Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

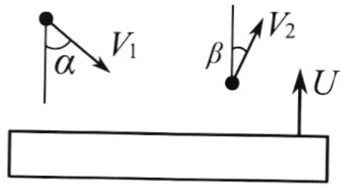
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.



+

1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

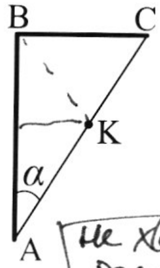
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

+

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

Как бесконечны?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



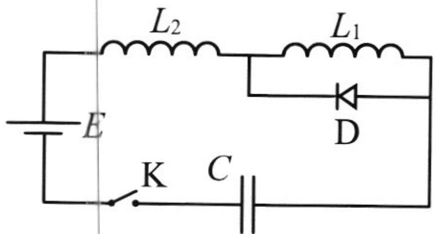
+

1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

Не хватает размеров

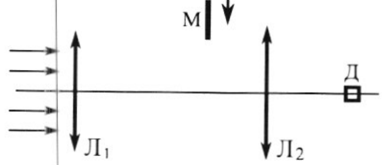
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

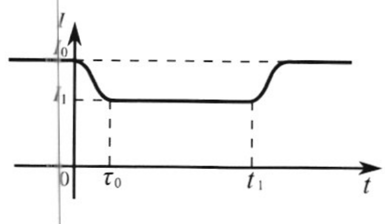


+

1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

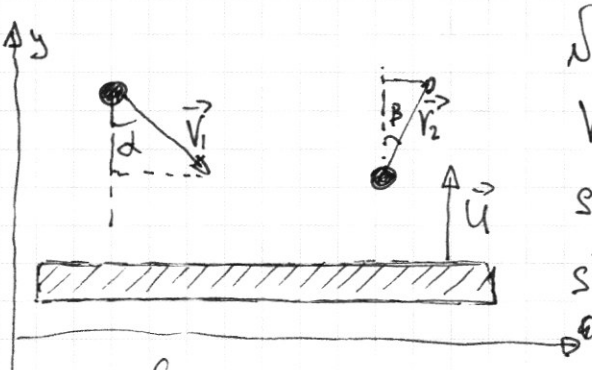
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№1

$V_1 = 8$ м/с

$\sin\alpha = \frac{3}{4}$

$\sin\beta = \frac{1}{2}$

Найти:

$V_2 = ?$

$U = ?$

Т.к. вдоль оси Ox не действуют силы (нет трения), то

$p_x = const$

$$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 8 м/с \frac{3/4}{1/2} = \underline{12 м/с}$$

Рассмотрим движение вдоль Oy:

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{16}{16} - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \qquad \cos\beta = \sqrt{\frac{4}{4} - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$|V_{1y}| = 2\sqrt{7} м/с \qquad |V_{2y}| = 6\sqrt{3} м/с$$

Вычисления:

$\sqrt{3} \approx 1,4$

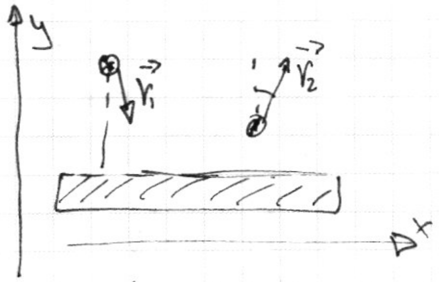
$\sqrt{7} \approx 2,6$

$2,6 \times 2,6 = 156 + 520 = 6,76$

$6 \cdot 1,4 - 2 \cdot 2,6 =$

$= 8,4 - 5,2 = 3,2$

В с.о. „плита":



$$|V_{1y}'| = |V_{1y}| + |U|$$

$$|V_{2y}'| = |V_{2y}| - |U|$$

$$|V_{1y}'| = |V_{2y}'| \Rightarrow |U| = \frac{1}{2}\left(|V_{2y}| - |V_{1y}|\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(6\sqrt{3} м/с - 2\sqrt{7} м/с\right) \approx \underline{1,6 м/с}$$

