Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

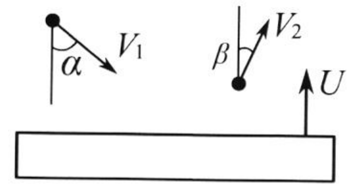
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

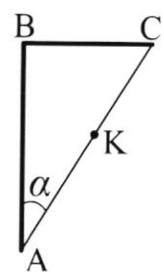
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

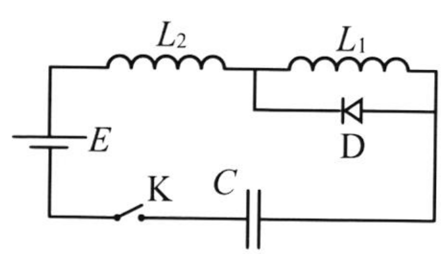
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

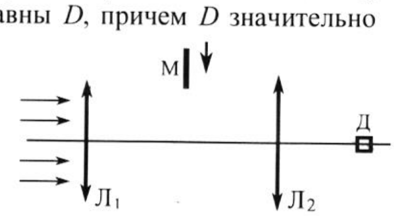


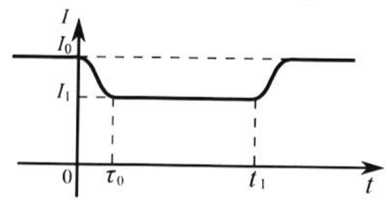
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$\upsilon_1 = 12\ \frac{м}{с}$

$\alpha = 30^\circ$

$\beta = \arcsin\frac{1}{3}$

1) υ_2

2) u

Перейдём в с.о. плиты.

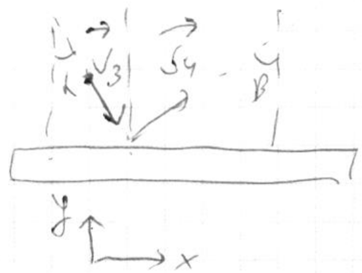
$\vec{\upsilon}_3 = \vec{\upsilon}_1 - \vec{u}$ (из закона слож. скоростей)

$\upsilon_4 = \upsilon_2 - \vec{u}$

Линия действия сил в момент удара $\parallel$ оси y

След.,

$\upsilon_{3x} = \upsilon_{4x}$



По гипотезе Ньютона:

$\upsilon_{4y} = -k\upsilon_{3y}$.

k - коэф. восстановления $[0;1]$ $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$k=0$ - абс. неупр. удар

$k=1$ - абс. упруг. удар.

$\cos\beta = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$\upsilon_{3x} = \upsilon_{1x} = \upsilon_1 \sin\alpha = \upsilon_{4x} = \upsilon_2 \sin\beta$.

$\upsilon_{3y} = -\upsilon_1\cos\alpha - u$.

$\upsilon_1\sin\alpha = \upsilon_2\sin\beta$.

$\upsilon_2 = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\upsilon_1 = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{1}\cdot \cancel{12}^{6} = 18\ \frac{м}{с}$.

$\upsilon_{4y} = \upsilon_2\cos\beta - u$

$(\upsilon_2\cos\beta - u) = \upsilon_1 k\cos\alpha + ku$.

$\upsilon_2\cos\beta - u = \upsilon_1 k\cos\alpha + ku$

$u = \frac{\upsilon_2\cos\beta - \upsilon_1 k\cos\alpha}{k+1}$

$u(k)$

$u \sim \frac{1}{k}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 1

(Нумеровать только чистовики)

~~график - гипербола (~~возрастает~~ убывает) ⇒~~
~~$E_{u(k)} \in [u(1); u(0)]$ (~~верхняя~~ нижняя граница исключена, т.к. удар не абсолютн. упр. (по усл.))~~

*

$u(0) = v_2 \cos\beta = 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 12\sqrt{2}$ м/с.

$u(1) = \frac{v_2 \cos\beta - v_1 \cos\alpha}{2} =$ ~~$\frac{18 \cdot \frac{1}{3} - 12 \cdot \frac{1}{2}}{2} = 6 -$~~

$= \frac{18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ м/с.

* - график - гипербола (убывает)

$E_{u(k)} \in (u(1); u(0)]$ (нижняя граница исключена, т.к. удар не абс. упр. (по усл.))

