

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

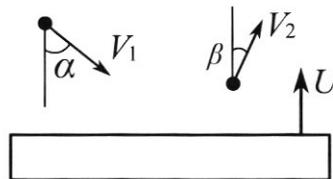
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

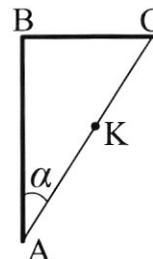


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

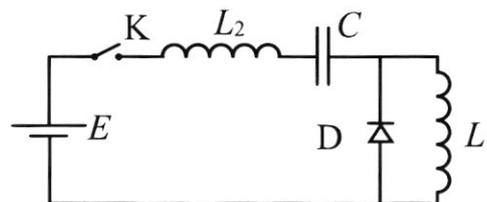
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



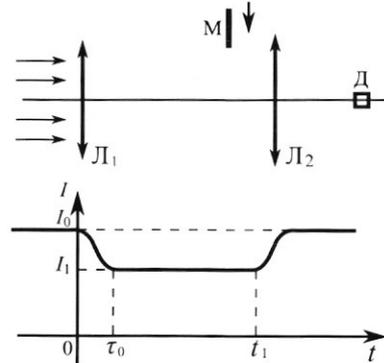
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L, L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

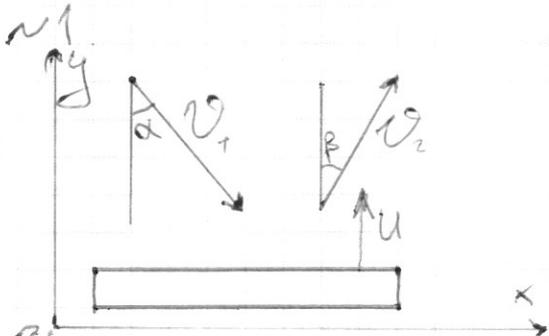
5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Удар неупругий, жермия не сохраняется.

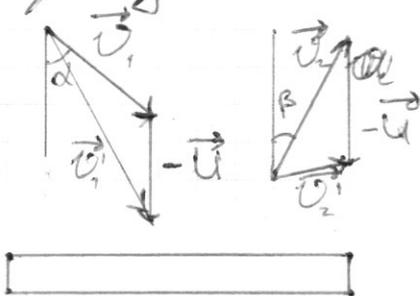
Сила по горизонтали не действует, импульс по горизонтали сохраняется

Пусть масса шарика m

$$p_x = \text{const} = m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{6 \text{ м/с} \cdot 2/3}{3/4} = 12 \text{ м/с}$$

Перейдем в с.о. плиты



\vec{v}_1' - скорость шарика в с.о. плиты до удара

\vec{v}_2' - скорость шарика в с.о. плиты после удара

Происходит потеря жермии, значит $|\vec{v}_2| < |\vec{v}_1|$

Значение найдем по т. косинусов

Дано: $v_1 = 6 \text{ м/с}$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\sin \beta = \frac{4}{3}$$

$$\mu = 0$$

Неупругий удар

$$v_2 = ?$$

$u = ?$ возм. знак

$$v_1'^2 > v_2'^2$$

$$v_1^2 + u^2 - 2 \cos(180 - \alpha) \cdot v_1 \cdot u > v_2^2 + u^2 - 2 \cos \beta \cdot v_2 \cdot u$$

$$v_1^2 + 2 \cos \alpha v_1 \cdot u > v_2^2 - 2 \cos \beta v_2 \cdot u$$

$$(2 \cos \alpha v_1 + 2 \cos \beta v_2) u > v_2^2 - v_1^2$$

$$u > \frac{v_2^2 - v_1^2}{(2 \cos \alpha v_1 + 2 \cos \beta v_2)}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