Ответ: $V_2 = 12$ м/с $U = 1,6$ м/с

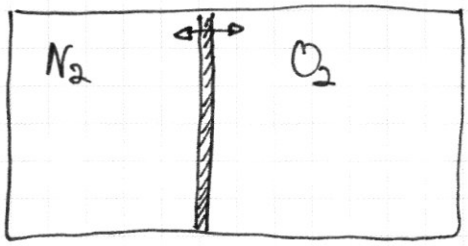
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №1

(Нумеровать только чистовики)

№2



$T_1 = 300K$ $\quad$ $T_2 = 500K$

$\nu = 3/7$ моль

$C_V = \frac{5R}{2}$

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль\,К}$

Найти

$\frac{V_1}{V_2} = ?$

$T_к = ?$

$\Delta Q = ?$

Для равновесия необходимо равенство давлений

$P_1 = P_2$ $\quad$ (Закон: $PV = \nu RT$) $\Rightarrow P = \frac{\nu RT}{V}$

$\frac{\nu RT_1}{V_1} = \frac{\nu RT_2}{V_2} \Rightarrow \frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300K}{500K} = \boxed{\frac{3}{5}}$

При постоянном объёме работа газа $= 0$. Поэтому в формуле $\frac{5R}{2}$ 5 - число степеней свободы у молекул азота и кислорода. Следов.

$\boxed{E = \frac{5}{2}\nu RT}$ Но не стоит забывать о работе, наверное..

Т.к. $T_1 \to T_2$, а $T_2 \to T_1$, то в конце температура будет одинаковой и $T_1 = T_2 = T_к$. Пусть объём цилиндра V.

~~$\frac{3}{7} V P_1 = \nu RT_1$~~ $\quad E_0 = \frac{5}{2}\nu RT_1 + \frac{5}{2}\nu RT_2 = \frac{5}{2}\nu R(T_к + T_к) = E_к$,

$\Rightarrow T_к = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{300K + 500K}{2} = \boxed{400K}$

$\Delta Q = E_{0_A} - E_{к_A} = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_к) = \frac{5}{2}\frac{3}{7} 8{,}31(500 - 400) =$

$= 900$ Дж

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$ $\quad T_к = 400K$ $\quad \Delta Q = 900$ Дж

Вычисления:

$8{,}31 : 7 = 1{,}18$

$250 \times 3 = 750$

750

$\cdot 1{,}18 \sim 1{,}2$

$750 \times 1{,}2$

$75 \times 12 = 900$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

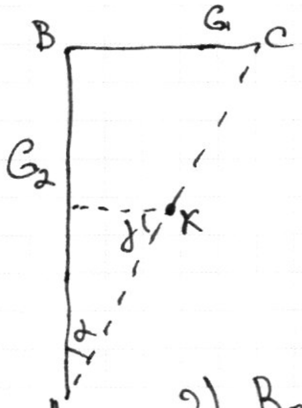
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

~~В моей предыдущей попытке я использовал предположение,~~

В этой задаче я предположу, что пластины - это бесконечные полоски с шириной AB и BC соответственно. Поэтому мне известна их ширина. Я не успел получить ответ (у проводящих) и это не противоречит условию с бесконечными пластинами...



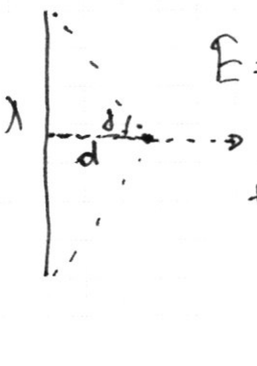
1) Следует заметить, что из-за угла $\alpha = \pi/4$ картина симметрична отн. $KB \Rightarrow$ $|\vec{E}_{BC}| = |\vec{E}_{BK}|$, но также $\vec{E}_{BC} \perp \vec{E}_{BK}$

$$\frac{E_K}{E_0} = \frac{\sqrt{E_0^2 + E_0^2}}{E_0} = \boxed{\sqrt{2}}$$

2) Во втором пункте $\alpha = \pi/8$, $\sigma_1 = 2\sigma$ $\sigma_2 = \sigma$

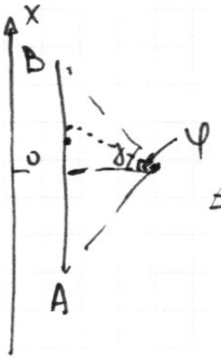
Давайте выведем формулу для E относительно такой „полоски"

