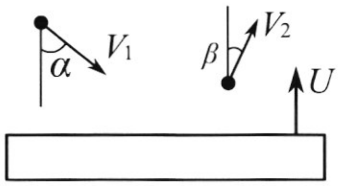
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11 **Вариант 11-04** Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 18 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{3}{5}\right)$ с вертикалью.



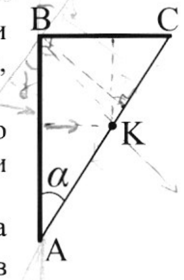
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона T_1 = 320 К, а криптона T_2 = 400 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

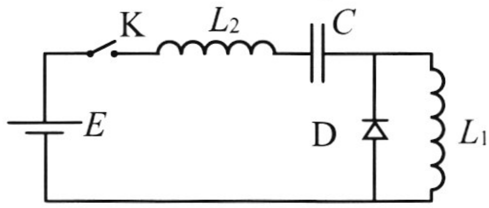
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

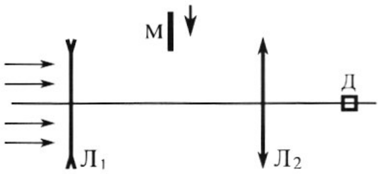
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

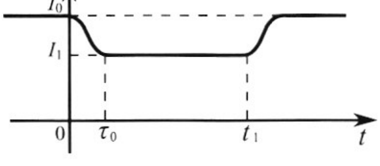
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями -2F_0 и F_0, соответственно. Расстояние между линзами 2F_0. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от $Л_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$





.

1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

Дано:

$\nu = \frac{3}{5}$ моль

$T_1 = 320$ K

$T_2 = 400$ K

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot K}$

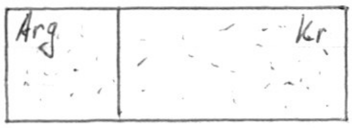
$i = 3$

$\frac{V_1}{V_2}$ - ?

T - ?

Q - ?

Решение:



V_1, T_1, P_0 $\quad V_2, T_2, P_0$

1) Т.к. в начальный момент поршень статичен: $p_{10} = p_{20} = p_0$.

По з-ну Менделеева-Клапейрона:

$$\begin{cases} p_0 V_1 = \nu R T_1 \\ p_0 V_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\cancel{\nu R} T_1}{\cancel{p_0}} \cdot \frac{\cancel{p_0}}{\cancel{\nu R} T_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{320}{400} = \frac{\cancel{32} \cdot \cancel{10}}{\cancel{40} \cdot \cancel{10}} = \frac{4}{5}; \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}; \quad p_0 = \frac{\nu R T_1}{V_1}$$

2) После установления равновесия каждый газ будет занимать объём $V = \frac{V_1 + V_2}{2}$;

По з-ну Менделеева - Клапейрона:

$$p_0 V = \nu R T; \quad \frac{\cancel{\nu R} T_1}{\cancel{V_1}} \cdot \frac{\cancel{V_1 + V_2}}{2} = \cancel{\nu R} T; \quad T = \frac{9}{8} T_1;$$

$$T = \frac{9}{\cancel{8}} \cdot \cancel{320} = 360 K.$$

3) По первому началу термодинамики:

$$Q = A + \Delta U$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1); \quad A = p_0 (V - V_1) = \nu R (T - T_1).$$

$$Q = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1) + \nu R (T - T_1) = \frac{5}{2} \cdot \nu R (T - T_1) = \frac{\cancel{5}}{\cancel{2}} \cdot \frac{3}{\cancel{5}} \cdot 8{,}31 \cdot \cancel{40} = 498{,}6 \text{ Дж}$$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$; $T = 360$ K; $Q = 498{,}6$ Дж

№3.

