

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

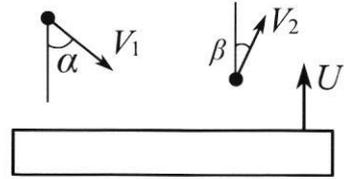
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

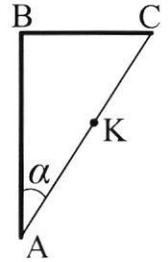
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

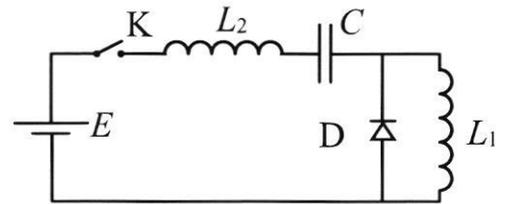
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .

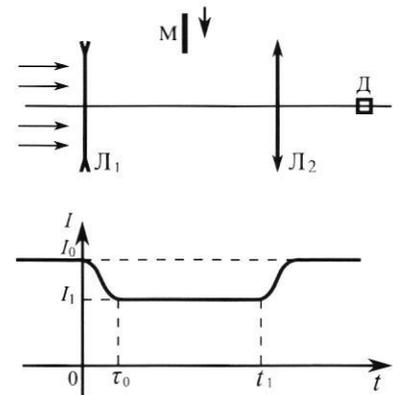


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

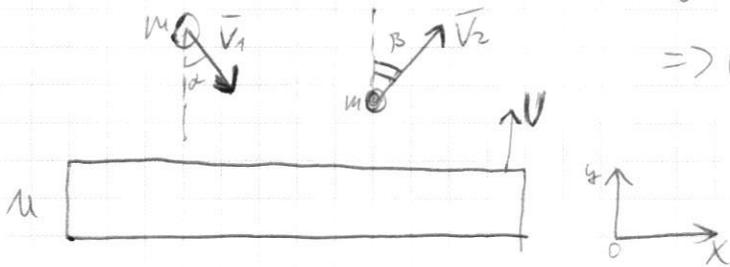
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

$$\sin \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad M \gg m$$

$$\sin \beta = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$V_1 = 18 \frac{\text{m}}{\text{c}}$$



Векторы m и m \Rightarrow =
 \Rightarrow направление ЗСУ

1) ЗСУ на Ox: $m V_1 \sin \alpha = m V_2 \sin \beta$

$$V_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} V_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} \cdot 18 = \frac{10 \cdot 18}{9} = \underline{\underline{20 \frac{\text{m}}{\text{c}}}}$$

2) ЗСУ на Oy: $M U - m V_1 \cos \alpha = m V_2 \cos \beta + M(U - \Delta U)$

① $M \Delta U = m(V_2 \cos \beta + V_1 \cos \alpha)$

поскольку удар неупругий то может выделяться тепло.

ЗСУ: $\frac{m V_1^2}{2} + \frac{M U^2}{2} = \frac{m V_2^2}{2} + \frac{M(U - \Delta U)^2}{2} + Q$

$$m(V_1^2 - V_2^2) = 2M U \Delta U + M \Delta U^2 + 2Q$$

$\Delta U^2 \rightarrow 0$, поскольку масса массивная

~~2M~~ $M \Delta U = 2Q + m(V_2^2 - V_1^2)$

$$U = \frac{Q}{M \Delta U} + \frac{m(V_2^2 - V_1^2)}{2 M \Delta U}, \text{ т.к. } M \Delta U = m(V_2 \cos \beta + V_1 \cos \alpha)$$

$$U = \frac{Q}{M \Delta U} + \frac{(V_2 + V_1)(V_2 - V_1)}{2(V_2 \cos \beta + V_1 \cos \alpha)}, \text{ поскольку там не корень}$$