Также $u < v_2 \cos \beta$, т.к. иначе шарик был бы направлен относительно v_2

$$u > \frac{(144 \text{ м}^2/\text{с}^2 - 36 \text{ м}^2/\text{с}^2) \cdot 3}{(2 \cdot \sqrt{5} \cdot 6 \text{ м/с} + 2\sqrt{8} \cdot 12 \text{ м/с})} = \frac{108 \cdot 3}{12\sqrt{5} + 4\sqrt{2} \cdot 12} \text{ м/с} =$$

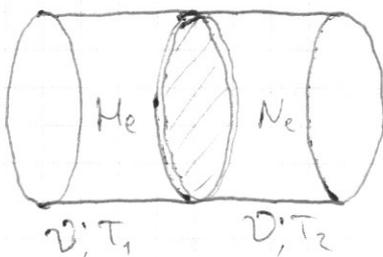
$$= \frac{9 \cdot 3}{\sqrt{5} + 4\sqrt{2}} = \frac{27}{\sqrt{5} + 4\sqrt{2}} \text{ м/с} \approx 3,5 \text{ м/с}$$

$$u < 12 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} = 4\sqrt{8} = 8\sqrt{2} \approx 11,5 \text{ м/с}$$

Ответ: $v_2 = 12 \text{ м/с}$

$$u \in \left(\frac{27}{\sqrt{5} + 4\sqrt{2}}, 8\sqrt{2} \right) \text{ м/с}; 8\sqrt{2} \text{ м/с}$$

~ 2



He - гелий
Ne - неон

Дано: Температура нет
Поршень без трения

$$v = 6/25 \text{ моль}$$

$$T_1 = 330 \text{ К}; T_2 = 440 \text{ К}$$

Газы идеальные; $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

P - давление в начале

- 1). $\frac{v_{\text{He}}}{v_{\text{Ne}}} - ?$
- 2). $T_3 - ?$
 T_3 - темп. установ.
- 3). $Q - ?$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$p_1 \nu_{\text{He}} = \nu R T_1$$

$$p_1 \nu_{\text{Ne}} = \nu R T_2$$

$$\frac{\nu_{\text{He}}}{\nu_{\text{Ne}}} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330 \text{ K}}{440 \text{ K}} = 0,75$$

В конце

p_2 - давление в конце; ν'_{He} - объем гелия в конце

ν'_{Ne} - объем неона в конце

$$p_2 \nu'_{\text{He}} = \nu R T_3$$

$$p_2 \nu'_{\text{Ne}} = \nu R T_3$$

$$p_2 (\nu'_{\text{He}} + \nu'_{\text{Ne}}) = \nu \cdot 2 R T_3$$

$$p_1 (\nu_{\text{He}} + \nu_{\text{Ne}}) = \nu R (T_1 + T_2)$$

~~$$\frac{\nu'_{\text{He}}}{\nu'_{\text{Ne}}} = \frac{\nu R T_3}{\nu R T_3} = 1$$~~

$$\frac{\nu'_{\text{He}}}{\nu'_{\text{Ne}}} = \frac{\nu R T_3}{\nu R T_3} = 1$$

В конце гелий и неон занимают равные объёмы

Найдём суммарную внутреннюю энергию. Она не меняется

$$U = \frac{3}{2} p_1 \nu_{\text{He}} + \frac{3}{2} p_1 \nu_{\text{Ne}} = \frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2 = \frac{3}{2} p_2 \nu'_{\text{He}} + \frac{3}{2} p_2 \nu'_{\text{Ne}} = \frac{3}{2} \nu R T_3 \cdot 2$$

$$U = \frac{3}{2} \nu R (T_1 + T_2) = \frac{3}{2} \cdot \frac{6 \text{ моль}}{25} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 770 \text{ К} =$$

$$= \frac{18 \cdot 8,31 \cdot 770}{50} \text{ Дж} \approx \frac{150 \cdot 770}{50} \text{ Дж} = 770 \cdot 3 \text{ Дж} = 2310 \text{ Дж}$$