Дано:

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$\sigma_1 = \sigma$

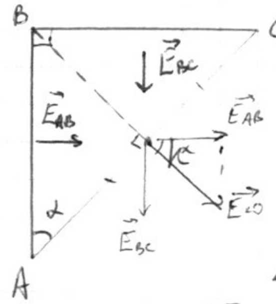
$\sigma_2 = 2\sigma/7$

$\alpha = \frac{\pi}{9}$

$\frac{E_{20}}{E_{10}}$ - ?

E - ?

Решение:



1) Т.к. угол $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\triangle ABC$ - равнобедренный, высота является медианой.

$\vec E_{10} = \vec E_{BC}$ ⇒ $E_{BC} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ - поле бесконечной заряженной пластины.

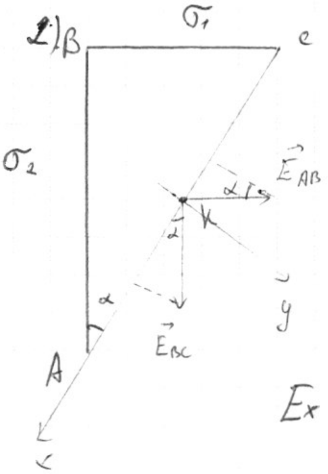
$E_{10} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

$\vec E_{20} = \vec E_{BC} + \vec E_{AB}$ - метод суперпозиции полей.

$E_{AB} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E_{20} = \frac{E_{AB}}{\cos\alpha} = \sqrt{2}E_{AB} = \frac{\sqrt{2}\sigma}{2\varepsilon_0}$;

$$\frac{E_{20}}{E_{10}} = \frac{\sqrt{2}\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{2\varepsilon_0}{\sigma} = \sqrt{2}; \quad \boxed{\frac{E_{20}}{E_{10}} = \sqrt{2}}$$

2)



$E^*_{BC} = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$E^*_{AB} = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{7\varepsilon_0}$

~~$\vec E = \vec E^*_{BC}$~~

$\vec E$ имеет две компоненты: E_y и E_x.

$$E_x = E_{BC}\cdot \cancel{\sin}\cos\alpha - E_{AB}\cdot\sin\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(\frac{\cos\alpha}{2} - \frac{\sin\alpha}{7}\right)$$

$$E_y = E_{BC}\cdot\sin\alpha + E_{AB}\cdot\cos\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(\frac{\sin\alpha}{2} + \frac{\cos\alpha}{7}\right)$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^2}\left(\frac{\cos\alpha}{2} - \frac{\sin\alpha}{7}\right)^2 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^2}\left(\frac{\sin\alpha}{2} + \frac{\cos\alpha}{7}\right)^2} =$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{\cos^2\alpha}{4} - \cancel{\frac{2\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{2\cdot 7}} + \frac{\sin^2\alpha}{49} + \frac{\sin^2\alpha}{4} + \cancel{\frac{2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{2\cdot 7}} + \frac{\cos^2\alpha}{49}} =$$

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{49}} = \frac{\sigma\sqrt{53}}{\varepsilon_0\cdot 14}.$$

Ответ: $\frac{E_{20}}{E_{10}} = \sqrt{2}$, $E = \frac{\sigma\sqrt{53}}{\varepsilon_0\cdot 14}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.

Дано:

F_0; $f_1 = -2F_0$

D; $f_2 = F_0$

τ_0

$I_1 = \frac{7I_0}{16}$

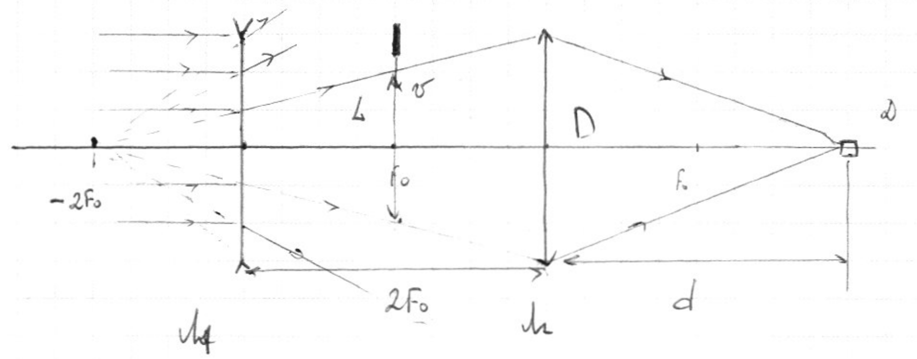
---

d - ?

v - ?

t_1 - ?

