

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

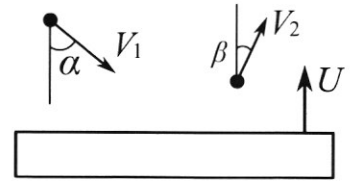
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

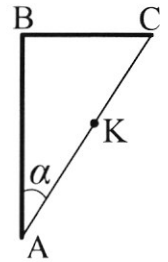


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

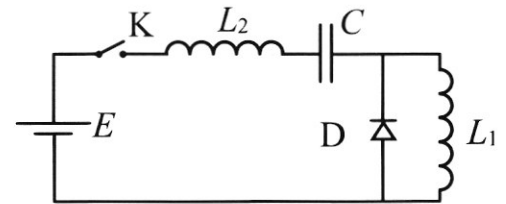
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



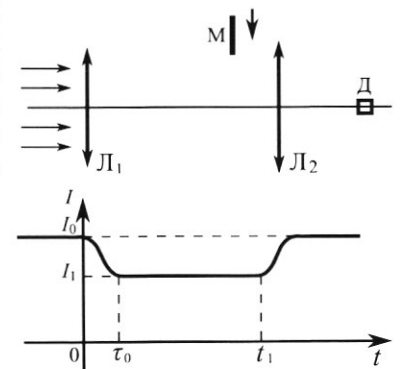
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

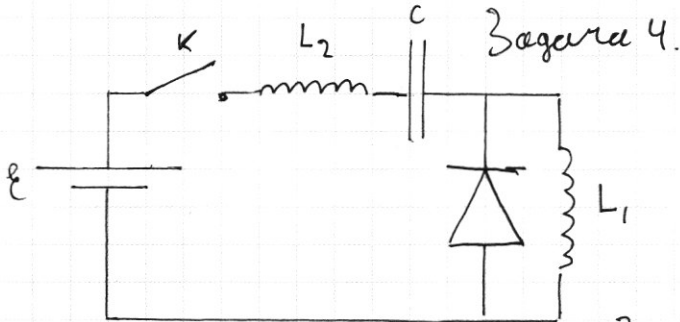
5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Когда К замыкают, ток начинает течь по часовой стрелке, пока С не зарядится полностью.

В этот момент диод закрывается, и ток идёт через L_1 .

$$L_1 = 3L \quad L_2 = 2L$$

После зарядки С ток начинает течь в обратную сторону, диод открывается, и ток через L_1 не идёт.

1) диод ~~открыт~~ закрыт:

$$\varepsilon - L_2 \dot{I} - L_1 \dot{I} = \frac{q}{C}$$

$$5L \dot{q} + \frac{q}{C} = \varepsilon$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{5CL} = \frac{\varepsilon}{5L} \quad \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{5CL}}$$

$$q = q' + c\varepsilon$$

$$\dot{q}' = \dot{q}$$

$$\ddot{q}' + \omega_1^2 q' = 0$$

$$q'(t) = A \sin(\omega_1 t) + B \cos(\omega_1 t)$$

$$q(0) = 0 \Rightarrow q'(0) = -c\varepsilon \Rightarrow B = -c\varepsilon$$

$$\dot{q}(0) = 0 \Rightarrow \dot{q}'(0) = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$q'(t) = -c\varepsilon \cos(\omega_1 t)$$

$$I(t) = \dot{q}(t) = c\varepsilon \omega_1 \sin(\omega_1 t)$$

$$q(t) = c\varepsilon - c\varepsilon \cos(\omega_1 t)$$

$$I_{01} = c\varepsilon \omega_1 = \frac{c\varepsilon}{\sqrt{5CL}} = \varepsilon \sqrt{\frac{c}{5L}}$$

$$C \text{ зарядится через } t_1 = \frac{\pi}{\omega_1} = \pi \cdot \sqrt{5CL}$$

$$q_1 = q(t_1) = 2c\varepsilon$$

2) умова струми:

$$\mathcal{E} - L_2 \dot{I} = \frac{q}{C}$$

$$\frac{q}{2LC} + \ddot{q} = \frac{\mathcal{E}}{2L}$$

$$q = q' + c\mathcal{E} \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$$

$$\dot{q} = \dot{q}'$$

$$\ddot{q}' + \omega_2^2 q' = 0$$

$$q' = A \sin(\omega_2 t) + B \cos(\omega_2 t)$$

$$q(0) = q_1 = 2c\mathcal{E} \Rightarrow q'(0) = c\mathcal{E} \Rightarrow B = c\mathcal{E}$$

