0 = \frac{\nu R T_2}{V_2}$$

$$p_k = \frac{(T_2 - \Delta T) \nu R}{V_2 - \Delta V}$$



$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2} \Rightarrow T_1 V_2 = T_2 V_1$$

$$\frac{T_1 + \Delta T}{V_1 + \Delta V} = \frac{T_2 - \Delta T}{V_2 - \Delta V}$$

$$T_1 V_2 + \Delta T V_2 - \Delta V T_1 - \Delta T \Delta V = T_2 V_1 + T_2 \Delta V - \Delta T V_1 - \Delta T \Delta V$$

$$\Delta T V_2 - \Delta V T_1 = T_2 \Delta V - \Delta T V_1$$

$$\Delta T (V_2 + V_1) = \Delta V (T_2 + T_1)$$

