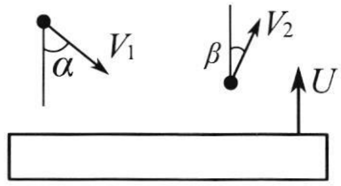
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11 **Вариант 11-04** Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 18 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{3}{5}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

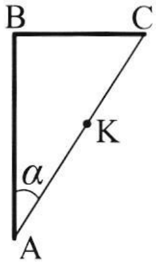
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона T_1 = 320 К, а криптона T_2 = 400 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

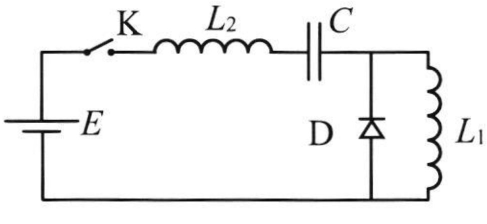
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

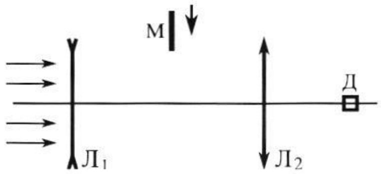


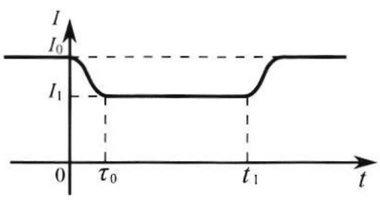
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями -2F_0 и F_0, соответственно. Расстояние между линзами 2F_0. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от $Л_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$





.

1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

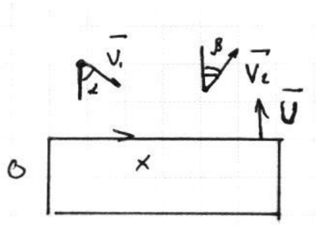
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

З.1

Т.к. плита гладкая, проекция импульса шарика на Ox постоянна, т.е.

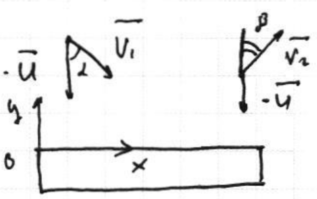
m - его масса (шара)



$V_1 \sin\alpha \, m = V_2 \sin\beta \, m$

1) $V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 18 \cdot \frac{2\cdot 5}{3\cdot 3} = 20$ м/с

Перейдём в ИСО плиты (она массивна, т.е. её скорость можно считать постоянной в процессе удара)



Понятно, что мяч после удара не может бо́льшую энергию (кин-ую), чем до (удар неупругий), плита в этой системе неподвижна

квадраты скорости вдоль Ox можно отбросить (проекция скорости на Ox не меняется вследствие удара)

тогда $(U + V_1\cos\alpha)^2 < (V_2\cos\beta - U)^2 \iff 2U + V_1\cos\alpha - V_2\cos\beta < 0$

или $U < \frac{V_2\cos\beta - V_1\cos\alpha}{2} = 8 - 3\sqrt{5} \approx 1{,}25 \frac{м}{с}$

2) $U < 1{,}25 \frac{м}{с}$

З.2

Ур. М-К для нач. состояний газа: $pV_1 = R\nu T_1$; $pV_2 = R\nu T_2$

V_1 - объём аргона; V_2 - криптона; p - начальное давление газов

1) т.е. $\frac{T_1 \nu R}{V_1} = \frac{T_2 \nu R}{V_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{32}{40} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

2) Теплопотерь нет, т.е. для энергий одноатомных газов:

$\frac{3}{2} R\nu T_1 + \frac{3}{2} R\nu T_2 = \frac{3}{2} R \cdot 2\nu T$, где T - установившаяся температура

см. след. стр.

Откуда 2) $T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 360 K$

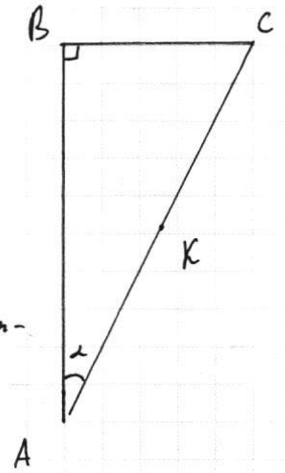
Внутренняя энергия аргона до: $U_1 = \frac{3}{2}\nu T_1 R$; после $U_2 = \frac{3}{2}\nu T R$

Переданное кол-во теплоты от криптона аргону: Q

тогда $U_2 = U_1 + Q$

3) $Q = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} R \nu (T - T_1) = 299,16$ Дж

3.3

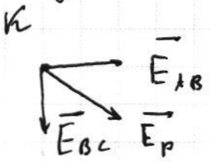


Имея поверхностную плотность заряда σ, пластина BC создает в K напряжённость $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

Если AB зарядить с той же поверхностной плотностью σ, то она создаст поле с той же напряжённостью E.