$$\dot{q}(0) = 0 \Rightarrow \dot{q}'(0) = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$q' = c\mathcal{E} \cos(\omega_2 t)$$

$$q(t) = c\mathcal{E} + c\mathcal{E} \cos(\omega_2 t)$$

$$I(t) = \dot{q}(t) = \cancel{c\mathcal{E}\omega_2 \cos(\omega_2 t)} - c\mathcal{E}\omega_2 \sin(\omega_2 t)$$

$$c\mathcal{E}\omega_2 = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{2L}} > \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{5L}} \Rightarrow I_{02} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{2L}}$$

$$C \text{ подпрыгивает через } t_2 = \frac{\pi}{\omega_2} = \pi \cdot \sqrt{2CL}$$

$$q(t_2) = 0$$

$$T = t_1 + t_2 = \pi \sqrt{CL} (\sqrt{5} + \sqrt{2})$$

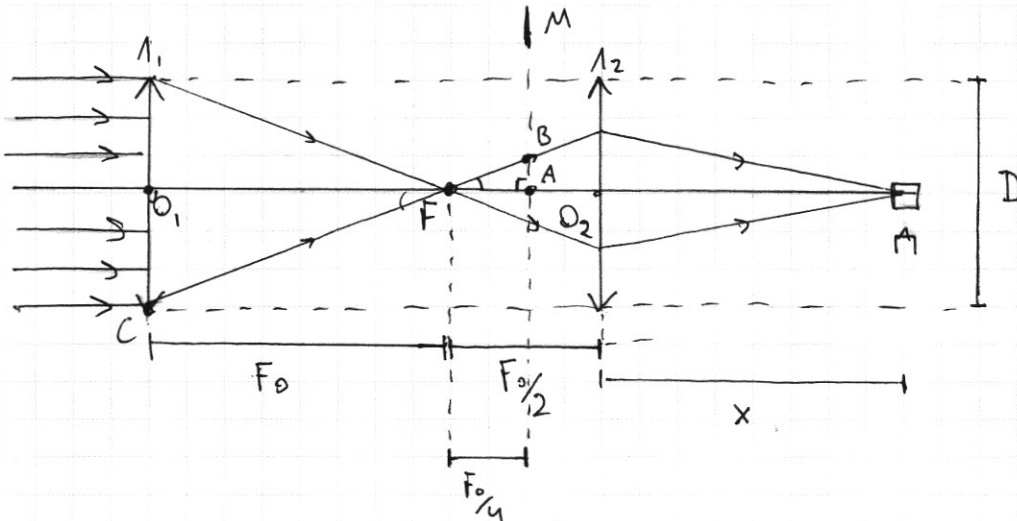
Ответ: 1) $\pi \sqrt{CL} (\sqrt{5} + \sqrt{2})$.

2) $\mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{5L}}$.

3) $\mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{2L}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.



Лучи будут фокусироваться в точке F на расстоянии $\frac{F_0}{2}$ от L_2 .

Ур-е тонкой линзы для L_2 :

$$\frac{2}{F_0} + \frac{1}{x} = \frac{3}{F_0} \Rightarrow x = F_0$$

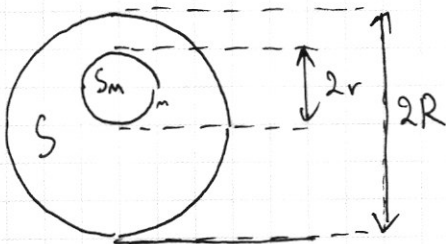
Треугольники ABF и O_1CF подобны ~~по двум углам~~, т.к. $\angle BAF = \angle CO_1F = \frac{\pi}{2}$
 $\angle CFO_1 = \angle AFB$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AF} = \frac{O_1C}{O_1F} \quad \text{Пусть } AB = R$$

$$AF = \frac{F_0}{4}; \quad O_1C = \frac{D}{2}; \quad O_1F = F_0$$

$$\frac{4R}{F_0} = \frac{D}{2F_0} \Rightarrow R = \frac{D}{8}; \quad \text{Пусть } r - \text{ радиус линзы.}$$