$$\frac{3}{2} \nu R (T_1 + T_2) = \frac{3}{2} \cdot 2 \nu R T_3$$

$$T_1 + T_2 = 2 T_3$$

$$T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2} = 385 \text{ К}$$

Газы оба одноатомные, в одинаковом количестве
Давление в процессе не меняется

$$Q = A + \Delta U$$

Q - полная работа газа
A - работа расширения газа

Температура совершила работу над неоновом

~~Q~~ A_{не} - работа газа

$$Q = A_{\text{не}} + \Delta U_{\text{не}} \quad \text{для газа}$$

$$-Q = -A_{\text{не}} + \Delta U_{\text{не}}$$

$$2Q = 2A_{\text{не}} + \Delta U_{\text{не}} - \Delta U_{\text{не}} = 2p \Delta V + \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) -$$

$$- \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) = 2 \nu R (T_3 - T_1) + \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) +$$

$$+ \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_3) = 2 \nu R (T_3 - T_1) + 3 \cdot 5 \nu R (T_3 - T_1) =$$

$$= 5 \cdot \frac{6}{25} \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 55 \text{ К} =$$

$$= 6 \cdot 8,31 \cdot 11 \text{ Дж} = 548,46 \text{ Дж} \approx 550 \text{ Дж}$$

$$Q = 275 \text{ Дж}$$

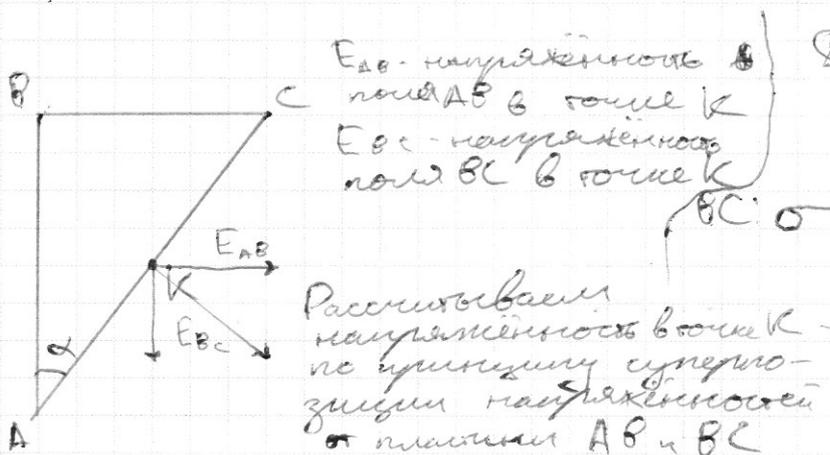
Ответ: 1). 0,75

2). 385 К

3). 275 Дж

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 3



Дано: 1) $\alpha = \pi/4$

K - сеп. AC

$AB: \sigma$

$BC: \sigma$

$$\frac{E_{K2}}{E_{K1}} = ?$$

$$E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$$

$$E_{AB} = 0$$

$$E_{AB2} = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$$

$$E_{K2} = \sqrt{(E_{AB2})^2 + (E_{BC})^2} = \sqrt{2} \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$$

$$E_{K1} = E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$$

$$\frac{E_{K2}}{E_{K1}} = \sqrt{2}$$

2) $BC: \sigma_1 = 4\sigma$

$AB: \sigma_2 = \sigma$

$\alpha = \pi/8$

K - сеп. AC

$$E_K = ?$$

2). Напряжённость поля бесконечно заряженной пластины не зависит от расстояния до пластины. Поэтому от угла α ничего не будет зависеть.