Решение:



1) После прохождения рассеивающей линзы лучами, создаётся мнимое изображение точечного источника света. Оно, пройдя через линзу и попадает в детектор (для Л2 изображение "действительное").

По ф-ле тонкой линзы: $\frac{1}{F_0} = \frac{1}{4F_0} + \frac{1}{d}$; $\frac{1}{d} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{4F_0}$

$d = \frac{4F_0}{4-1} = \frac{4}{3}F_0$.

2) На графике можно заметить участок постепенно уменьшающейся интенсивности. Он соответствует неполному заходу мишени в область прохода лучей. Т.е. за τ_0 мишень прошла расстояние, равное длине своего тела l. $\frac{l}{L} = \frac{I_1}{I_0} = \frac{7}{16}$; $l = \frac{7}{16}L$ (L-длина области)

Из подобия: $\frac{3F_0}{4F_0} = \frac{L}{D}$; $L = \frac{3}{4}D \Rightarrow l = \frac{21}{64}D$; $v = \frac{l}{\tau_0} = \frac{21}{64}\cdot\frac{D}{\tau_0}$

3) Время t_1 соответствует времени прохода переднего конца мишени через область хода лучей L. $t_1 = \frac{L}{v} = \frac{3}{4}D$;

$t_1 = \frac{L}{v} = \frac{3}{4}D \cdot \frac{64\tau_0}{21D} = \frac{16}{7}\tau_0$

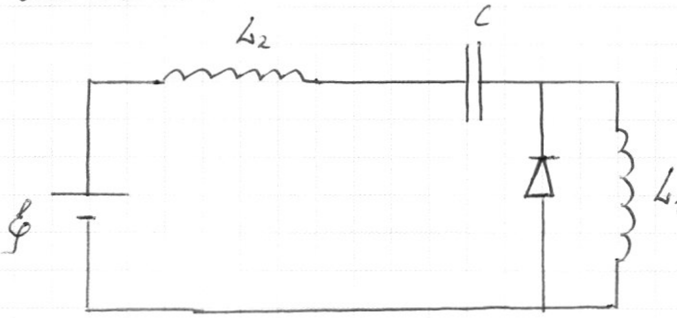
Ответ: $d = \frac{4}{3}F_0$; $v = \frac{21}{64}\cdot\frac{D}{\tau_0}$; $t_1 = \frac{16}{7}\tau_0$.

№4

Дано:
$\mathcal{E}$
$L_1 = 5L$
$L_2 = 4L$
C

T - ?
I_{01} - ?
I_{02} - ?

Решение:



1) После замыкания ключа по цепи начнёт течь ток. Начнутся колебания, состоящие из двух циклов:

I. Ток течёт через обе катушки (они работают как одна). Конденсатор заряжается до $\mathcal{E}$, ток максимален. Накопленная энергия в катушках расходуется на дозарядку конденсатора до $2\mathcal{E}$ ($I=0$).

II. Конденсатор разряжается (до $\mathcal{E}$), ток начинает течь в обратном направлении; диод "открывается" (представляет собой проволоку, т.е. $I_{L1}=0$). Накопленную энергию катушка тратит на доразрядку конденсатора (до $u_c=0$).

И так по кругу. Тогда $T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$.