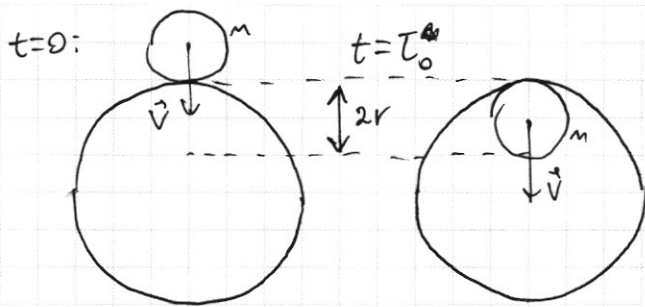
Рассмотрим плоскость ~~маленькой~~ линзы:



$$S = \pi R^2; \quad S_m = \pi r^2$$

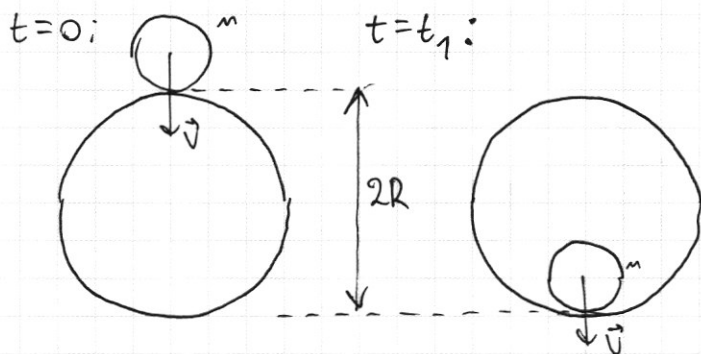
$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{S - S_m}{S} = 1 - \frac{r^2}{R^2} = \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{r^2}{R^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow R = 3r$$

$$r = \frac{R}{3} = \frac{D}{24}$$



$$2r = V\tau_0$$

$$V = \frac{2r}{\tau_0} = \frac{D}{12\tau_0}$$



$$2R = Vt_1$$

$$t_1 = \frac{2R}{V} = \frac{D}{4V} = 3\tau_0$$

- Ответ: 1) F_0
 2) ~~$\frac{D}{12\tau_0}$~~
 3) $3\tau_0$

Задача 2.

| | |
|----|----|
| He | Ne |
|----|----|

V_1, T_1 V_2, T_2

$$P_1 = P_2 = P$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330\text{K}}{440\text{K}} = \frac{3}{4}$$

$$V_1' = V_2', \text{ т.к. } T_1' = T_2' \text{ и } P_1' = P_2'$$

Теплопередача происходит медленно, поэтому $p = \text{const}$.

~~$$pV_1' = \nu RT$$~~

~~$$V_1' = V_2' = \frac{V_1 + V_2}{2} = \frac{V_1 + \frac{4}{3}V_1}{2} = \frac{7}{6}V_1$$~~

~~$$pV_2' = \nu RT$$~~

$$V_1 = \frac{\nu R T_1}{p} \Rightarrow V_1' = \frac{7}{6} \frac{\nu R T_1}{p}$$

$$p \cdot \frac{7}{6} \frac{\nu R T_1}{p} = \nu R T$$

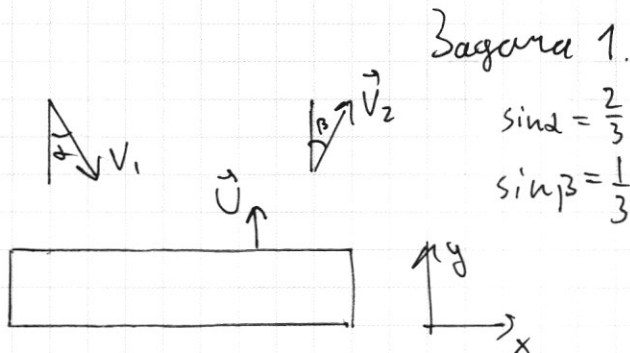
$$T = \frac{7}{6} T_1 = \frac{7}{6} \cdot 330\text{K} = 385\text{K}$$

$$\Delta Q = \Delta U + A = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1) + p(V_1' - V_1) = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1) + \nu R (T - T_1) = \frac{5}{2} \nu R (T - T_1) =$$

$$= \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (385\text{K} - 330\text{K}) = 274,23 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{3}{4}$; 2) 385K; 3) 274,23 Дж.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