решу равно $\frac{Q}{M \Delta U}$ отбрасываю (0) + ∞

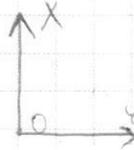
$$\frac{(V_2 + V_1)(V_2 - V_1)}{2(V_2 \cos \beta + V_1 \cos \alpha)} = \frac{38}{6\sqrt{5} + 16} = \frac{19}{3\sqrt{5} + 8} \Rightarrow U \in \left(\frac{19}{3\sqrt{5} + 8}; +\infty \right)$$

ответ: $V_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{c}}; U \in \left(\frac{19}{3\sqrt{5} + 8}; +\infty \right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

0 =

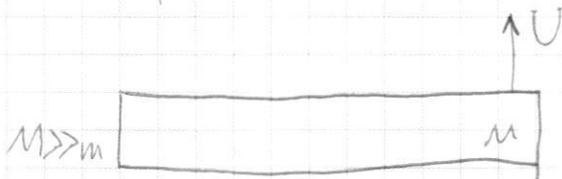
N1



$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\sin \beta = \frac{3}{5}$$

$$v_1 = 18 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



нов. линии шагков.

~~1) Вдоль оси Ox внешние силы не действуют, шарик + планка
не движутся \rightarrow справедливы законы сохранения.~~

~~$m v_1 \cos \alpha = m v_2 \cos \beta$~~

$\frac{1}{g}$
 $\frac{1}{g}$

$$Oy: m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} v_1$$

$$Ox: m v_1 \cos \alpha + M U - m v_1 \cos \alpha = m v_2 \cos \beta + M(U - \Delta U)$$

$$M \Delta U = m v_1 \cos \alpha + m v_2 \cos \beta = m v_1 (\cos \alpha + \sin \alpha \tan \beta)$$

~~CO массы Ox: $-m(v_1 \cos \alpha + U) = m v_2 \cos \beta - (U - \Delta U)$~~

$$\frac{m v_1^2}{2} + \frac{M U^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + \frac{M (U - \Delta U)^2}{2}$$

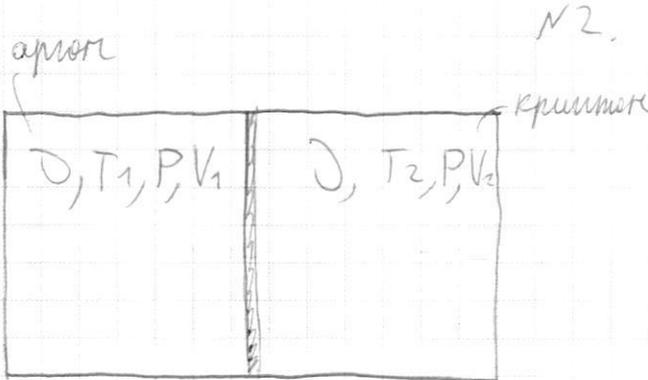
$$m v_1^2 + M U^2 = m v_2^2 + M U^2 - 2 M U \Delta U + M \Delta U^2$$

$$\frac{m}{M} (v_1^2 - v_2^2) = \Delta U^2 - 2 U \Delta U \Rightarrow U = \frac{m (v_1^2 - v_2^2)}{M \cdot 2 \Delta U}$$

$$M \Delta U = m (v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) \Rightarrow U = \frac{(v_1 + v_2)(v_1 - v_2)}{2 (v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta)} = \frac{38 \cdot 2}{2 (18 \cdot \frac{2}{3} + 20 \cdot \frac{3}{5})}$$

$$= \frac{38}{8.5 + 12} = \frac{19}{20.5}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\nu = \frac{3}{5} \text{ моль}$$

$$i = 3$$

$$T_1 = 320 \text{ K}$$

$$T_2 = 400 \text{ K}$$

1) прелекая мембрана \Rightarrow ~~Р~~ $P_{\text{аргона}} = P_{\text{критикона}}$.
запишем ур-ние Менделеева-Клапейрона:

$$\textcircled{1} P V_1 = \nu R T_1$$

$$\textcircled{2} P V_2 = \nu R T_2$$

делим $\textcircled{1}$ на $\textcircled{2}$: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

$$2) \textcircled{3} P_k V_{1k} = \nu R T_k$$

$$\textcircled{4} P_k V_{2k} = \nu R T_k$$

, т.к. поршень теплопроводящий \Rightarrow
одинаковая температура аргона.

$$\textcircled{3} = \textcircled{4} \Rightarrow V_{1k} = V_{2k}$$

из I закона термодинамики.