Однако вектора полей, создаваемых пластинами AB и BC, перпендикулярны, т.к. сами пластины перпендикулярны ($\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ \Rightarrow ABC$ - равнобедренный) ($AB = BC$; K равноудалена) (если $\sigma > 0$)

результирующий вектор



$E_p = E\sqrt{2}$

1) искомое $\frac{E_p}{E} = \sqrt{2} \approx 1,41$

Во втором случае $E_{BC} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E_{AB} = \frac{2\sigma}{7 \cdot \varepsilon_0 \cdot 2} = \frac{\sigma}{7\varepsilon_0}$

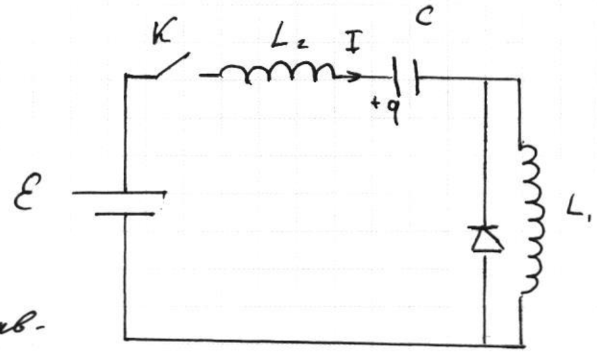
результирующая напряженность 2) $E_m = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{49}} \approx \cancel{\ldots}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$\approx 0,5214 \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

см. след. стр.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.4



Процесс протекания тока по часовой стрелке происходит подобно тому, что цепь состояла бы из конденсатора C и индуктивности $L_1 + L_2$

в обратном направлении из-за диода из цепи выходит, к тому моменту без тока, индуктивность L_1 (ток начинает течь через диод)

В первом случае справедлива ф-а ~~гармонических колебаний~~ ~~$q = \sin\left(t\frac{1}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}\right)\mathcal{E}C$~~ ~~во втором $q = \sin\left(t\frac{1}{\sqrt{L_2C}}\right)\mathcal{E}C$~~

~~$I = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}\cos\left(t\frac{1}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}\right)$~~ ~~$I = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{L_2C}}\cos(t$~~

$\frac{q}{C} + \ddot{q}L_2 + \ddot{q}L_1 = \mathcal{E}$; $q = Q + \mathcal{E}C$, тогда $\ddot{Q} = -\frac{1}{C(L_1+L_2)}Q$

$\sqrt{\frac{1}{C(L_1+L_2)}} = \omega_0$

реш-ие: $Q = -\mathcal{E}C\cos(\omega_0 t_1)$, т.е. $q = \mathcal{E}C - \mathcal{E}C\cos(\omega_0 t_1)$

$I = \mathcal{E}C\omega_0\sin(\omega_0 t_1)$, период $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

Во втором случае: $\frac{q}{C} + \ddot{q}L_2 = \mathcal{E}$, также найдем

~~$q = \mathcal{E}C - \mathcal{E}C\cos(\omega_2 t_2)$; $I = \mathcal{E}C\sin(\omega_2 t_2)$; $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2C}}$~~

~~разница между t_2 и $t_1 = \frac{T_1}{2}$, т.е. $t_2 = t_1 + \frac{T_1}{2}$~~

$q = \mathcal{E}C - \mathcal{E}C\cos(\omega_2 t_2 + \pi)$; $I = \mathcal{E}C\omega_2\sin(\omega_2 t_2 + \pi)$; $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2C}}$

отсчёт t_2 начинается позже (когда наступил второй случай)

$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$

см. след. стр.