По ф-ле Томсона: $T_1 = 2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C} = 2\pi 3\sqrt{LC}$; $T_2 = 2\pi\sqrt{L_2 C} = 4\pi\sqrt{LC}$

$T = \frac{2\pi\cdot 3\sqrt{LC}}{2} + \frac{4\pi\sqrt{LC}}{2} = 5\pi\sqrt{LC}$; $T = 5\pi\sqrt{LC}$.

2) $I_{01} \to max$, $\frac{\Delta I_0}{\Delta t} = 0$; Будем рассматривать две катушки как одну с $L_э = L_1 + L_2 = 9L$

$\Delta q = \mathcal{E}C$; По з-ну сохранения энергии (I цикл):

$\mathcal{E}\Delta q = \frac{L_э I_{01}^2}{2} + \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$; $\mathcal{E}^2 C = \frac{9L I_{01}^2}{2} + \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$

$\frac{\mathcal{E}^2 C}{\cancel{2}} = \frac{9L I_{01}^2}{\cancel{2}}$; $I_{01}^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{9}\cdot\frac{C}{L}$; $I_{01} = \frac{\mathcal{E}}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}$.

3) $\Delta q^* = (\mathcal{E} - 2\mathcal{E})C = -\mathcal{E}C$.

По з-ну сохранения энергии (II цикл):

$\frac{\cancel{2}\mathcal{E}^2 C}{2} + \mathcal{E}\Delta q^* = \frac{L_2 I_{02}^2}{2} + \frac{\mathcal{E}^2 C}{2}$

$2\mathcal{E}^2 C - \mathcal{E}^2 C - \frac{\mathcal{E}^2 C}{2} = \frac{\cancel{L_2}^{4L} I_{02}^2}{2}$; $\frac{\mathcal{E}^2 C}{\cancel{2}} = \frac{4L I_{02}^2}{\cancel{2}}$; $I_{02}^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{4}\cdot\frac{C}{L}$.

$I_{02} = \frac{\mathcal{E}}{2}\cdot\sqrt{\frac{C}{L}}$.

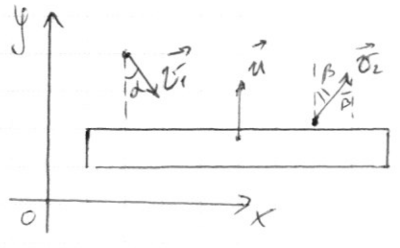
Ответ: $T = 5\pi\sqrt{LC}$; $I_{01} = \frac{\mathcal{E}}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}$; $I_{02} = \frac{\mathcal{E}}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$.

№1.

Дано:
$v_1 = 18$ м/с
$\sin\alpha = \frac{2}{3}$
$\sin\beta = \frac{3}{5}$

v_2 - ?
u - ?

Решение:



1) Т.к. внешние силы в проекции на ось X отсутствуют ($F_{тр} = 0$ – гладкая плита), запишем з-н сохранения импульса в проекции на Ox: $\cancel{m} v_1 \cdot \sin\alpha = \cancel{m} v_2 \cdot \sin\beta$;

$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $v_2 = 18 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = 20$ м/с.

2) При упругом соударении (в проекции на Oy):

$v_2 \cos\beta = v_1 \cos\alpha + 2u$; $u = \frac{v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha}{2}$.

Но т.к. у нас соударение неупругое, часть энергии тратится на неупругие деформации.

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Значит $u > \frac{v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha}{2}$;

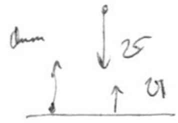
Итак $\cos\beta = \frac{4}{5}$; $\cos\alpha = \frac{\sqrt{9-4}}{3} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$$u > \frac{\cancel{20}^{\cancel{10}^{2}} \cdot \frac{4}{\cancel{5}_1} - \cancel{18}^{\cancel{9}^{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\cancel{3}_1}}{\cancel{2}_1} = 8 - 3\sqrt{5} \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_2 = 20$ м/с, $u > 8 - 3\sqrt{5}$ м/с.