Менделеев. критикон отдает тепло, тогда это тепло пойдёт на аргон.

$$\textcircled{5} Q_{+-} = \frac{3}{2} \nu R (T_k - T_2) + A$$

работа которую совершает критикон положительна \Rightarrow

\Rightarrow работа аргона такая же по модулю по другую сторону

$$\textcircled{6} Q_+ = \frac{3}{2} \nu R (T_k - T_1) - A$$

$$|Q_+| = |Q_-|$$

$$A = \int P dV = \nu R \int \frac{dT}{\nu}$$

$$P = \nu R \frac{T}{V}$$

$$\textcircled{5} + \textcircled{6} = 0 = \frac{3}{2} \nu R (2T_k - T_2 - T_1) \Rightarrow T_k = \frac{T_2 + T_1}{2} = \underline{\underline{360 \text{ K}}}$$

Поскольку процесс квазистатический, т.к. температуры медленно

выравниваются, то. газетные шрифты систем компьютерной

$$P = \text{const}$$

$$\text{тогда } Q_- = \frac{3}{2} \nu R (T_k - T_2) + P (V_{2k} - V_2)$$

$$P V_{2k} = \nu R T_k \Rightarrow P (V_{2k} - V_2) = \nu R (T_k - T_2)$$

$$Q_- = \left(\frac{3}{2} + 1 \right) \nu R (T_k - T_2) = \frac{5}{2} \nu R (T_k - T_2) = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{8} \cdot 8,31 (360 - 400) =$$

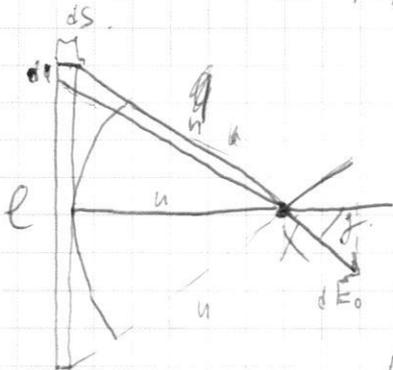
$$= -\frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 40 = -3 \cdot 20 \cdot 8,31 = -6 \cdot 83,1 = -498,6 \text{ Дж.}$$

получаем, что кристалл передает 498,6 Дж энергии.

$$\text{Ответ: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}; \quad T_k = 360 \text{ К}; \quad |Q_-| = 498,6 \text{ Дж.}$$

№ 3

Найдем поле конечного равношерстного заряженного сектора.



известный радиус т.е. поле сектора равно полю дуги радиусом h, концы которой рассматриваются как точки до сектора. Найдем это поле E0:

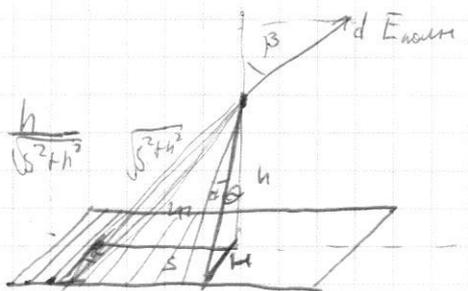
$$dE_0 = \frac{k dq}{h} \cos \varphi$$

$$dq = \sigma ds \cos \varphi \Rightarrow dE_0 = k\sigma ds \cos \varphi$$

$$E_0 = 2k\sigma ds \int_0^{\alpha} \cos \varphi d\varphi = 2k\sigma ds (-\sin \alpha) - (-\sin 0) = 2k\sigma ds \sin \alpha = 2k\sigma \sin \alpha \cdot dS$$

$$dE_{\text{точк}} = E_0 \cos \beta = 2k\sigma \cdot \frac{\sqrt{s^2+h^2}}{m} \cdot \frac{h}{\sqrt{s^2+h^2}}$$