Случаи один и два попеременно сменяют друг друга. Поэтому L_2 сначала колеблется по схеме один, потом по схеме два, полный цикл занимает время

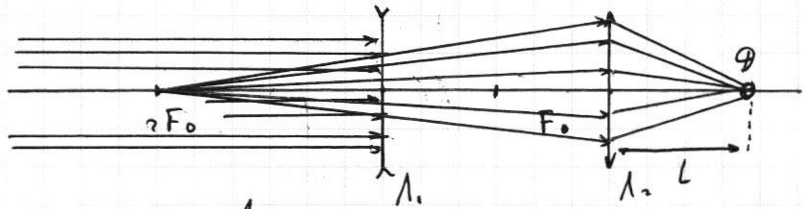
1) $T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{\pi}{\omega_0} + \frac{\pi}{\omega_2} = \pi\left(\frac{1}{\sqrt{C(L_1+L_2)}} + \frac{1}{\sqrt{CL_2}}\right) = \frac{5}{6}\frac{\pi}{\sqrt{CL}}$

2) макс. ток через L_1 согласно вышеуказанным формулам $I_{01} = \mathcal{E} C \omega_0 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}} = \frac{\mathcal{E}}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}$

3) макс. ток через L_2 согласно вышеуказанным формулам $I_{02} = \mathcal{E} C \omega_2 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_2}} = \frac{\mathcal{E}}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$

3.5

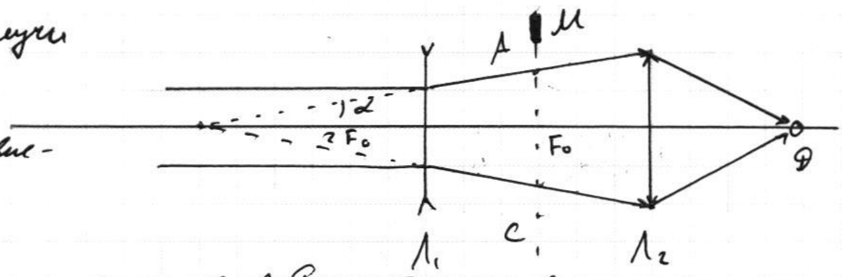
После преломления через $Л_1$ лучи движутся будто из точки фокуса линзы $Л_1$



т.е. по ф. тонкой линзы для $Л_2$:

$\frac{1}{4F_0} + \frac{1}{L} = \frac{1}{F_0}$ откуда 1) $L = \frac{4}{3}F_0 \approx 1{,}33 F_0$

„крайние" лучи



т.к. D мало по сравнению с F_0:

$\sin\alpha \approx tg\,\alpha = \frac{D}{8F_0}$

$AC \perp$ опт. оси на расстоянии F_0 от линз; $AC = 2 \cdot 3F_0\, tg\,\alpha = \frac{3}{4}D$

; площадь сечения луча, попадающего в $Л_2$ на расстоянии F_0 от $Л_2$: $S = \left(\frac{AC}{2}\right)^2 \pi$

Интенсивность излучения I

см. след. стр.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

тогда мишень перекрывает площадь (в соответсии с условием):

S_1 ;

~~$\frac{S_1 I}{S I} = \frac{I_0 I_1}{I_0} = \frac{7}{16} \quad S_1 = \frac{7}{16} S$~~

~~радиус мишени~~ ~~диаметр мишени d: $(\frac{d}{2})^2\pi$~~

~~$(\frac{d}{2})^2\pi = \frac{7}{16}(\frac{AC}{2})^2\pi$~~

$$\frac{S_1 I}{S I} = \frac{I_0 - I_1}{I_0} = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16} \; ; \; S_1 = \frac{9}{16} S$$

диаметр мишени d: $(\frac{d}{2})^2\pi = (\frac{AC}{2})^2\pi \cdot \frac{9}{16}$

откуда $d = \frac{3}{4} AC = \frac{9D}{16}$

мишень стала максимально „эффективно" перекрывать лучи, когда вся зашла в зону лучей, попадающих на детектор за время τ_0. её скорость V

2) $V = \frac{d}{\tau_0} = \frac{9D}{16\tau_0}$

мишень начала выходить из зоны улавливаемых лучей в момент t_1, т.е.

3) $t_1 V = AC = \frac{3}{4} D \Rightarrow t_1 = \frac{3D}{4V} = \frac{3D \cdot 16\tau_0}{4 \cdot 9D} = \frac{4}{3}\tau_0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

З.1

Перейдём в ИСО плиты $V_1 \cos\alpha = V_2 \sin\beta$

$V_2 = \frac{V_1 \sin\alpha}{\sin\beta}$ плита гладкая

$V_2 = V_1 \cdot \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 3} = V_1 \frac{10}{9}$

$\cos\beta = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$

$\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$(U + V_1\cos\alpha)^2 \leq (V_2\cos\beta - U)^2$

$(U + V_1\cos\alpha - V_2\cos\beta + U)\cdot$

$\cdot \cancel{(U + V_1\cos\alpha + V_2\cos\beta)} \leq 0$

$2U + V_1\cos\alpha - V_2\cos\beta < 0$

$2U < \frac{V_2\cos\beta - V_1\cos\alpha}{2}$

$= \frac{1}{2} V_1 \left(\frac{10}{9} \cdot \frac{4}{5} - 1 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$