Ответ: 1) 18 м/с

2) $(6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}; 12\sqrt{2}]$

№2

$T_1 = 350$ K

$T_2 = 550$ K

$\nu = \frac{6}{7}$ моль

$C_V = \frac{5}{2} R$

$R = 8,31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$

---

1) $\frac{V_{H_2}}{V_{N_2}}$

2) T

3) ΔQ

$PV = \nu RT$ (урав. Клап.-Менд.)

H_2	N_2
T_1 ν	T_2 ν
P_1 V_1	P_1 V_2

(Давления изначально одинаковы (поршень в равновесии))

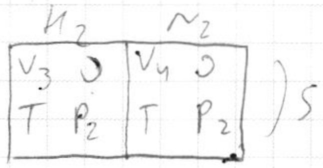
$P_1 V_1 = \nu R T_1$

$P_1 V_2 = \nu R T_2$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$P_2 V_3 = \nu R T$$
$$P_2 V_4 = \nu R T$$

Процесс медленный (при передвижении поршня на Δx (Δx мало) давление почти не меняется. Один газ совершает работу A ($A>0$), а в это время второй совершает работу $-A$. След. нет потери энергии)

$A = PS\Delta x$

ЗСЭ: $U_{H_2 1} + U_{N_2 1} = U_{H_2 2} + U_{N_2 2}$

$$U_{H_2 1} = \frac{i}{2}\nu R T_1$$
$$U_{N_2 1} = \frac{i}{2}\nu R T_2$$
$$U_{H_2 2} = U_{N_2 2} = \frac{i}{2}\nu R T$$

$$T_1 + T_2 = T + T$$
$$T = \frac{T_1+T_2}{2} = \frac{350+550}{2} = 450\text{ K}$$

$$U_{H_2 1} + \Delta Q = U_{H_2 2}$$
$$U_{N_2 1} - \Delta Q = U_{N_2 2}$$
$$2\Delta Q = U_{N_2 1} - U_{H_2 1} = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1)$$

$$\Delta Q = \frac{i}{4}\nu R(T_2-T_1) = \frac{5}{4}\cdot\frac{6}{7}\cdot 8{,}31(550-350) = 1780\text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{7}{11} = \frac{\nu_{H_2}}{\nu_{N_2}}$

2) 450 K

3) ~~1280,1 Ом~~ 1781 Ом

1) $\frac{\sqrt{3}}{}$ $\alpha = \frac{\pi}{4}$

2) $\delta_1 = 3\delta$

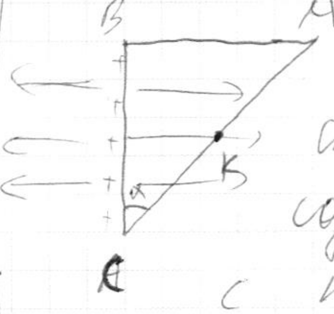
$\delta_2 = \delta$

$\alpha = \frac{\pi}{5}$

1) $\frac{E_2}{E_1}$

2) E

1) ∃ поверх. пл. заряда на BC = δ



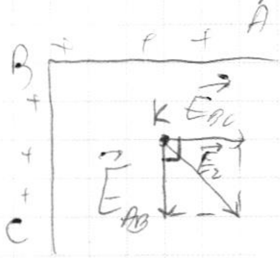
Пластины бесконечные, след, они (если заряжены) создают однородно эл. поле. с напряжённостью $E = \frac{\delta}{2\varepsilon\varepsilon_0}$

В данном случае среда - вакуум => $\varepsilon = 1$

$$E_{BC} = E_1 = \frac{\delta}{2\varepsilon_0}$$

При зарядке AB, она будет порождать однород ~~...~~ электр. поле с $E = \frac{\delta}{2\varepsilon_0}$

В точке K $\vec{E}_2$ есть векторная сумма напряжённостей $\vec{E}_{AB}$ и $\vec{E}_{BC}$