(I) E - для точки удалённой от бесконечной заряженной проволоки с линейной плотностью заряда λ



$$E = 2k\int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi\,(d/\cos\varphi)\,\lambda}{(d/\cos\varphi)^2}\cos\varphi = 2\frac{\lambda k}{d}\int_0^{\pi/2}\cos^2\varphi\, d\varphi = \cancel{2}\frac{\lambda k}{d}\int_0^{\pi/2}(2\cos^2\varphi - 1)\,d\varphi + k\frac{\lambda}{d}\int_0^{\pi/2} d\varphi = k\frac{\lambda\pi}{2d}$$

(II) Посмотрим на полоску:



$$\cancel{E = 2\int_0^{\gamma} dx \, k\frac{\lambda\pi}{2d}dx = 2\int_0^{\gamma} k\frac{\sigma\pi}{2}dx = 2k\sigma_1} =$$

$$\cancel{= 2\int_0^{\gamma} k\lambda\pi \int_0^{\gamma} \frac{dx}{d x}\frac{d\varphi (d/\cos\varphi)}{(d/\cos\varphi)} = 2k\pi\gamma}$$

$$E = 2\int_0^{\gamma} k\frac{\lambda\pi}{2d} = 2\int_0^{\gamma} k\frac{\sigma dx\,\pi}{2d} = k\sigma\pi\int_0^{\gamma}\frac{dx}{d} = k\sigma\pi\int_0^{\gamma}\frac{d\varphi\, d}{d} =$$

$$= k\sigma\pi\gamma$$

Посчитаем: $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7} = \frac{5\pi}{14}$

$E_{AB} = k\sigma\pi\frac{5\pi}{14} =$

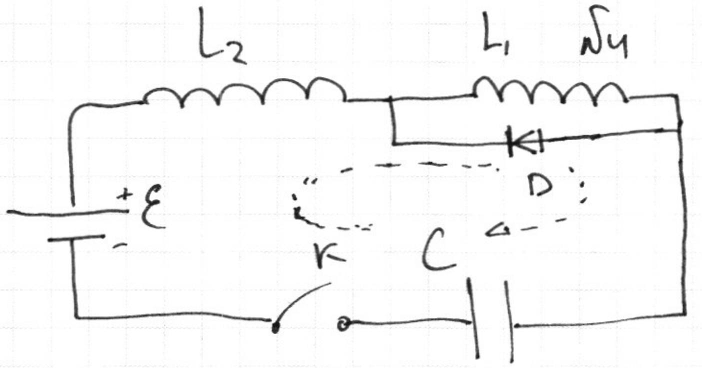
$E_{BC} = k \cdot 2\sigma \cdot \pi \cdot \frac{\pi}{7}$

$$E = \sqrt{\left(k\sigma\pi\frac{5\pi}{14}\right)^2 + \left(k\sigma\pi\frac{2\pi}{7}\right)^2} = k\sigma\pi^2\sqrt{\frac{25}{196} + \frac{4}{49}} =$$

$$= k\sigma\pi^2\sqrt{\frac{25}{196} + \frac{16}{196}} = k\sigma\pi^2\frac{\sqrt{41}}{14}$$

Ответ: $\frac{E_k}{E_0} = \sqrt{2}$; $E = k\sigma\pi^2\frac{\sqrt{41}}{14}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

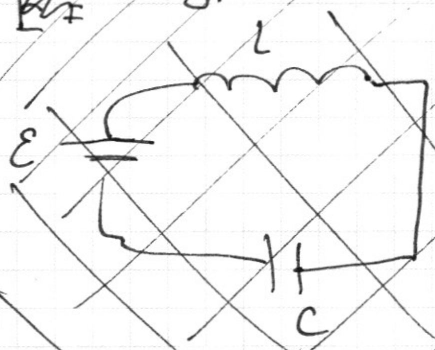


$L_1 = 2L$
$L_2 = L$

Заметим, что если ток будет идти против часовой стрелки, то он пойдёт через диод.

