Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

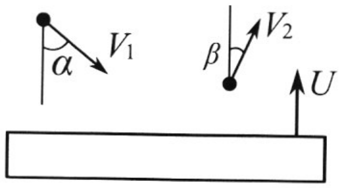
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \frac{3}{4} \right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \frac{1}{2} \right)$ с вертикалью.



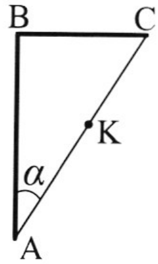
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

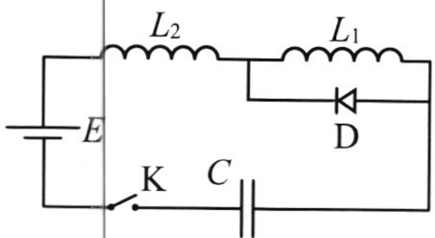
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

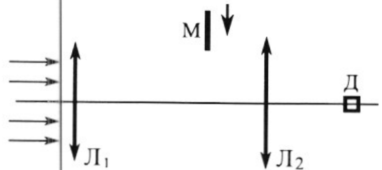
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

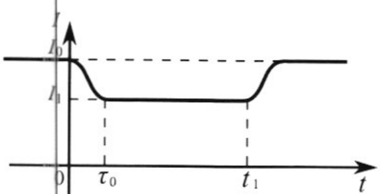
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

Дано

N_2, O_2

$\nu = \frac{3}{7}$ моль

$T_1 = 300 K$

$T_2 = 500 K$

$C_V = \frac{5}{2} R$

1) $\frac{V_1}{V_2}$

2) T

3) Q

Решение

1) ур-ие Менделеева - Клапейрона для N_2:

$p_1 V_1 = \nu R T_1$, где p_1 - начальное давление N_2

для O_2:

$p_2 V_2 = \nu R T_2$, где p_2 - начальное давление O_2

в начальный момент времени поршень медленно движется, что говорит о минимальной разнице давлений, принадлежащих газам

следовательно, $p_1 - p_2 \to 0$ или $p_1 = p_2$

разделим два записанный ур-ий друг на друга:

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300K}{500K} = 0,6$$

2) когда температуры выравниваются, а поршень перестает двигаться, давления с двух сторон уравниваются ($p_1' = p_2' = p$)

ур-ие Менделеева - Клапейрона для N_2:

$p \cdot V_1' = \nu R T$, где V_1' - конечный объем N_2

для O_2: $p \cdot V_2' = \nu R T$, где V_2' - конечный объем O_2

разделим ур-ия друг на друга:

$\frac{V_1'}{V_2'} = 1$ (в конце процесса поршень разделил сосуд на две равные части) при выравнивании температур количество теплоты, отданное более горячим газом должна быть равна ~~количеству~~ количеству теплоты, принятому более холодному газу:

$|Q_1| = |Q_2|$, где Q_2 - кол-во тепл., отданное O_2
Q_1 - кол-во тепл., принятое N_2

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= A_1 + \Delta U_1 \\ Q_2 &= A_2 + \Delta U_2 \end{aligned}\right\}$$

первое начало термодинамики для газов
$\left.\begin{matrix} A_1 \\ A_2 \end{matrix}\right\}$ работы газов $\left.\begin{matrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \end{matrix}\right\}$ изменение внутренних энергий газов

$Q_1 + Q_2 = 0$ (закон сохранения энергии, его можно использовать, т.к. сосуд изолирован)

$A_1 + \Delta U_1 + A_2 + \Delta U_2 = 0 \implies \Delta U_1 = -\Delta U_2$

работы равны по модулю, противоположны по знаку (один газ совершают работу над другим)

$$\frac{i}{2} \nu R (T - T_1) = -\frac{i}{2} \nu R (T - T_2)$$

где i - число степеней свободы газов, они равны, т.к. O_2 и N_2 - оба двухатомные газы

$$T - T_1 = T_2 - T$$

$$2T = T_1 + T_2$$

$$\boxed{T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400\ K}$$

3) запишем кол-во теплоты, переданное одному из газов в случае $V = const$:

$$Q = C_V \cdot \nu \cdot \Delta T \quad (1)$$

с другой стороны, согласно первому началу термодинамики:

$$Q = \underbrace{A}_{\text{т.к } V = const} + \Delta U = \frac{i}{2} R \nu \Delta T \quad (2)$$