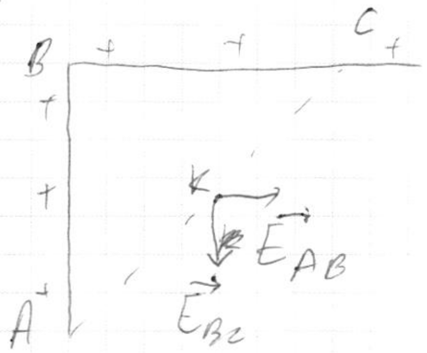


$$E_2 = E_{AB}\sqrt{2} = \frac{\delta\sqrt{2}}{2\varepsilon_0}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\delta\sqrt{2}}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{2\varepsilon_0}{\delta} = \sqrt{2}.$$

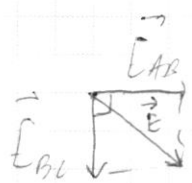
2) Бесконечные заряженные пластины порождают однор. эл. поле, ~~не зависящ~~ напряжённость, которого не зависит от расстояния до пластины.

№3



$$E_{AB} = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_{BC} = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$$

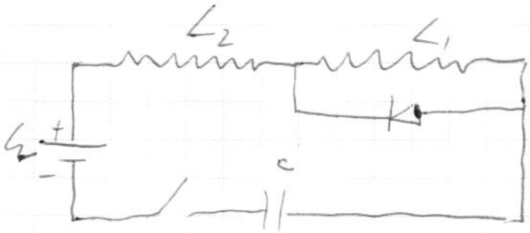


$$E = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{1+9} = \frac{\sigma\sqrt{10}}{2\varepsilon_0}$$

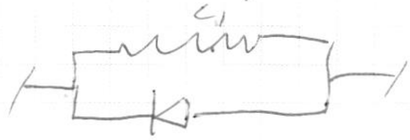
Ответ: 1) $\sqrt{2}$
2) $\frac{\sqrt{10}\,\sigma}{2\varepsilon_0}$

№4

$L_1 = 4L$
$L_2 = 3L$
$\mathcal{E}$



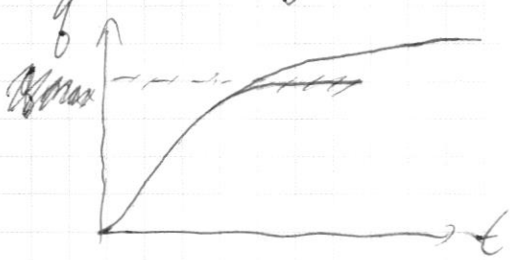
Рассмотрим кусок схемы:



Если ток пойдёт вправо, то это можно заменить на , если влево, то на пустой проводник.

Рассмотрим время с ~~начала~~ замыкания ~~зарядке~~ ключа. Пойдёт ток по часовой

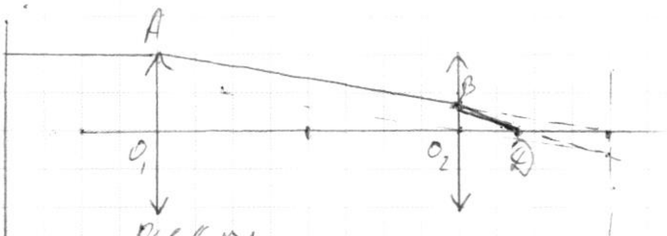
стрелке. Конденсатор заряжается.
График заряда конденсатора таков:



$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$

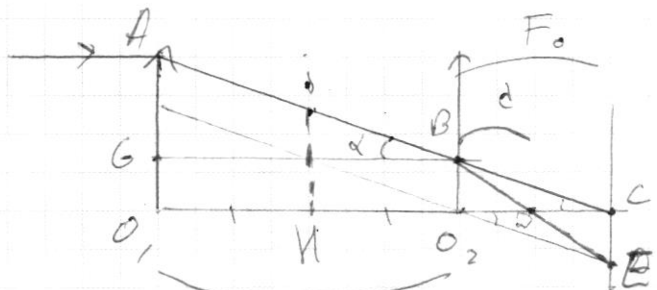
След. ~~ток~~ ~~убывает~~ сила тока в цепи убывает и стремится к нулю ($\lim_{t \to +\infty} q(t) = 0^+$)
След. период колебаний ∞

№5.



F_0
D
τ_0
1) 4
2) 5
3) +,

~~Свет~~ Выходящего светового пучка должны пересекать ось линз в точке D.



Луч до линз идёт || гл. опт. оси ⇒ после преломл. в Л, он прошёл бы через фокус.