$$E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$$

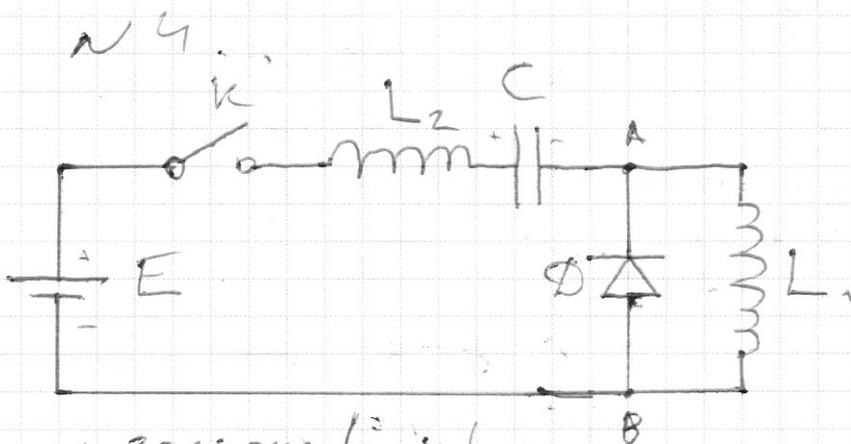
$$E_{BC} = \frac{4\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}$$

$$E_k = \sqrt{\left(\frac{40}{2\epsilon\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{40}{2\epsilon\epsilon_0}\right)^2} = \frac{40}{2\epsilon\epsilon_0} \sqrt{1+16} = \frac{40}{2\epsilon\epsilon_0} \sqrt{17} \approx$$

$$\approx \frac{40}{2\epsilon\epsilon_0} = \frac{20}{\epsilon\epsilon_0}$$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$

2) $\frac{20}{\epsilon\epsilon_0}$



Дано: E

$$L_1 = 3L$$

$$L_2 = 2L$$

C

1) T период

2) I_{с1} - ?

2) I_{с2} - ?

1 фаза: зарядка L₁ и L₂

2 фаза: зарядка конденсатора

3 фаза: разрядка конденсатора
на L₁ и L₂

Через диод ток не пойдёт, поскольку при зарядке конденсатора разность потенциалов как в точках A и B будет равна 0,

и при неизменной потенциальной разности A будет больше, чем в B (отрицательная в A отрицательная, меньше по модулю)

Через L₁ и L₂ проходит один магнитный поток

Цилиндр повторяется

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$L\ddot{q} + \frac{q}{C} = E$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{LC} = \frac{E}{L}$$

$$\omega^2 = \omega \frac{1}{LC}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$T = \frac{1 \cdot 2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$$

Суммарная индуктивность равна
сумме L_1 и L_2

$$T = 2\pi\sqrt{5LC}$$

Каждый из индукторов в данной схеме расположен
последовательно (через диод ток не
проходит)

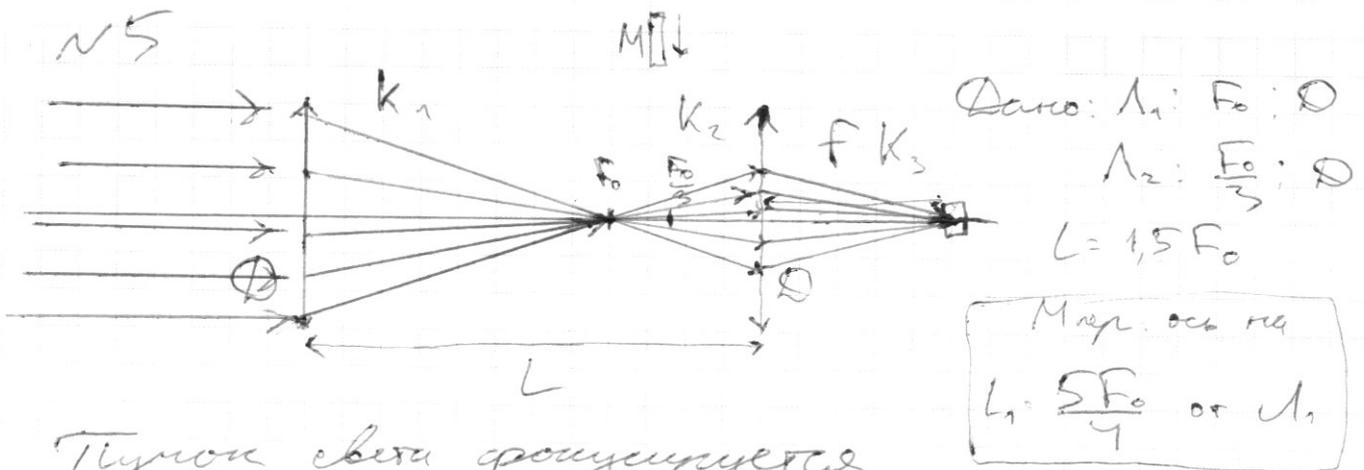
При их зарядке возникает \mathcal{E}_i , который
заряжает конденсатор.