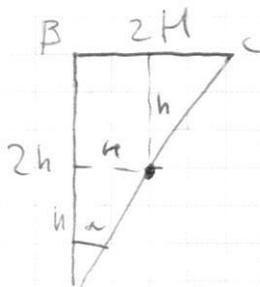
$$dE_{\text{точк}} = 2k\sigma \cdot \frac{h}{m} ds$$



$$dS = m \cdot d\theta \Rightarrow dE_{\text{точк}} = 2k\sigma h d\theta, \theta \in (0; \frac{\pi}{2})$$

$$E_{\text{точк}} = 2 \cdot 2k\sigma h \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta = 2k\sigma h \cdot \pi$$

$$1) \vec{E}_{BC} = \vec{E}_{AB} = 0$$



$$E_{BC} = 2k\sigma h \cdot \pi$$

$$E_{AB} = 2k\sigma M \pi$$

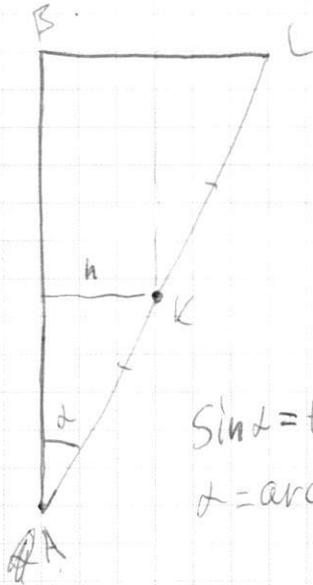
перпендикулярно
средней линии

$$\frac{E_{BC}}{E_{AB}} = \frac{\sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2}}{E_{BC}} = \frac{2k\sigma \pi \sqrt{M^2 + h^2}}{2k\sigma \pi \cdot M} = \frac{\sqrt{M^2 + h^2}}{M} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

Найдем поле ~~в~~ точке
по ширине плазмиды.

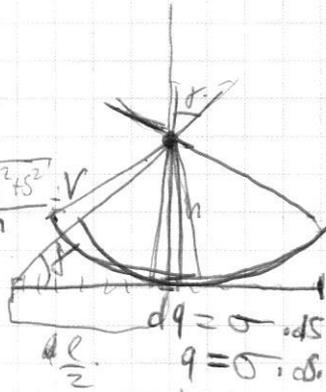
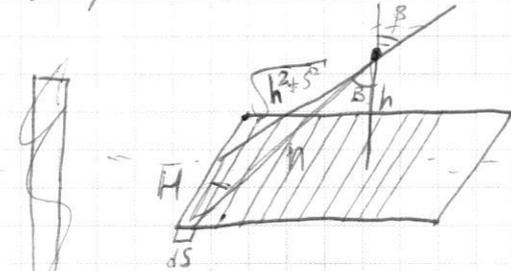


$$\sin \alpha = \frac{h}{t}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{h}{t}$$

$$\cos \beta = \sin \alpha = \frac{h}{\sqrt{h^2 + s^2}}$$

$$= \frac{h}{n}$$



$$E_0 = 2ph \int_0^{\pi} \frac{ds}{\sqrt{s^2 + h^2}} =$$

$$= 2ph \int_0^{\pi} d\theta =$$

$$= ph\pi =$$

$$dq = \frac{K dq}{\sqrt{h^2 + s^2}}$$

$$dq = h dy \cdot \sigma \cdot ds$$

$$dE = \frac{K dq}{h} \cdot \cos \gamma$$

$$dE = K \sigma ds \cos \gamma \cdot dy$$

$$E - \text{с правой стороны} - E = 2K\sigma ds \int_{\alpha}^{\pi} \cos \gamma dy = 2K\sigma ds ((-\sin \gamma) + \dots)$$