$= \frac{1}{2} V_1 \left(\frac{8}{9} - \frac{3\sqrt{5}}{9}\right) =$

$< 8 \left(\frac{8 - 3 \cdot 2{,}25}{...}\right) < 1{,}25$

$\sqrt{5} \approx$

2,5 2,5 2,2 · 2,2 = 4 4 · 4 8 4 2,3 · 2,3 = 6 9 4 6 5 2 9 2,25

6,75

З.2

1,5 · 1,5 = 2,25; 2,2 · 2,2 = 4,84

$\frac{25-9}{25} = \frac{16}{25}$; $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

$\frac{20 \cdot \frac{4}{5} - 18 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{...}$

6,75 · 2,25 · 3

$(8 - 3 \cdot 2{,}25)$ 1,25

$\frac{16 - 6\sqrt{5}}{2} = 8 - 3\sqrt{5}$

$\frac{2\lambda}{v^2 \Delta C} = \frac{\lambda}{u^2 \Delta C}$

$2\lambda d = u^2 \Delta C$

$\lambda d = u^2 \Delta C$

$\varepsilon \cancel{d} \frac{q}{\varepsilon}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

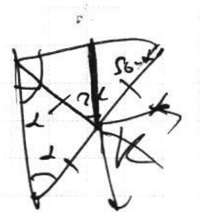
$\frac{720}{2} = 360$

$\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot 2{,}31 \cdot 40 = \frac{9}{\cancel{10}} \cdot \cancel{40} \cdot 2{,}31 = 36 \cdot 2{,}31$

$\cancel{\times 36}$

$\times \begin{array}{r} 2{,}31 \\ 36 \\ \hline 4986 \\ 2493 \\ \hline 299{,}16 \end{array}$

№3



$\frac{180-27}{2}$

$\frac{45+61}{4 \cdot 45}$

$\frac{6}{280}$ $\sqrt{2}$

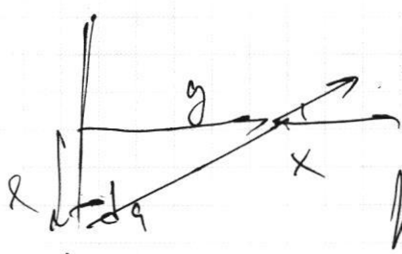
$\sqrt{\frac{13}{4 \cdot 45}}$ $\overline{7 \cdot 7}$

$\times \begin{array}{r} 1{,}45 \\ 1{,}45 \\ \hline 5 \end{array}$ $\times \begin{array}{r} 1{,}41 \\ 1{,}41 \\ \hline 141 \\ 564 \\ 141 \\ \hline 1{,}9881 \end{array}$

$\times \begin{array}{r} 7{,}5 \\ 7{,}4 \\ \hline 256 \\ 518 \\ \hline 5476 \end{array}$ $\times \begin{array}{r} 7{,}3 \\ 7{,}3 \\ \hline 71\ \ 5 \\ 511 \\ \hline 5325 \end{array}$ $7{,}35$

$\frac{7{,}35}{14}$

$\begin{array}{r|l} 735 & 1400 \\ 7350 & 0{,}525 \\ -7000 & \\ 3500 & \\ -2800 & \\ 7000 & \end{array}$



$k \frac{dx \cdot 6}{4 x^2+y^2}$ $\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$= \int\limits_{-x}^{x} k \frac{dx\, 6y}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$

$(\cancel{x^2+y^2})^{p}$ $\int \left(\frac{dx\, 6y}{x^2+y^2{}^{\frac{1}{2}}} \right)'$ $= \frac{kl}{A} \cdot \frac{3}{4}$

$= \frac{dx\, 6}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$

c/A

$6 \cdot 4 \cdot 2 = 128$

$\frac{c}{2} = \frac{AC}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

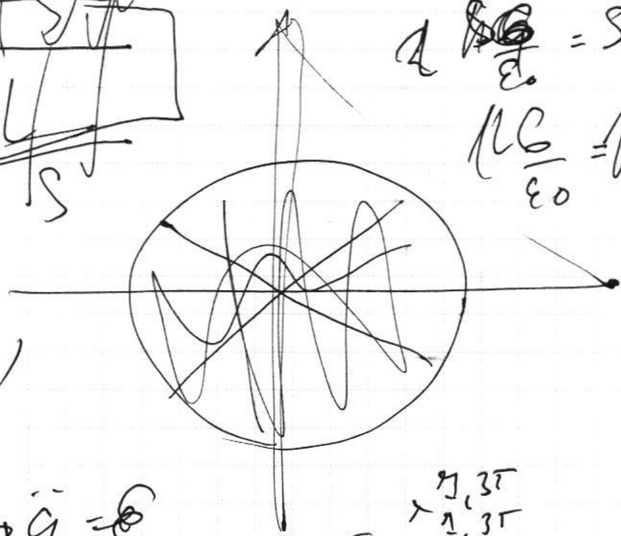
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$k\frac{dx\,\sigma\,y}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$