Конденсатор заряжается до E , и
сила тока становится равна нулю

$$I = 0$$

Магнитный поток $\Phi = LI$ меняется

Возникает $\mathcal{E}_i = \mathcal{L} \frac{d\Phi}{dt} = LI$ в обратную
сторону и разряжает конденсатор.



Пучок света фокусируется первой линзой, поэтому

~~он~~ в точке фокуса λ_1 находится с минимальным источником света для λ_2

$$I_1 = \frac{8I_0}{9}; J_0$$

- 1) F - ? расчет не нужен
- 2) 2F - ?
- 3) +1 - ?

$\lambda_2:$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{F}$$

$$d = 1,5F_0 - F_0 = 0,5F_0$$

$$F = \frac{F_0}{3}$$

~~$$\frac{1}{F_0} - \frac{2}{F_0} + \frac{3}{F_0} = \frac{2}{F_0} + \frac{1}{F}$$~~

$$\frac{1}{F} = \frac{3-2}{F_0} = \frac{1}{F_0}$$

$$f = F_0$$

Пучок света образует три прямых круговых конуса K_1, K_2 и K_3 .
 Через конус K_2 проходит минимальный

М проходит через самый маленький конус K_2 на расстоянии $\frac{F_0}{4}$ от точки F_0

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В нач. мом. времени

$$L_2: I_0 = 0; \Phi = 0; U = \frac{E}{2}$$

Учитывая то, что конденсатор

Максимальный ток
на катушке будет в момент
времени когда напряжение
будет максимально убывает
на конденсаторе будет максимум
по возрастанию

$$q = UC$$
$$I = \dot{q} = \dot{U}C$$

$$U = U_0 \cos(\omega t)$$

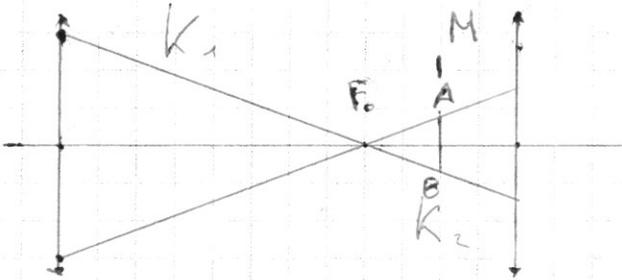
$$I = I_0 \omega \sin(\omega t)$$

$I = I_{\max}$ в момент, когда

$$U_c = \frac{E}{2}$$

$$I = \dot{U}C =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Известно D

Через сечение AB линзы K_2 проходит линия M

r_1 - рад K_1

r_2 - рад K_2

r_{AB} - рад. сечения AB

$K_1 \sim K_2 \sim F_0 AB$

$$\frac{F_0}{r_1} = \frac{F_0/2}{r_2} = \frac{F_0/4}{r_{AB}}$$

$$\frac{S_{K_1}}{S_{F_0 AB}} = \frac{r_1^2}{r_{AB}^2} = \left(\frac{F_0}{F_0/4}\right)^2 = 16$$

Мощность света, падающего на D ,
света пропорциональна площади
луча.