$$= 2K\sigma ds \cdot \sin \alpha = p ds$$

~~$$dE_0 = E$$~~

$$dE_0 = E \cdot \cos \beta =$$

$$= E \frac{h}{\sqrt{s^2 + h^2}} = ph \frac{ds}{\sqrt{s^2 + h^2}}$$

$$\tan \beta = \frac{s}{h}$$

$$\cos^2 \beta = \frac{s^2}{h^2} = \frac{1 - \cos^2 \beta}{\cos^2 \beta}$$

$$\cos^2 \beta \left(\frac{s^2}{h^2} + 1 \right) = 1$$

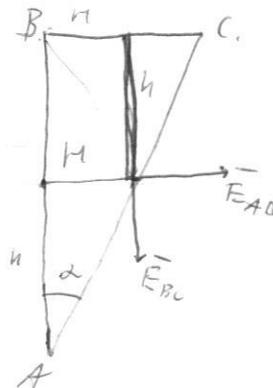
$$\cos^2 \beta = \frac{h^2}{s^2 + h^2} \Rightarrow \cos \beta = \frac{h}{\sqrt{s^2 + h^2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} 2) \quad \sigma_1 &= \sigma \\ \sigma_2 &= \frac{2\sigma}{\sqrt{2}} \\ \alpha &= \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

$$E_{BC} = 2k\sigma h \cdot \pi$$

$$E_{AB} = 2k \cdot \frac{2\sigma}{\sqrt{2}} \cdot h \cdot \pi$$



$$E_{\text{поле}} = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = 2k\sigma\pi \sqrt{h^2 + \frac{4}{49}h^2}$$

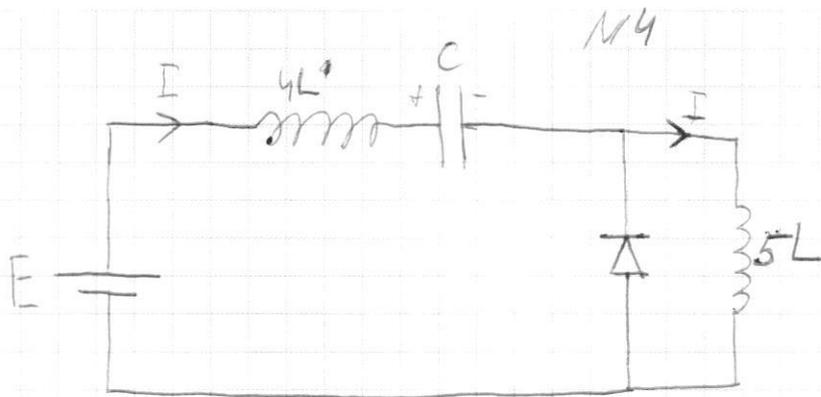
$$\text{tg } \alpha = \frac{h}{h} \Rightarrow h^2 = h^2 + 9^2 \alpha$$

$$E_{\text{поле}} = 2k\sigma\pi h \sqrt{1 + \frac{4}{49} + 9^2 \alpha^2}, \text{ где } h = \frac{AB}{2}$$

$$E_{\text{поле}} = \frac{2 \cdot \sigma \pi}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{AB}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{2+9\alpha^2}{7}\right)^2} = \frac{AB \cdot \sigma}{4\epsilon_0} \sqrt{1 + \left(\frac{2+9\left(\frac{\pi}{4}\right)^2}{7}\right)^2}$$

Ответ: $\sqrt{2}$; $E = \frac{AB \cdot \sigma}{4\epsilon_0} \sqrt{1 + \left(\frac{2+9\left(\frac{\pi}{4}\right)^2}{7}\right)^2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\mathcal{E} = 4L \dot{I}_1 + \frac{q_1}{C} + 5L \dot{I}_1, \text{ когда ток течет по направлению } \rightarrow$$

$$\mathcal{E} = \frac{q_2}{C} + 4L \dot{I}_2, \text{ когда диод открыт}$$

$$\mathcal{E} = 9L \dot{I}_1 + \frac{q_1}{C} = 9L \ddot{q}_1 + \frac{q_1}{C}$$

$$\ddot{q}_1 + \frac{q_1}{9LC} - \frac{\mathcal{E}}{9L} = 0, \omega_1 = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{1}{LC}}, \tau_1 = 2\pi \cdot 3\sqrt{LC}$$