См P.S., так как я всё перечеркал

~~Контур LC:~~



$L\dot I + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$

$L\ddot q + \frac{q}{C} = 0$

$q(t) = q_0 \sin\left(\sqrt{\frac{C}{L}}t + \varphi\right)$

~~С другой стороны:~~

$\omega = \sqrt{\frac{C}{L}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}$

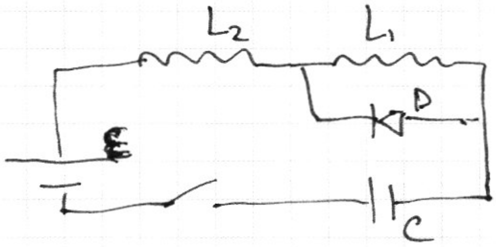
$\boxed{T = \pi(1+\sqrt{3})\sqrt{\frac{L}{C}}}$

Посмотрим на решение для $\sqrt{\frac{1}{CL}}$

$L\ddot q + q/C = \mathcal{E}$ (1) Пусть $q(t) = q_0 \sin\left(\sqrt{\tfrac{1}{LC}}\,t + \varphi\right) + \mathcal{E}C$, тогда $q(t)$ — решение (1)

По З.С.Э.:

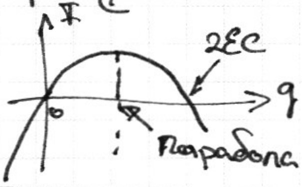
$$\mathcal{E}q = \frac{q^2}{2C} \Rightarrow q = 2\mathcal{E}C \Rightarrow q(t) = C\mathcal{E}\sin\left(\sqrt{\frac{C}{L}}\,t\right) + C\mathcal{E}$$



$$\frac{(L_2+L_1)I^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = \mathcal{E}q$$

$$\frac{(L_2+L_1)I^2}{2} = \mathcal{E}q - \frac{q^2}{C2} = q\left(\mathcal{E} - \frac{q}{2C}\right)$$

max при $q = \mathcal{E}C$



$$\frac{(L_2+L_1)I^2}{2} = \mathcal{E}C\left(\mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{2}\right) = \frac{\mathcal{E}^2C}{2}$$

$$I_{M1} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2C}{(L_2+L_1)}}$$

Когда ток пойдёт в обр. сторону индуктивность будет L_2

$$I_{M2} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2C}{L_2}}$$

Ответ: $t = \pi(\sqrt{3}+1)\sqrt{\frac{L}{C}}$; $I_{M_1} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2C}{(L_2+L_1)}}$; $I_{M_2} = \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2C}{L_2}}$

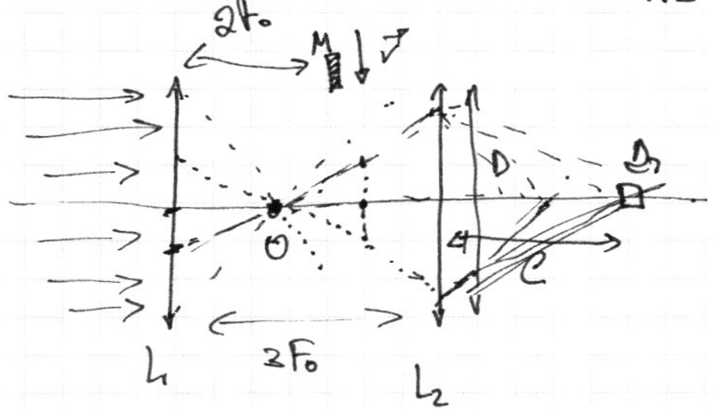
P.S. для вывода в контуре LRE (я там всё перечеркал.):