По оси x на шарик не действует никаких сил, поэтому его скорость по оси x не меняется при ударе. $V_{1x} = V_{2x} = V_x$.

$$V_x = V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta$$

$$V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 2V_1 = 12 \text{ м/с}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}; \quad \cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$V_{1y} = -\frac{\sqrt{5}}{3}V_1; \quad V_{2y} = \frac{2\sqrt{2}}{3}V_2 = \frac{4\sqrt{2}}{3}V_1$$

В системе отсчёта плиты:

$$V'_{1y} = -\frac{\sqrt{5}}{3}V_1 - U \quad V'_{2y} = \frac{4\sqrt{2}}{3}V_1 - U$$

Удар неупругий \Rightarrow есть потери энергии:

$$E_{\text{нач.}} > E_{\text{кон.}}$$

$$\frac{mV_{1y}^2}{2} + \frac{mV_x^2}{2} > \frac{mV_{2y}^2}{2} + \frac{mV_x^2}{2}$$

$$|V'_{1y}| > |V'_{2y}|$$

$$\frac{\sqrt{5}}{3}V_1 + U > \frac{4\sqrt{2}}{3}V_1 - U$$

$$2U > \frac{V_1}{3}(4\sqrt{2} - \sqrt{5})$$

$$U > \frac{V_1}{6}(4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \quad U > (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \text{ м/с}$$

Ответ: 1) 12 м/с .

2) $(4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \text{ м/с}$.

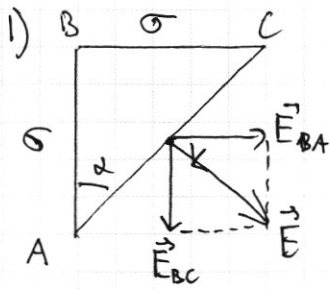
Задача 3

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\angle BAC = \angle CBA = \frac{\pi}{4}$$

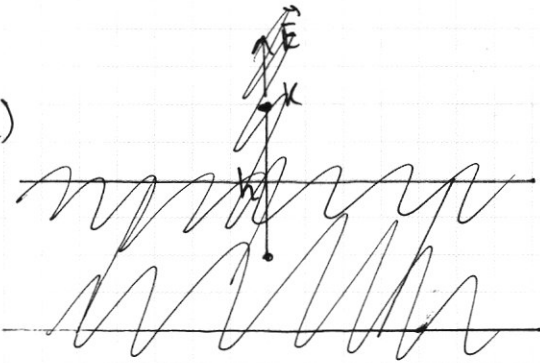
$$|\vec{E}_{BC}| = |\vec{E}_{BA}|$$

$$|\vec{E}| = \sqrt{|\vec{E}_{BC}|^2 + |\vec{E}_{BA}|^2} = \sqrt{2} |\vec{E}_{BA}|$$



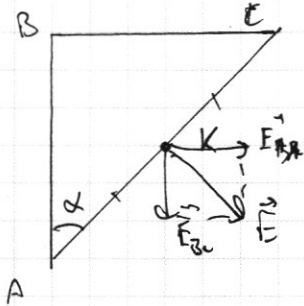
$$\frac{|\vec{E}|}{|\vec{E}_{BC}|} = \sqrt{2}$$

2)



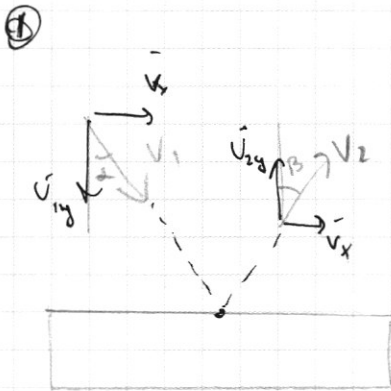
Ответ: 1) $\sqrt{2}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$ BC - σ