~~$tg\alpha = \frac{\frac{2}{3}r}{2F_0}$~~

$r = \frac{D}{2}$

~~$BO_2 = r - AG = r - 2F_0\, tg\alpha = r - \frac{2}{3}r = \frac{r}{3}$~~

~~$\triangle BOO_2 \sim \triangle COE$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{BO_2}{O_2D} = \frac{EC}{CD}$$

BO_2EC – пара-мм (противоположные стороны попарно $\parallel$)

след. $BD = DE$
$O_2D = DC$ (диагонали делят друг друга пополам)

след. $d = \frac{F_0}{2}$

$I \sim$ мощности

мощность $\sim S$ сечения пучка.

$$I_0 = cS_n$$
$$I_1 = c(S_n - S_M)$$

S_n – площадь сечения пучка плоскостью $\perp$ гл. опт. оси и проход. через центр $Л_1 Л_2$.

$\frac{5}{9} = \frac{S_n - S_M}{S_n}$ S_M – площадь мишени.

$$S_n = \pi\left(\frac{2}{3}r\right)^2 = \frac{4}{9}\pi r^2$$

$$\frac{5}{9} = 1 - \frac{S_M}{S_n} \quad \frac{S_M}{S_n} = \frac{4}{9}$$

$$S_M = \frac{16}{81}\pi r^2 \quad r_M = \frac{4}{9}r.$$

$\tau_0 = \frac{D_M}{v}$

$\tau_0 = \frac{D_M}{v} = \frac{2r_M}{v} = \frac{2\cdot\frac{4}{9}\cdot r}{v} = \frac{2\cdot\frac{4}{9}\frac{D}{2}}{v} = \frac{4}{9}\frac{D}{v}$

Для точки мишени, первой попавшей в световой пучок

$t_1 = \frac{2jH}{v} = \frac{2\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{D}{2}}{v} = \frac{\frac{2}{3}D}{v} = \frac{2}{3}\frac{D}{v}$

~~Ответ~~ $v = \frac{4}{9}\frac{D}{\tau_0}$

$t_1 = \frac{2}{3}\frac{D\,9}{4D}\tau_0 = \frac{3}{2}\tau_0$

Ответ: 1) $\frac{F_0}{2}$

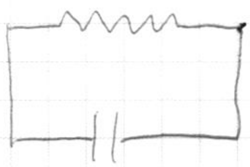
2) $\frac{4}{9}\frac{D}{v}$

3) $\frac{3}{2}\tau_0$

№4

Рассмотрим колебательный контур

L



c

$U_L = U_C$

$q = CU_C$

$\mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt} = -L\ddot{q}$

$-L\ddot{q} = \frac{q}{C}$

$\frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$

$\ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0$

$\ddot{x} + x\omega^2 = 0$

$\omega^2 = \frac{1}{LC}$ $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

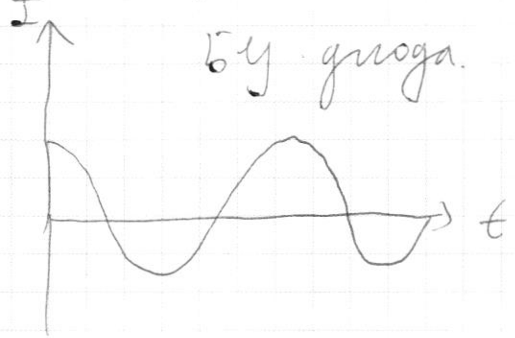
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если бы не было источника и изначально конденсатор был заряжен до ε, то:

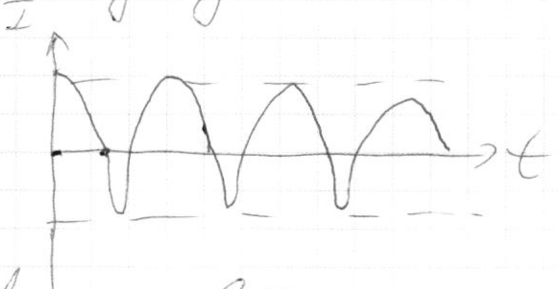
$q = q_{max} \sin(\omega t)$

$I = \dot{q} = \omega q_{max} \cos(\omega t)$

Без диода.



С диодом.