$$\mathcal{E} = \frac{q_2}{C} + 4L \ddot{q}_2 \Rightarrow \ddot{q}_2 + \frac{q_2}{4LC} - \frac{\mathcal{E}}{4L} = 0, \omega_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{LC}}, \tau_2 = 2\pi \cdot 2\sqrt{LC}$$

$$1) T = \frac{\tau_1}{2} + \frac{\tau_2}{2} = 3\pi\sqrt{LC} + 2\pi\sqrt{LC} = 5\pi\sqrt{LC}$$

$$2) q_1 = Q_1 + \frac{\mathcal{E}}{9L} \cdot 9LC = Q_1 + \mathcal{E}C \Rightarrow Q_1 = q_1 - \mathcal{E}C$$

$$Q_1(t) = A \cos \omega_1 t + B \sin \omega_1 t \Rightarrow q_1 = A \cos \omega_1 t + B \sin \omega_1 t + \mathcal{E}C$$

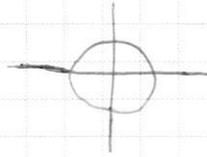
а в $t=0$

$$q_1 = 0, I_1 = 0 \Rightarrow 0 = A + \mathcal{E}C = A = -\mathcal{E}C$$

$$I_1 = -\omega_1 A \sin \omega_1 t + \omega_1 B \cos \omega_1 t, 0 = \omega_1 B \Rightarrow B = 0$$

Проговоримся:

$$q_1(t) = \varepsilon C (1 - \cos \omega_1 t)$$



$$\ddot{q}_2 + \frac{q_2}{4LC} - \frac{\varepsilon}{4L} = 0$$

$$q_2 = Q_2 + \varepsilon C$$

$$Q_2 = A \cos \omega_2 t + B \sin \omega_2 t \Rightarrow q_2(t) = A \cos \omega_2 t + B \sin \omega_2 t + \varepsilon C$$

$$t = \frac{\tau_1}{2}; \quad I_2 = 0$$

$$t = \frac{\pi}{\omega_1} \quad q_2 = q_1\left(\frac{\pi}{\omega_1}\right) = \varepsilon C (1 - \underbrace{\cos\left(\frac{\omega_1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega_1}\right)}_{-1}) = 2\varepsilon C$$

$$I_2 = -\omega_2 A \sin \omega_2 t + \omega_2 B \cos \omega_2 t$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{3}{2}$$

$$I_2\left(\frac{\pi}{\omega_1}\right) = 0 = -\omega_2 A \sin\left(\pi \frac{\omega_2}{\omega_1}\right) + \omega_2 B \cos\left(\pi \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)$$

$$\frac{3}{2}\pi = \frac{3}{2} \cdot 180 =$$

$$= 270$$

$$\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) = -1, \Rightarrow 0 = \omega_2 A \Rightarrow A = 0$$

$$\cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) = 0$$

$$q_1\left(\frac{\pi}{\omega_1}\right) = 2\varepsilon C = \varepsilon C + \underbrace{A \cos\left(\frac{3}{2}\pi\right)}_0 + B \underbrace{\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right)}_{-1}$$

$$-\varepsilon C = B \Rightarrow q_2(t) = \varepsilon C (1 - \sin \omega_2 t)$$

2) $I_{01} - ?$

$$I_{\pi} = \varepsilon C \omega_1 \sin \omega_1 t, \quad I_{01} \text{ max при } \sin \omega_1 t = 1 \Rightarrow I_{01} = \varepsilon C \omega_1 =$$

$$= \frac{\varepsilon C}{3} \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{\varepsilon}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