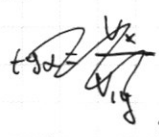
~~$E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$~~
 ~~$F_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$~~
 ~~$F = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}\epsilon_0} = \sqrt{2} |E_{BC}|$~~



$\sin \alpha = \frac{2}{3}$ $\sin \beta = \frac{1}{3}$ $V_1 = 6 \text{ м/с}$

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ $\cos \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\tan \beta = \frac{1}{2\sqrt{2}}$



$\sin \alpha = \frac{2}{3} = \frac{V_x}{V_1}$ $V_x = \frac{2}{3} V_1$

$\sin \beta = \frac{V_x}{V_2} = \frac{1}{3}$ $V_x = \frac{1}{3} V_2$ $\frac{1}{3} V_2 = \frac{2}{3} V_1$
 $V_2 = 2V_1 = 12 \text{ м/с}$

$V_{1y} = \frac{\sqrt{5}}{3} V_1 = 2\sqrt{5} \text{ м/с}$

$V_{2y} = \frac{2\sqrt{2}}{3} V_2 = 8\sqrt{2} \text{ м/с}$

~~$V_{2y}' = \frac{2\sqrt{2}}{3} V_2 + \frac{4\sqrt{2}}{3} V_1 = U$~~

~~$V_{1y}' = -\frac{\sqrt{5}}{3} V_1 + U$~~

При $\omega \ll c$ упругий удар:

$|V_{1y}'| = |V_{2y}'|$

$|V_{1y}'| > |V_{2y}'|$

$\frac{\sqrt{5}}{3} V_1 + U > \frac{4\sqrt{2}}{3} V_1 - U$

$2U > \frac{V_1}{3} (4\sqrt{2} - \sqrt{5})$ $U = \frac{V_1}{6} (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) = (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \text{ м/с}$

| T_1 | T_2 |
|-------|-------|
| He | Ne |
| V | V |

$$V = \frac{6}{25} \text{ мкм}$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}$$

$$T_1 = 330 \text{ К}$$

$$T_2 = 440 \text{ К}$$

$$P_1 = P_2$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$$

$$V_1 = \frac{\nu R T_1}{P_1}$$

$$V_2 = \frac{\nu R T_2}{P_2} = \frac{4}{3} V_1$$

$$V_1 + \frac{4}{3} V_1 = 2V_1'$$

$$\frac{7}{3} V_1 = 2V_1'$$

$$V_1' = \frac{7}{6} V_1$$

$$V_2' = \frac{7}{6} V_1 = \frac{7}{8} V_2$$

$$P_1' = \frac{7}{6} P_1 = \nu R T_1'$$

$$T_1' = T_2' \quad P_1' = P_2' \Rightarrow V_1' = V_2'$$

$$P_1' V_1' = \nu R T_1'$$

$$P_2' V_2' = \nu R T_2'$$

$$P_1' = \frac{\nu R T_1'}{V_1'}$$

$$P_1' = \text{const.} = \frac{\nu R T_1}{V_1}$$

$$\frac{\nu R T_1}{V_1} \cdot \frac{2}{6} V_1 = \nu R T_1'$$

$$T_1' = \frac{7}{6} T_1 = 385 \text{ К}$$

$$\Delta Q = \Delta U + A = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + P(V_2' - V_1) = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \nu R (T_2 - T_1) =$$

$$= \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8,31 \cdot 110 = 55 \text{ Дж}$$

$$= 33 \cdot 8,31 = 274,23 \text{ Дж}$$

$$L_1 = 3 \text{ Гн} \quad L_2 = 2 \text{ Гн}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

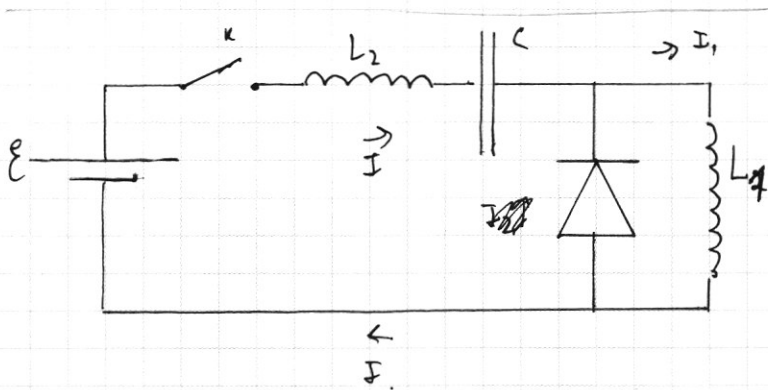
$$q(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$