$(1) = (2)$

$$C_V \cdot \nu \cdot \Delta T = \frac{i}{2} R \cdot \nu \cdot \Delta T$$

$$\frac{5R}{2} \cdot \nu \Delta T = \frac{i}{2} R \cdot \nu \Delta T$$

$$\boxed{i = 5}$$

Кол-во теплоты, полученное азотом от кислорода

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 2
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

3) будем считать данный процесс изобарным

запишем I начало термодинамики для N_2

$Q_1 = A_1 + \Delta U_1$, где A_1 - работа N_2

ΔU_1 - изм. вн. энергии N_2

Q_1 - теплота, доставшаяся N_2

$$Q_1 = p\Delta V + \frac{5}{2}\nu R(T - T_1)$$

$$p = \frac{\nu R T_1}{V_0}$$

V_0 - начальный объем, занимаемый N_2

тогда весь объем: $V_0 + \frac{5}{3}V_0$ (т.к. из 1) $\frac{V_1}{V_2} = 0,6$)

в конце объем каждой из частей:

$$\frac{V_0 + \frac{5}{3}V_0}{2} = \frac{\frac{8}{3}V_0}{2} = \frac{4}{3}V_0$$

$$\Delta V = \frac{4}{3}V_0 - V_0 = \frac{1}{3}V_0$$

тогда $Q_1 = \frac{\nu R T_1}{V_0} \cdot \frac{1}{3}V_0 + \frac{5}{2}\nu R(T - T_1)$

$$Q_1 = \frac{\nu R T_1}{3} + \frac{5}{2}\nu R T - \frac{5}{2}\nu R T_1$$

$$Q_1 = \frac{2\nu R T_1}{6} - \frac{15}{6}\nu R T_1 + \frac{15}{6}\nu R T$$

$$Q_1 = \frac{15}{6}\nu R T - \frac{13}{6}\nu R T_1$$

$$Q_1 = \frac{\nu R}{6}(15T - 13T_1)$$

$$Q_1 = \frac{\frac{3}{7}\cdot 8,31}{6} \cdot \left(-(15\cdot 300 - 13\cdot 400)\right) = \frac{3\cdot 8,31}{7\cdot 6}\cdot 100(45 - 52)$$

$$Q_1 = +\frac{3\cdot 8,31}{7\cdot 6}\cdot 100\cdot 7 = +\frac{3\cdot 831}{6} = +\frac{831}{2} = +415,5 [Дж]$$

$\boxed{Q_1 = +415,5 \text{ Дж}}$, ~~в силу 3(?) вся эта теплота пошла азоту~~

$\boxed{\text{Таким образом кислород передал азоту 415,5 Дж}}$

Ответ: 1) 0,6 2) 400 K 3) 415,5 Дж

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

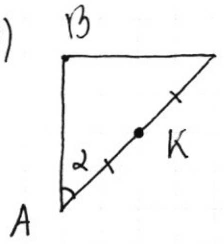
№ 3

Дано

$\alpha = \frac{\pi}{4}$

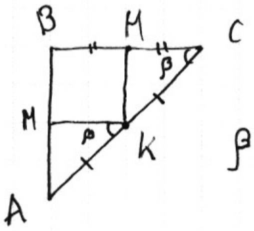
Решение

1)



а) при зарядке только BC, в точке K создается напряжённость, равная:

$$|\vec{E}_{BC}| = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0},$$ где σ – поверхн. плотность заряда на пластине BC



$\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

б) если зарядить и AB:

$$|\vec{E}_{AB}| = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}$$

$\triangle HKC = \triangle MAK$ по 2 стор. и углу β между ними

$$\Downarrow$$

$$HK = MK$$

$$\Downarrow$$

напряженности от BC и AB равны

а суммарная напряжённость:

$$|\vec{E}_{\Sigma}| = \sqrt{(|\vec{E}_{AB}|)^2 + (|\vec{E}_{BC}|)^2}$$

$$|\vec{E}_{\Sigma}| = \sqrt{\left(\frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}\right)^2}$$

$$|\vec{E}_{\Sigma}| = \sqrt{2}\,\frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} = \sqrt{2}\,|\vec{E}_{BC}|$$

$$\boxed{\frac{|\vec{E}_{\Sigma}|}{|\vec{E}_{BC}|} = \sqrt{2}}$$

2) ~~в первом случае мы считали независимость E от расстояние до пластин, т.к. оно было одинаковым из-за $\alpha = \frac{\pi}{4}$~~