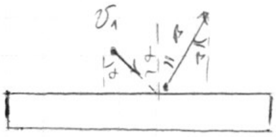
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\vec{v}_{отн} = \vec{v} - \vec{u}$; $v_{отн} = v + u$



$\cancel{v_{отн}}$ $\vec{v}' = \vec{v}_{отн} + \vec{u}$

$v' = v + 2u$. $\cos\alpha = \sqrt{\frac{9-4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$



$v_1 \cdot \sin\alpha = v_2 \cdot \cancel{\cos\beta}$ $\sin\beta =$

$\cancel{v_2 = \frac{v_1 \cdot \sin\alpha}{\sin\beta} = v_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{36}{5}\text{ м/с}}$ $\cos\beta = \sqrt{\frac{25-9}{25}} = \frac{4}{5}$.

$v_1 \cdot \frac{2}{3} = 12\text{ м/с}$, $v_2 \cdot \sin\beta = \frac{7{,}2 \cdot 3}{5}$

$v_1 \cdot \sin\alpha = v_2 \cdot \sin\beta$; $v_2 = \frac{v_1 \cdot \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1 \cdot \frac{2}{3}}{\frac{3}{5}} = \frac{18 \cdot 2 \cdot 5}{9} = 20\text{ м/с}$.

При упругом ударе:

$v_2 \cdot \cos\beta = v_1 \cdot \cos\alpha + 2u$

$20 \cdot \frac{4}{5} = \frac{18 \cdot \sqrt{5}}{3} + 2u$

$16 = 6\sqrt{5} + 2u \;|:2$ $8 = 3\sqrt{5} + u$

$u \geq 8 - 3\sqrt{5}$.

$pV = \nu RT$

p

$166{,}2 \times 3 = 498{,}6$

$q = \mathcal{E}C$ $\omega_1 = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{LC}}$

$I_{01} = \frac{\mathcal{E}C}{3}\sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{\mathcal{E}}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}$ ...

$36 : 5 = 7{,}2$

✓

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

Дано:

$\nu = \frac{3}{5}$ моль

$i = 3$

$T_1 = 320$ K

$T_2 = 400$ K

$R = 8,31$ Дж

$pV = \nu RT;$

$V_ц = V_1 + V_2; \quad V = \frac{V_1+V_2}{2}.$

$Q = \Delta U + A.$

$pV = \nu RT$

$pV_ц = 2\nu RT$

$8,31 \times 20 = 166,20$

$V_1 = \frac{4}{5}V_2; \quad V_2 = \frac{5}{4}V_1$

$166,2 \times 3 = 498,6$

$\cancel{p = \frac{\nu RT}{V}}$

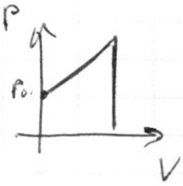
$p_0 V = \nu RT$

$p_0 = \frac{\nu RT_1}{V_1}; \quad \frac{\nu RT_1}{V_1} \cdot \frac{V_1+V_2}{2} = \nu RT$

$T_1 \cdot \frac{9}{8} = T;$

$T = \frac{320}{8} \cdot 9 = 360$ K.

$Q = A + \Delta U$



$Q = p_0(V - V_1) + \frac{3}{2}\nu R(T - T_1)$

$Q = \frac{\nu RT_1}{V_1} V_1\left(\frac{9}{8} - 1\right) + \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{9}{8} - 1\right)T_1 = \frac{5}{2}\nu RT_1\left(\frac{9}{8} - 1\right)$

$Q = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot 8,31 \cdot 320 \cdot \frac{1}{8} = 3 \cdot 20 \cdot 8,31.$

$T_2 \cdot \frac{1 + \frac{4}{5}}{2} = T;$

$T = \frac{9}{10} \cdot 400 = 360$ K.