Когда M прерывает весь пучок света,
Мощность света, а значит сила тока
уменьшается во столько раз,
во сколько уменьшается площадь
сечения луча

$$\frac{S_{AB} - S_M}{S_{AB}} = \frac{8}{9}$$

$$9S_{AB} - 9S_M = 8S_{AB}$$

$$S_M = \frac{S_{AB}}{9} \Rightarrow r_M = \frac{r_{AB}}{3}$$



T_0 - время, пока мишень
входила в круг AB, то есть время, пока
мишень проходила свой диаметр
равной $2r_M = \frac{2}{3}r_{AB}$

Из возр

$$\frac{F_0}{v_1} = \frac{F_0}{4v_{AB}}$$

$$v_{AB} = \frac{v_1}{4} = \frac{D}{8}$$

$$D_{AB} = \frac{D}{4}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{D}{8} = v T_0$$

$$v = \frac{D}{12T_0}$$

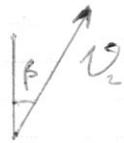
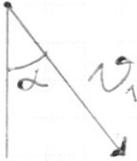
t_1 - время, пока мишень каснется точки A

$$t_1 = \frac{D_{AB}}{v} = \frac{2v_{AB}}{v} = \frac{2 \cdot \frac{D}{8}}{\frac{D}{12T_0}} = 3T_0$$

Ответ: 1) F_0
2) $\frac{D}{12T_0}$
3) $3T_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

M1



$$U = \frac{3}{2} pV = \frac{3}{2} \rho R T$$

$$\Delta U_{me} = \frac{3}{2} (T_3 - T_1) \rho R$$

$$\Delta U_{me} = \frac{3}{2} \rho R (T_3 - T_2)$$

Дано: $v_1 = 6 \text{ м/с}$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$

Удар неупругий, $\mu = 0$

$$\sin \beta = \frac{1}{3}$$

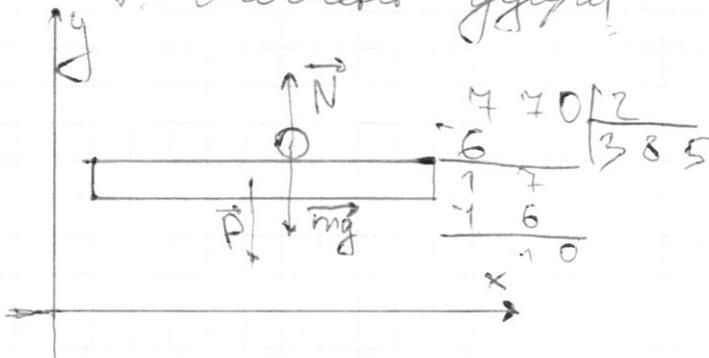
$$v_2 = ?$$

U - ? возм. знач.

$$\begin{array}{r} 770 \\ \times 3 \\ \hline 2310 \end{array}$$

Удар неупругий - энергия не сохраняется.

В момент удара:



\vec{N} - сила реакц. опоры, дейст. на шарик

mg - сила тяж, дейст. на шарик

\vec{P} - все шарик, дейст. на шину

$$O_y: N - mg = ma_y; \quad O_x: a_x = 0$$

Силы по горизонтали не действуют

$$F_x = v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{6 \text{ м/с} \cdot 2 \cdot 3}{3 \cdot 1} = 12 \text{ м/с}$$

В с.о. шара

Потеря энергии

$$|v_1 - u| > |v_2 - u|$$



$$\begin{array}{r} 6^2 \\ 18 \\ \times 8,31 \\ \hline 149,58 \approx 150 \\ 149,5 \end{array}$$