$$q(t) = -C \varepsilon \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right)$$

$$\ddot{q} + q \frac{1}{LC} = 0 \quad q(t) = C \varepsilon - C \varepsilon \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right)$$

$$q'(0) = 0 \quad q'(0) = \dot{q}(0) = 0$$

$$B = -C \varepsilon \quad A = 0$$

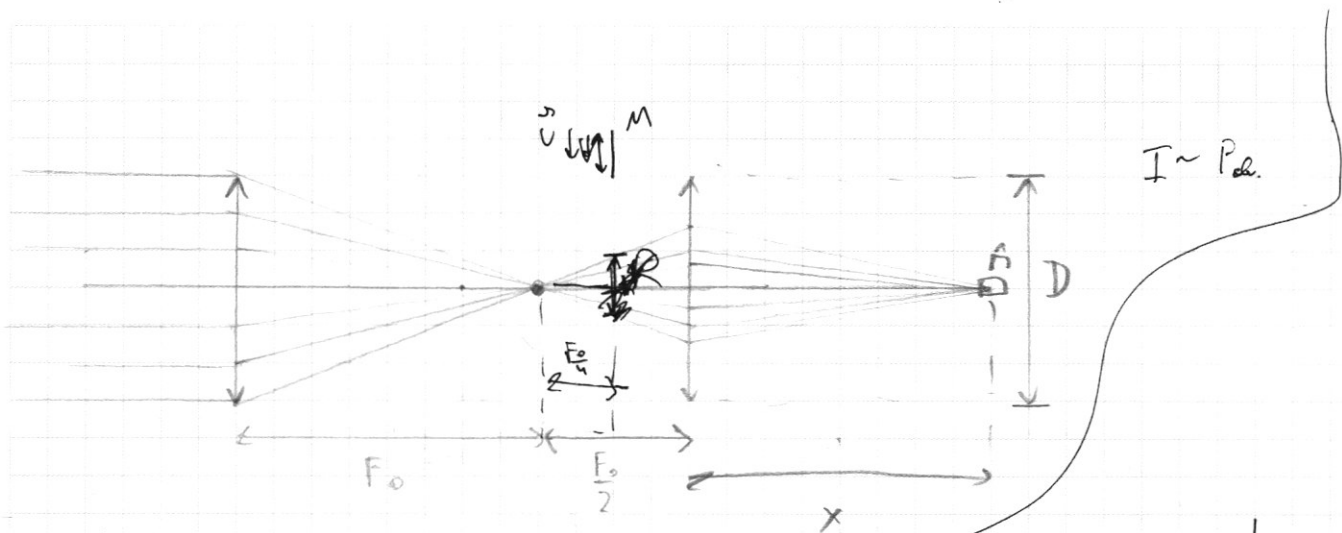


$$\varepsilon - L_2 \dot{I} - L_1 \dot{I}_1 = \frac{q}{C} \quad | : \dot{I} \quad L_1 = 3 \text{ Гн}$$

$$\ddot{q} + q \frac{1}{5LC} = \frac{\varepsilon}{5L}$$

$$q = q' + C \varepsilon$$

$$\ddot{q} = \ddot{q}'$$



$I \sim P_{\text{a}}$

$$\frac{1}{F_0} + \frac{1}{x} = \frac{3}{F_0}$$

$$x = F_0$$

$$\frac{F_0}{4R} = \frac{2F_0}{D}$$

$$R = \frac{D}{8}$$

$$S_m = \pi R^2$$

$$S = \pi R^2$$

$$I_1 = \frac{8}{9} I_0$$

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{S - S_m}{S}$$

$$\frac{8}{9} = 1 - \frac{R^2}{R^2}$$

$$\frac{R^2}{R^2} = \frac{1}{9}$$

$$R = 3v$$

$$v = \frac{R}{3} = \frac{D}{24}$$

$$v t_0 = \frac{D}{12}$$

$$v = \frac{D}{12 t_0}$$

$$v(t_1 - t_0) = 2R = \frac{D}{4}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$q(t) = CE \cos(\omega t)$$