~~в этом случае из-за $\alpha = \frac{\pi}{7}$, расстояние от K до BC и AB не равны~~

Ответ: 1) $\sqrt{2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано

$V_1 = 8\ \frac{м}{с}$

$\sin\alpha = \frac{3}{4}$

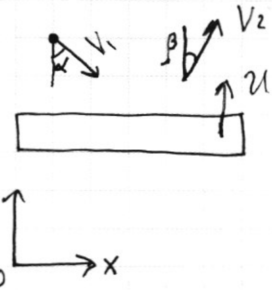
$\sin\beta = \frac{1}{2}$

1) V_2 - ?

2) V - ?

Решение

1)



введем OXY

сила взаимодействия при столкновении шарика и плиты направлена перпендикулярно плите и сонаправлена с OY

таким образом, скорость шарика по оси X должна сохранится (так как трения нет ввиду гладкости плиты)

$V_{1x} = V_{2x}$

$V_1 \cdot \sin\alpha = V_2 \cdot \sin\beta$

$V_2 = V_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = V_1 \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} V_1$

$V_2 = \frac{3}{2} \cdot 8\ \frac{м}{с} = 12\ \frac{м}{с}$

Ответ: 1) $12\ \frac{м}{с}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№5

Дано

F_0, D, τ_0

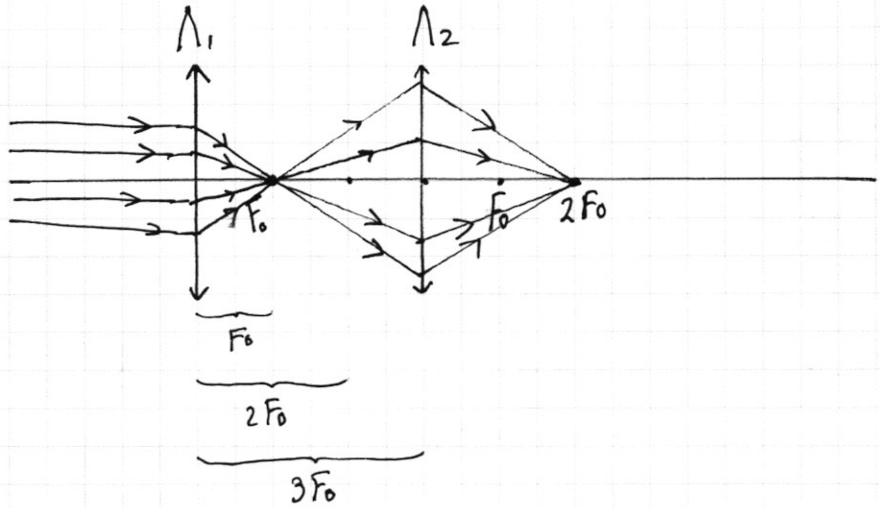
1) P-?

2) V-?

3) t_1-?

Решение

1) рассмотрим ход лучей в оптической системе



а) на Л1 падает параллельный пучок $\Longrightarrow$ из законов геом. оптики он должен <u>весь</u> собраться в фокусе Л1

б) теперь, собравшись в фокусе Л1, ~~его можно~~ пучок света является точечным источником света для Л2

применим фор-лу тонкой линзы Л2: $\frac{1}{F_0} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$

d – расстояние от Л2 пучка

f – расстояние от Л2 изображения пучка

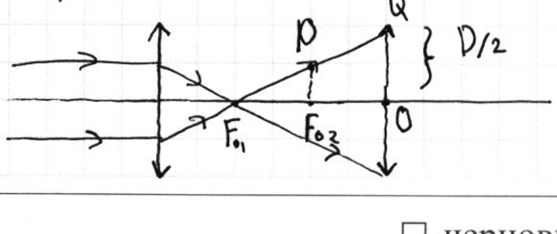
d из рис. равно $2F_0$

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{f} \Longrightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{2F_0} \Longrightarrow f = 2F_0$$