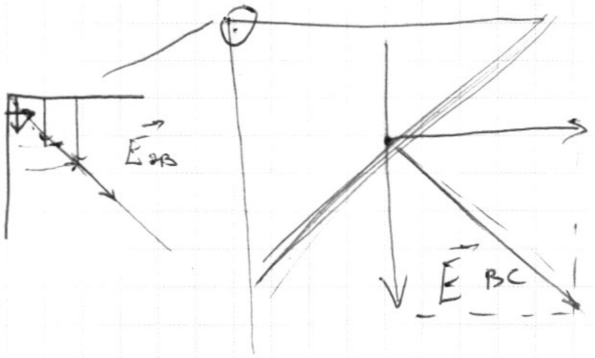
$p_0 = \frac{\frac{3}{5} \cdot 8,31 \cdot 320}{V_1}$

$p_0 = \frac{\frac{3}{5} \cdot 8,31 \cdot 360}{\frac{9}{8}V_1}$

$$\vec{E} = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}$$

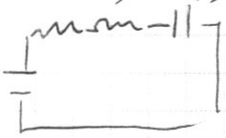
$$E_1 = E_{BC} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E_2 = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}}$$

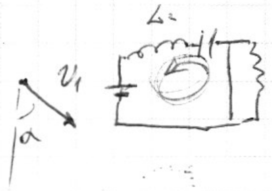


I_{max} ε_0 ; $2\varepsilon_0$ = Илья

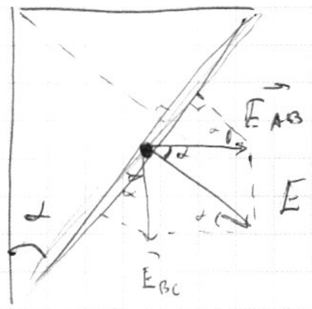
$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{2}.$$



$$\frac{E_2}{E_1} = k\sqrt{2};$$



$E_1 = E_{BC}$.



$$E = \frac{E_{BC}}{\cos\alpha} =$$

$v_{1x} = v_1 \sin\alpha$

$v_{1y} = v_1 \cdot \cos\alpha$

$v_{2x} = v_2 \cdot \cancel{\cos\beta}\ \sin\beta$

$v_{2y} = v_2 \cdot \cos\beta$.

$+\frac{16}{4}$

$$l = \frac{7}{16}L; \qquad \frac{3F_{01}}{4F_{01}} = \frac{L}{D}; \qquad L = \frac{3}{4}D$$

$$v_2 \cdot \cos\beta = v_{1y} + 2u = v_1 \cdot \cos\alpha + 2u$$

$$l = \frac{21}{64}D; \qquad v = \frac{21}{64}\frac{D}{\tau_0}$$

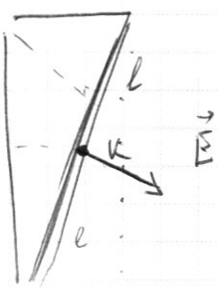
$$T = 2\pi\sqrt{L_0 C}$$

$t_1 = \tau_0 +$

$$E_{BC} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \qquad T = 2\pi\sqrt{9LC} = 6\pi\sqrt{LC}$$

$$E_{AC} = \frac{2\sigma}{7 \cdot 2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{7\varepsilon_0} \qquad T = 4\pi\sqrt{LC}$$

$E = E_x^2 + E_y^2$



$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{49}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{53}{196}}$$

$E_y = E_{AB} \cdot \sin\alpha - E_{BC} \cdot \cos\alpha$

$E_x^2 = E_{AB} \cdot \cos\alpha + E_{BC}\sin\alpha$

$E_{AB} \cdot \sqrt{2}$.

K

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \frac{2\pi\, 3\sqrt{LC}}{2} + \frac{2\pi \cdot 2\sqrt{LC}}{2} = 5\pi\sqrt{LC}.$$