~~половину времени периода~~

В одну сторону $\omega = \frac{1}{\sqrt{7LC}}$

В другую – $\omega = \frac{1}{\sqrt{3LC}}$

(L_1 L_2 = L_1+L_2)

$T = T_1 + T_2 = \frac{\pi\sqrt{7LC} + \pi\sqrt{3LC}}{2} =$

$= \pi\sqrt{LC}\,(\sqrt{7} + \sqrt{3})$

$$U_{K_{max}} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 10
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

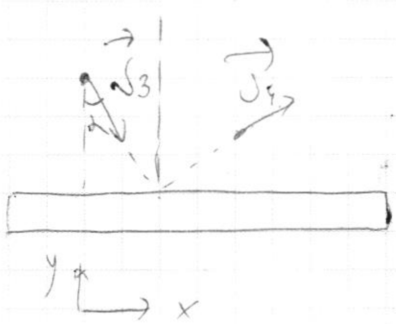
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1



$\vec{v_3} = \vec{v_1} - \vec{u}$

$v_4 = v_2 - \vec{u}$

По ~~3~~ ~~Ньютона~~ :

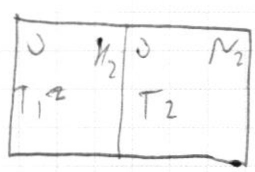
$v_{3x} = v_{4x}$

$v_{3y} = -k v_{4y}$.

k - коэф.

$$\frac{a - bx}{x+1} = \frac{a - bx - b + b}{x+1} =$$

$$= -b + \frac{a+b}{x+1}$$



$\times 831 / 2 / 2$

$C_V = \frac{\frac{i}{2} \nu RT}{}$; $\frac{i}{2} \nu RT_1 + \frac{i}{2} \nu RT_2 =$

$= \frac{i}{2} \nu RT + \frac{i}{2} \nu RT$

$T = T_1$

$PV = \nu RT$

$\times 831 / 30 / 24930$

1) $\frac{7}{8}$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$

$24930 | 14$

-14

109

98

-113

112

-100

98

$\frac{\nu RT}{V_1} = \frac{\nu RT}{V_2}$

P_K 1780,7

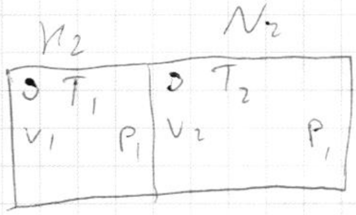
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

2

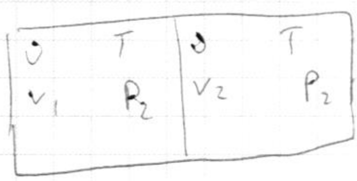


$p_1V_1 = \nu RT_1$

$p_1V_2 = \nu RT_2$

1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

2)



$p_2V_1 = \nu RT$

$p_2V_2 = \nu RT$

$V_1 = V_2$

$V =$

$\frac{i}{2}\nu RT_1 + Q = \frac{i}{2}\nu RT$ $\quad {}^{+}\,70\ 28$

$\frac{i}{2}\nu RT_2 - Q = \frac{i}{2}\nu RT$ $\quad {}^{+}\,98\ 14$

$\frac{i}{2}\nu R(T_1-T_2) = -2Q$

$8{,}31\cdot 30$

$Q = \frac{i}{4}\nu R(T_2-T_1) = \frac{5}{4}\cdot\frac{6}{7}\cdot 8{,}31\,(550-350) =$

$= \frac{15}{14}\cdot 8{,}31\cdot 200$

178

$831 \times 30 = 24930$

$24931 : 14 = 178$
14
109
98
113
112

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

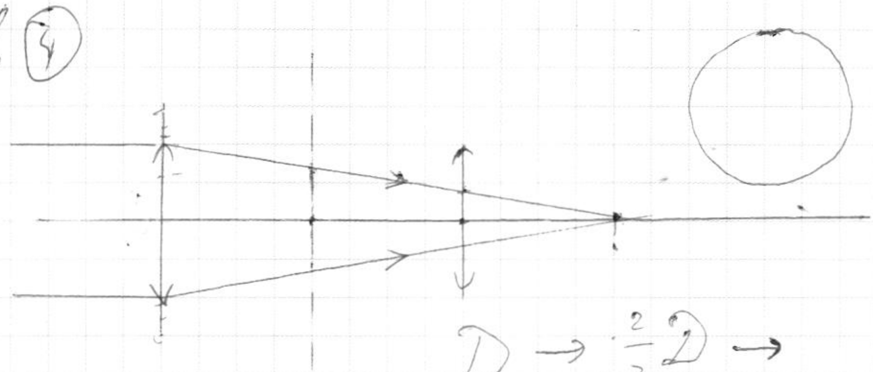
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