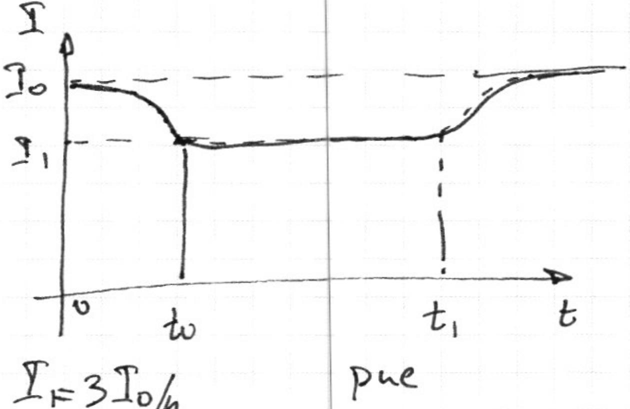
$L\ddot{q} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$ подпродуем $q(t) = q_0\sin\left(\sqrt{\frac{1}{LC}}\,t + \varphi\right) + C\mathcal{E}$,

тогда получим тождество

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5





$I_1 = 3I_0/4$ рис

l - ? v = ? t_1 - ?

Первая линза создаёт „источник" в точке O на расстоянии $2F_0$ от второй линзы

$\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow d_i = 2F_0$. Что бы ~~график~~ рис. 1 имел

такую форму, Д должен находить в изображении источника O. $\Rightarrow \underline{l = d_i = 2F_0}$

т.к. $I_1 = \frac{3I_0}{4}$, то значит мишень перекрыла $\frac{1}{4}$ всех лучей. Сечение светового потока со, образованное траекторией движения мишени имеет диаметр $D/2 \Rightarrow S = \frac{\pi D^2}{16}$

$S_M = \frac{1}{4}\frac{\pi D^2}{16} = \frac{\pi D^2}{64} = \pi\left(\frac{D}{8}\right)^2$ → Значит ~~сечение~~ ~~высота~~ радиус мишени - $D/8$, а диаметр $D/4$. За t_0 мишень прошла расстояние, равное своему диаметру.

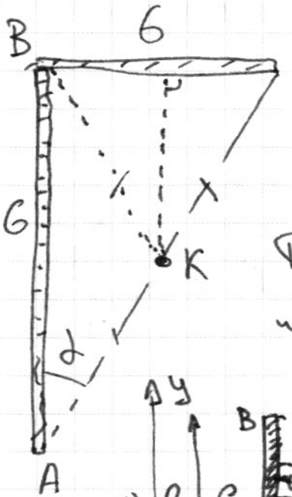
$v = \boxed{\frac{D}{4t_0}}$ За время t_1 - мишень прошла $D/2$
(ширину потока)

$$t_1 = \frac{D/2}{D/4t_0} = \boxed{2t_0}$$

Ответ: $\ell = 2F_0$ $v = \frac{D}{4t_0}$ $t_1 = 2t_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

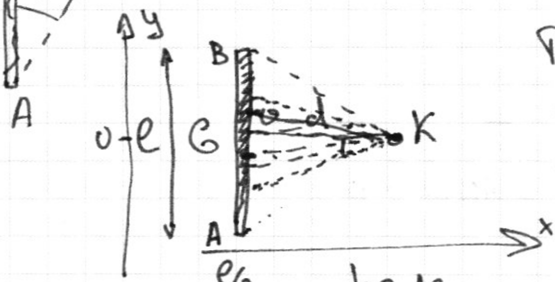
№3



1) $\alpha = \pi/4$

Т.к. AK – сер. гипотинузы, то $KC = KA = KB$

Тогда давайте посчитаем вклад от одной из пластин:



Т.к. картинка симметрична (отн OK), то можно проинтегрировать ~~вдоль~~ ~~напр.~~ только ~~вд~~ проекции напряжённостей на ox от A до B

$$\frac{1}{2} E = 2\int_0^{l/2} \frac{k\sigma\, dl}{(\sqrt{d^2+l^2})^2} = 2k\sigma \int_0^{l/2} \frac{dl}{d^2+l^2} = 2k\sigma d \int_0^{\frac{l}{2d}} \frac{d\left(\frac{l}{d}\right)}{1+\left(\frac{l}{d}\right)^2} =$$

$$= 2k\sigma d \int_0^{\frac{l}{2d}} \frac{dx}{1+x^2} =$$

Вспомним:

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \qquad \left(\ln|1+x^2|\right)' = \frac{2x}{1+x^2} \qquad C = \frac{q}{\varepsilon}$$

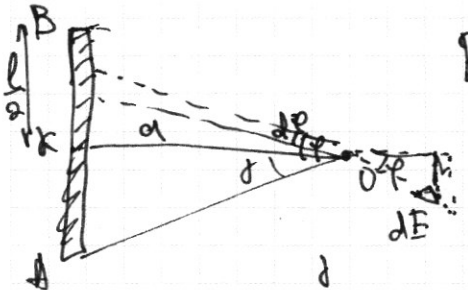
$$\varepsilon = \frac{q}{C}$$

А если интегрировать по углу: (Пусть $\angle OKB = \gamma$)

$$E = 2\int_0^{\gamma} \frac{d\varphi \cdot \cos\varphi\, \frac{d}{\cos\varphi}\sigma}{\left(\frac{d}{\cos\varphi}\right)^2} = 2\int_0^{\gamma} \frac{d\varphi\, \sigma \cos\varphi}{d} = 2\frac{\sigma}{d}\int_0^{\gamma} \cos\varphi\, d\varphi$$

$$= 2\frac{\sigma}{d}\sin\varphi\Big|_0^{\gamma} = \underline{2\frac{\sigma}{d}\sin\gamma}$$

$\cancel{E = 2\frac{\sigma}{d}}$ А, нет, скорее всего это неверная формула :)
т.к. я забыл учесть, что нам нужен вклад только
$\perp$ плоскости пластины



$$E = 2\int_0^{\gamma} \frac{d\varphi \, d/\cos\varphi \, \sigma}{\left(d/\cos\varphi\right)^2}\cos\varphi = 2\frac{\sigma}{d}\int_0^{\gamma} d\varphi \cos^2\varphi =$$

$$= \frac{\sigma}{d}\int_0^{\gamma}\left(2\cos^2\varphi - 1\right)d\varphi + \frac{\sigma}{d}\int_0^{\gamma} d\varphi =$$

$$= \frac{\sigma}{d}\int_0^{\gamma}\cos(2\varphi)\,d\varphi + \frac{\sigma}{d}\int_0^{\gamma} d\varphi = \frac{\sigma}{2d}\int_0^{\gamma}\cos(2\varphi)\,d(2\varphi) + \frac{\sigma}{d}\int_0^{\gamma} d\varphi$$

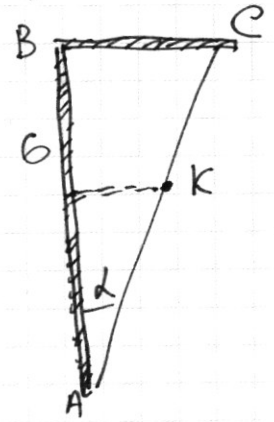
$$= \frac{\sigma}{d}\left(\frac{\sin(2\gamma)}{2} + \gamma\right)$$

---

1) т.к. $\alpha = \pi/4$, то $|\vec{E}_{AB}| = |\vec{E}_{KC}|$, но $\vec{E}_{AB} \perp \vec{E}_{KC}$

$$\Rightarrow \frac{E_K}{E_0} = \frac{\sqrt{E_0^2 + E_0^2}}{E_0} = \sqrt{2}$$

2) $\alpha = \pi/7$ $\sigma_1 = 2\sigma$ (BC) $\sigma_2 = \sigma$ (AB) $E_K = ?$



$$E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{AC}^2}$$

$$E_{AB} = \frac{\sigma}{d_{AB}}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)