3) $I_{02} - ?$

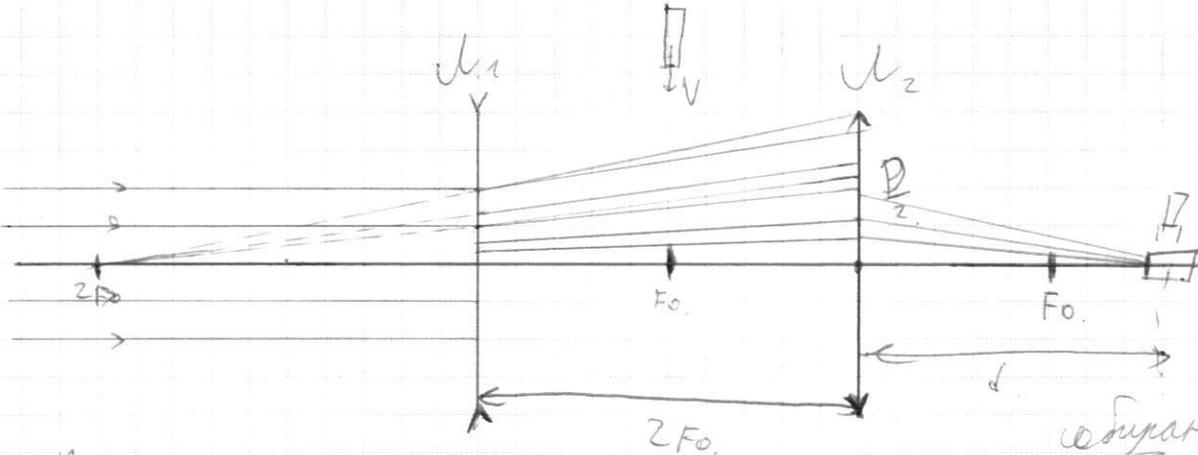
$$I_2 = -\varepsilon C \omega_2 \cos \omega_2 t, \quad I_{02} \text{ max при } \cos \omega_2 t = -1 \Rightarrow I_{02} = \varepsilon C \omega_2 =$$

$$= \frac{\varepsilon C}{2\sqrt{LC}} = \frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad I_{02} > I_{01} \Rightarrow I_{02} \text{ - max при } L_2$$

$$\text{Ответ: } T = 5\pi\sqrt{LC}; \quad I_{01} = \frac{\varepsilon}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}; \quad I_{02} = \frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5



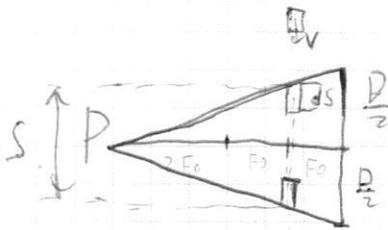
М.к. лучи параллельны ГОО \Rightarrow их продолжения ~~находятся~~ ка. фокусе *собирающей*

1) по формуле тонкой *собирающей* линзы: $\frac{1}{4F_0} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{4-1}{4F_0} = \frac{3}{4F_0}$

$d = \frac{4}{3} F_0$

~~лучи будут проходить через фокус второй линзы, и т.д.~~

$I \sim P$



луч упадет на минимальное значение когда ~~луч~~ миним. будет. максимумом попадет в область ~~луча~~ P

$S - dS = (\tau_1 - \tau_0)V$, dS - глина. миним.

Криволинейная зависимость пока от времени на протяжении

$t \in [0, \tau_0]$, ~~луч~~ площадь просекает световую линию dS и ~~луч~~

~~луч~~ входит в область P $\Rightarrow dS = (\tau_0 - 0)V = \tau_0 V$

~~луч~~ $S + 2dS = (\tau_1 + \tau_0)V$

~~$$S + 2 \cdot r_0 V = \sqrt{r_1 + r_0} V \Rightarrow S = \sqrt{r_1 + r_0} V$$~~

применение.

Симметрия максимального тока \leftarrow Максимальная
~~радиус~~ симметрия

$$I_0 \cdot S^2 = I_1 \cdot (S^2 - dS^2)$$

$$\frac{16}{4} S^2 = S^2 - dS^2$$

~~$$\frac{S}{D} = \frac{3}{4} \Rightarrow S = \frac{3}{4} D$$~~

$$\frac{9}{4} D^2 = \frac{9}{16} D^2 - dS^2$$

ответ: $d = \frac{4}{3} F_0$