то же

$$v_1^2 + u^2 - 2 \cdot \cos(180 - \alpha) \cdot v_1 \cdot u > v_2^2 + u^2 - 2 \cos \beta \cdot v_2 \cdot u$$

$$v_1^2 + 2 \cos \alpha \cdot v_1 \cdot u > v_2^2 - 2 \cos \beta \cdot v_2 \cdot u$$

$$(2 \cos \alpha \cdot v_1 + 2 \cos \beta \cdot v_2) u > v_2^2 - v_1^2$$

$$u > \frac{v_2^2 - v_1^2}{(2 \cos \alpha \cdot v_1 + 2 \cos \beta \cdot v_2)}$$

$$Q = A + \Delta U$$

$$u < \frac{1}{2} \cos \beta$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$u > \frac{(144 \text{ м}^2/\text{с}^2 - 36 \text{ м}^2/\text{с}^2) \cdot 3}{2 \cdot \sqrt{8} \cdot 6 \text{ м}/\text{с} + 2 \cdot \sqrt{8} \cdot 12 \text{ м}/\text{с}}$$

$$= \frac{108 \text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot 3}{(12\sqrt{8} + 24\sqrt{8}) \text{ м}/\text{с}} = \frac{9 \cdot 3}{\sqrt{8} + 2\sqrt{8}} \text{ м}/\text{с} = \frac{27}{\sqrt{8} + 2\sqrt{8}} \text{ м}/\text{с}$$

$$u < 12 \text{ м}/\text{с} \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} = 4\sqrt{8} \text{ м}/\text{с} = 8\sqrt{2} \text{ м}/\text{с} \approx 11,5 \text{ м}/\text{с}$$

$$u > \frac{27}{2,2 + 5,8} = \frac{27}{8} = 3,5 \text{ м}/\text{с}$$

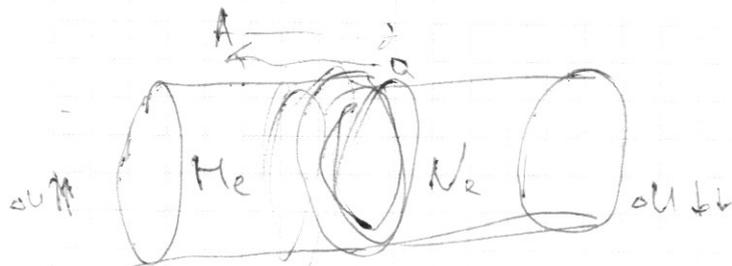
$$\begin{array}{r} \times 831 \\ 166 \\ + 198 \\ \hline 528 \end{array}$$

$$v = \frac{6}{25} 54846 = 54846$$

$$T_1 = 330 \text{ K}$$

$$T_2 = 440 \text{ K} \quad \frac{55012}{4} = 13753$$

$$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{K})$$



$$p_1 = p_2 = p$$

$$v_1 T_1 = v_2 T_2$$

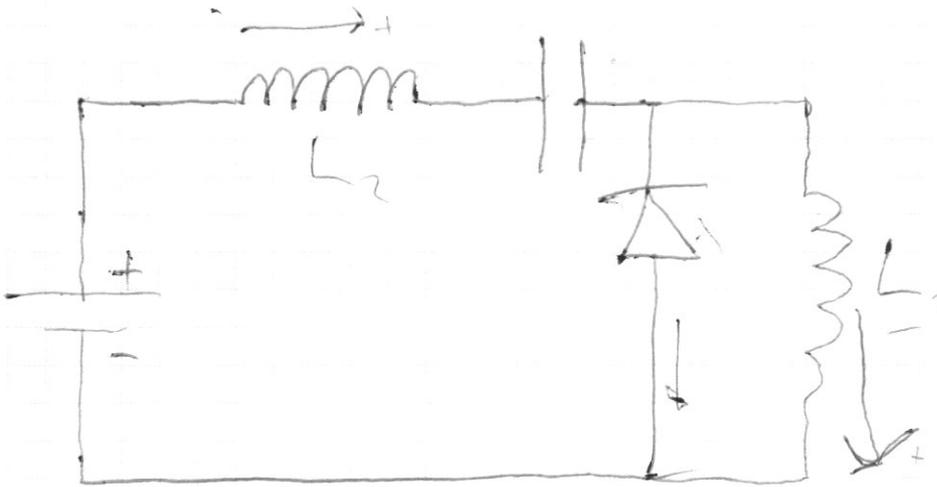
p_1 - давл. в начале

$$p_1 v_{He} = \nu R T_1$$

$$p_1 v_{Ne} = \nu R T_2$$

$$\frac{v_{He}}{v_{Ne}} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4} = 0,75$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