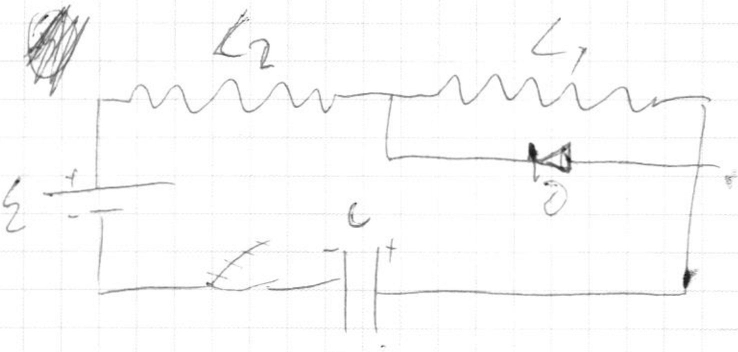
4

3



$D \to \frac{2}{3}D \to$

$\frac{4}{5}$



$E = \frac{LI^2}{2}$

$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$U = \frac{A}{q}$

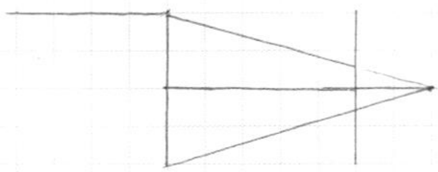
$Uq = A$

☑ черновик ☐ чистовик

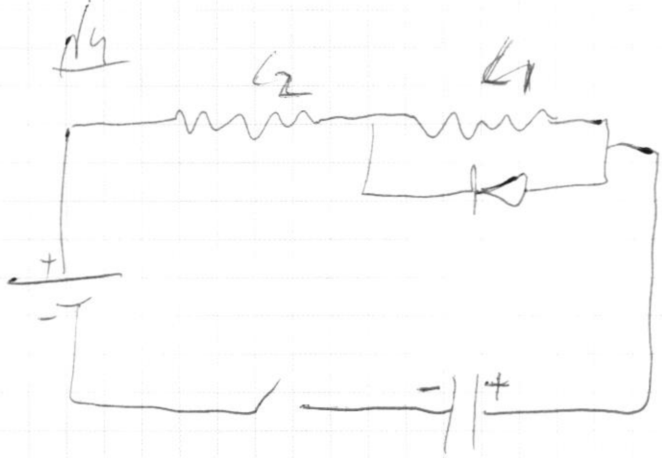
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$\mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt} = -L\ddot{q}$

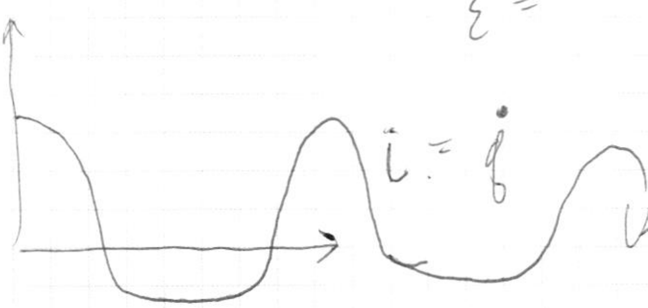


$q = CU$

$U = \mathcal{E} - 2L\ddot{q}$

$U = \frac{q}{C}$

$\mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt}$ $\frac{q}{C} = \mathcal{E} - 2L\ddot{q}$



$i = \dot{q}$

$\cancel{U = \dot{q}}$ $A = Uq$

$\mathcal{E} = -L\ddot{q}$

$\mathcal{E} - L_2\ddot{q} - L_1\ddot{q}$

$q = CU$

$\frac{q}{C} + \mathcal{E} - 2L\ddot{q} = \frac{q}{C}$

$U = \frac{q}{C}$

$\frac{q}{C} + 2L\ddot{q} = 0$

$I_m \cos(\omega t)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)