$$I(t) = CE \omega \sin(\omega t)$$

$$I_{01} = CE \omega = CE \frac{1}{\sqrt{LC}} = E \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$t_1 = \frac{\pi}{\omega} \Rightarrow q = 2CE$$

$$= \pi \sqrt{LC}$$

$$E - L_2 \ddot{q} = \frac{q}{C}$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{2LC} = \frac{E}{2L}$$

$$q = CE + q'$$

$$\ddot{q}' + \frac{q'}{2LC} = 0$$

$$q'(t) = A \cos \omega_2 t + B \sin \omega_2 t$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$$

$$T = t_1 + t_2 = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{2} + \sqrt{5})$$

$$q(0) = 2CE \quad q'(0) = CE$$

$$A = CE \quad q'(0) = 0 \rightarrow B = 0$$

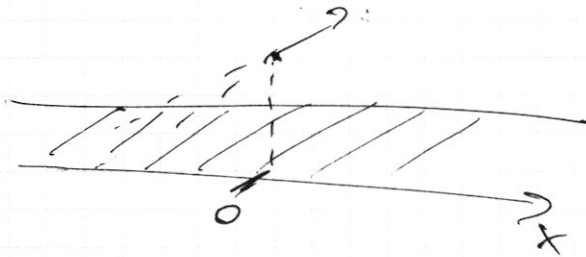
$$q'(t) = CE \cos(\omega_2 t)$$

$$q(t) = CE (1 + \cos(\omega_2 t))$$

$$t_2 = \frac{\pi}{\omega_2} = \pi \sqrt{2LC}$$

$$q'(t) = -CE \sin(\omega_2 t) \Rightarrow I_{02} = CE \omega_2 = E \sqrt{\frac{C}{2L}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$2 \int_0^{+\infty} \Delta E dx$$

$$\Delta E = 2 \int_0^{+\infty} \frac{k \rho dx \cos \alpha}{v^2} = 2 \int_0^{+\infty} \frac{k \rho dx}{(h^2 + c^2) \sqrt{c^2 + h^2}}$$

$$= 2k\rho h \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(h^2 + c^2)^{3/2}}$$

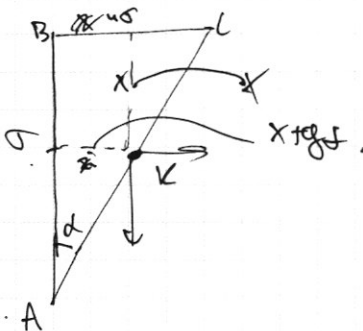
$$x = (h^2 + c^2)^{1/2}$$

$$x^2 = h^2 + c^2$$

$$c^2 = x^2 - h^2 \quad c = \sqrt{x^2 - h^2}$$

$$\frac{dc}{dx} = \frac{x}{\sqrt{x^2 - h^2}} \quad dx \Rightarrow dc = \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - h^2}}$$

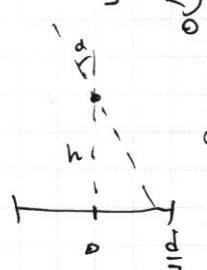
$$\int \frac{x dx}{x^2 \sqrt{x^2 - h^2}} = \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - h^2}} =$$



$$\alpha = \frac{\pi}{8}$$

$$2 \int_0^x \Delta F \cdot dL$$

$$v(L) = \sqrt{L^2 + x^2 \tan^2 \alpha}$$



$$\cos \alpha = \frac{h}{L}$$

$$\tan \alpha = \frac{L}{h}$$

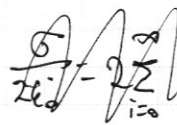
$$\tan^2 \alpha = \frac{L^2}{h^2} = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha \left(\frac{L^2}{h^2} + 1 \right) = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{h^2}{L^2 + h^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{h}{\sqrt{L^2 + h^2}}$$

$$k \cdot 2 \int_0^x \frac{dx}{\cos^3 \alpha} \frac{dL \cos^3 \alpha}{v^2}$$



$$E(L) \cdot v(L) = ?$$