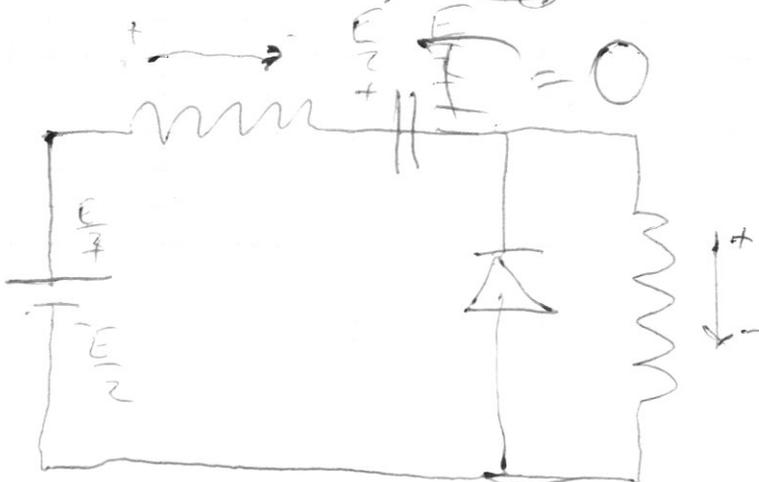


$$\Phi = LI$$

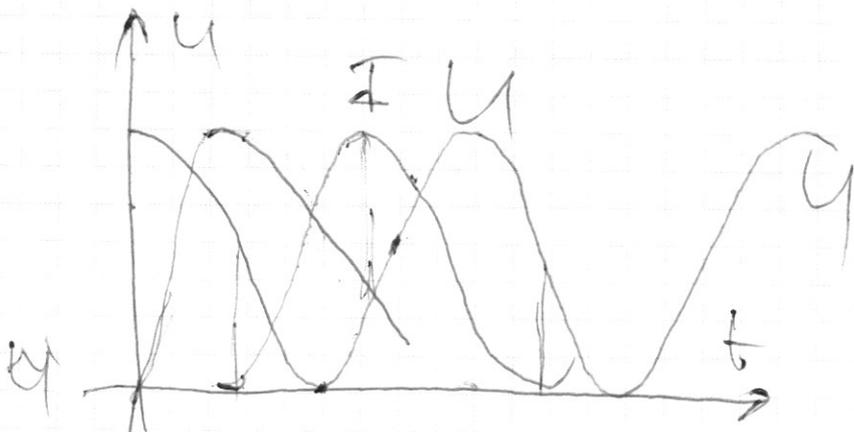
$$\mathcal{E}_L = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = LI\dot{}$$

ЭДС самоиндукции
Она заряжает конденсатор,
К той же моменту, как
катушки заряжены,
конденсатор тоже заряжен
до \mathcal{E}_L

Тогда он разряжается $I = 0$



И он разр.
но не просто
так, а потому
что катушку
назад зарядит



$$\varepsilon = L \ddot{q}$$

$$I = \dot{q}$$

сдвиг по фазе четверть периода

$$I = \dot{q}$$

$$U = \varepsilon = \frac{U}{q}$$

$$C = \frac{q}{U}$$

$$U = qC$$

$$E = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

$$q = \frac{U}{C}$$

$$q = UC$$

$$C^2 U^2 = q$$

$$\dot{q} = \frac{\dot{U}}{C}$$

$$q = \dot{U}C$$

$$I =$$