$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = 3E$

$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = 4E$

$q = \mathcal{E}C\cos(t\frac{1}{\sqrt{C(L_1+L_2)}})$

$\frac{q}{C} + \ddot{q}L_2 + L_1\ddot{q} = \mathcal{E}$

$q = Q + \mathcal{E}C$

$\frac{Q}{C} = -\ddot{Q}(L_1+L_2)$

$\ddot{Q}$

$\sin(\omega_0 t)\mathcal{E}C - \mathcal{E}C$

$-\mathcal{E}C\cos(\omega_0 t)$

7,35 × 7,35 = 3675, 2205, 5145, 540225

7,3 × 7,3 = 219, 511, 53,29

5329 | 1400

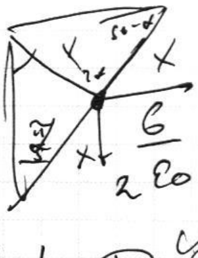
738 | 140 = 0,5214

$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{48} = \frac{53}{4\cdot48} = \frac{\sqrt{53}}{2\cdot7}$

1,41 × 1,41 = 141, 564, 1,9881

7,35



$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ $\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$

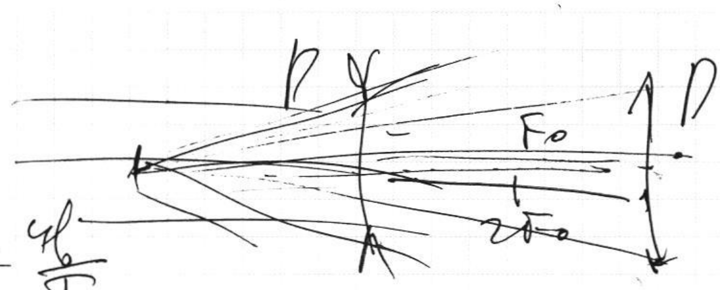
$\frac{dx\,y}{(x^2+y^2)^3}k$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

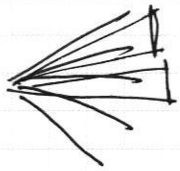
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$$\frac{1}{4F_0}+\frac{1}{b}=\frac{4}{4F_0}$$

$$\frac{1}{b}=\frac{3}{4F_0} \qquad b=\frac{4}{3}F_0$$



$$\cancel{60}\,6\cdot\frac{3}{\cancel{2}}\cdot 8{,}31\cdot\frac{\cancel{8}}{\cancel{8}}$$

$6\cdot 9=54$

$$\begin{array}{r} 8{,}31\\ \times\ 54\\ \hline 3324\\ 4155\\ \hline 448{,}74 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8{,}31\\ \times\ 36\\ \hline 4986\\ 2493\\ \hline 299{,}16 \end{array}$$

36

$$\pi\left(\frac{1}{3\sqrt{LC}}+\frac{1}{2\sqrt{LC}}\right)=2\pi\frac{5}{6}$$

$\mathcal{E}C-\cos(\omega_1 t)\mathcal{E}C$

$$\omega_1=\frac{1}{3\sqrt{LC}} \qquad \omega_2=\frac{1}{2\sqrt{LC}}$$

$$\frac{2\pi}{\omega_1}\cdot 2 \quad \frac{\pi}{3\sqrt{LC}}+\frac{\pi}{2\sqrt{LC}}=$$

$$=\frac{2+3}{6\sqrt{LC}}=\frac{5}{6\sqrt{LC}}$$

$$\frac{\mathcal{E}C}{3\sqrt{LC}}=\frac{\mathcal{E}}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}\quad I_{03}$$

$$I_{02}=\frac{\mathcal{E}}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\frac{3}{4}\frac{Q}{V}$$

$$\frac{\cancel{8}}{\cancel{4}}\,\frac{\cancel{4}\cdot\cancel{16}\,4\,\tau_0}{\cancel{32}\,3}=\frac{4}{3}\tau_0 \qquad \frac{9Q}{16\tau_0}$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)