в) изображение пучка попадает, или фокусируется, на расстоянии $2F_0$ от Л2

$$f = \boxed{l = 2F_0}$$ т. к. по усл. свет <u>фокусируется</u> на детекторе

2) рассмотрим пересечение мишенью М пучка света



$\triangle F_{01}QO \sim \triangle F_{01}PF_{02}$

$\frac{PF_{02}}{QO} = \frac{1}{2}$ или $\frac{d}{\frac{D}{2}} = \frac{1}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$d = PF_{02} = \frac{D}{4}$

I в детекторе пропорционально пад. пучку, который, в свою очередь, пропорционален не загороженной площади сечения пучка

$I \sim S$: $I_0 \sim \frac{\pi D^2}{16}$

$I_1 \sim \frac{\pi D^2}{16} - \frac{\pi m^2}{4}$, где m – диаметр мишени

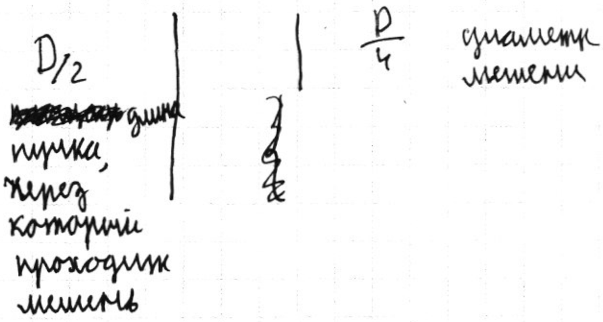
$\frac{I_1}{I_0} = 1 - \frac{4 \cdot D^2}{16 m^2} = \frac{3}{4}$

$\frac{D^2}{m^2} = 16 \Rightarrow m = \frac{D}{4}$

за время τ_0 мишень, согласно графику, успела полностью попасть в пучок

$V = \frac{\frac{D}{4}}{\tau_0} \Rightarrow \boxed{V = \frac{D}{4\tau_0}}$

3) $t_1 - \tau_0$ это время полного пребывания мишени в пучке



так. обр., мишень полностью пребывает в пучке расстояние $\frac{D}{4}$

$t_1 - \tau_0 = \frac{\frac{D}{4}}{V} = \frac{\frac{D}{4}}{\frac{D}{4\tau_0}} = \tau_0$

$\boxed{t_1 = 2\tau_0}$ Ответ: 1) $2F_0$ 2) $\frac{D}{4\tau_0}$ 3) $2\tau_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано
E, L, C

1) T - ?
2) $I_{м1}$
3) $I_{м2}$

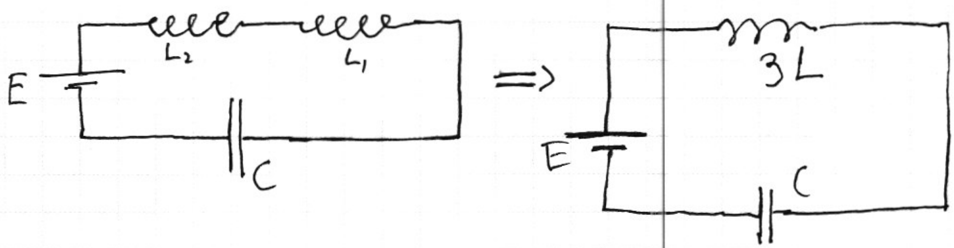
Решение

1) рассмотрим момент времени сразу после зам. ключа:

E начинает создавать ток ~~против~~ по часовой стрелки

диод в этом случае ток через себя не пропускает

тогда получаем следующую цепь:



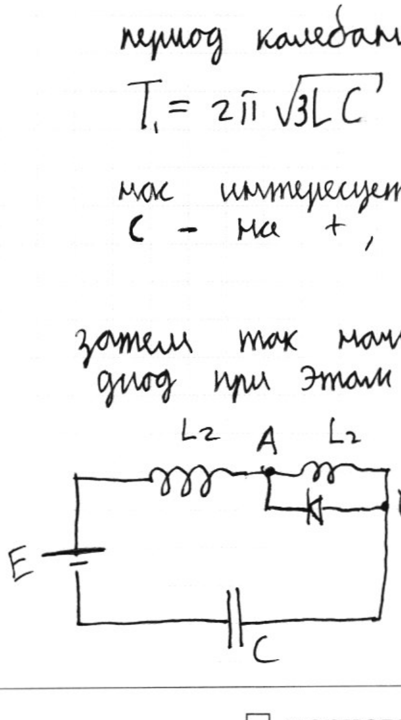
индуктивности можно складывать ~~так как общая индуктивность пропорционально~~

период колебаний в такой цепи:

$T_1 = 2\pi\sqrt{3LC}$ (формула Томсона)

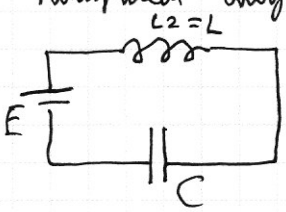
нас интересует время перезарядки конденсатора C − на +, т.е. $\frac{T_1}{2}$

затем ток начинает течь против часовой стрелки, диод при этом пропускает через себя ток



диод будем считать идеальным ($R \to 0$) => разности потенциалов между точками A и B нет => по формуле $U_L = L\frac{dI}{dt}$, так в L_2 не возникает

Получаем след. цепь:



$$T_2 = 2\pi\sqrt{LC}$$

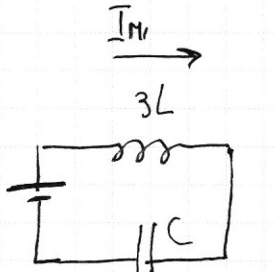
Нас интересует время перезарядки C с + на −, т.е. $\frac{T_2}{2}$

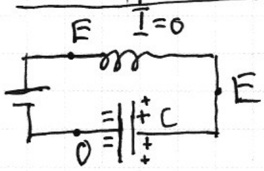
после перезарядки C, процесс повторяется

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \frac{2\pi\sqrt{3LC} + 2\pi\sqrt{LC}}{2}$$

$$\boxed{T = \pi\sqrt{3LC} + \pi\sqrt{LC} = \pi\left(\sqrt{3LC} + \sqrt{LC}\right)}$$

2)





когда конденсатор заряжается на +, ток через катушку не идет $\Rightarrow U_L = 0$

$$\Downarrow$$

$$U_C = \mathcal{E}$$

ЗСЭ:

$$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{3L\, I_{M1}^2}{2}$$

I_{M1} равен току, текущему через 3L

$$\boxed{I_{M1} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}}$$

3) при перезарядке C, заряд $q = C\mathcal{E}$ в цепи сохраняется, после его перетекания, справедливо:

$$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{L\, I_{M2}^2}{2} \Longrightarrow \boxed{I_{M2} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}}$$

Ответ: 1) $\pi\left(\sqrt{3LC} + \sqrt{LC}\right)$

2) $\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{3L}}$

3) $\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ЗСИ:

$mV_1\cdot\cos\alpha + MU = MU_2 + mV_2\cdot\cos\beta$

$V_1\cdot\sin\alpha = V_2\cdot\sin\beta$

$\boxed{V_2 = V_1\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}}$

180 | 7
-14 | 25
40
-35
50

$0{,}6\,V_2 + V_2$

$1{,}6\,V_2 =$

№2

$p_1V_1 = \nu RT_1$

$p_2V_2 = \nu RT_2$

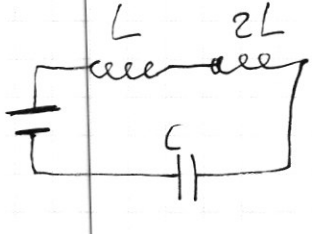
$p = \frac{\nu RT}{V}$

$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{C\cdot q}{S} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon\cdot S\cdot q}{d\cdot S} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon\cdot q}{dS}$

№3

$Q =$

V_0

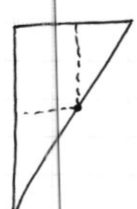


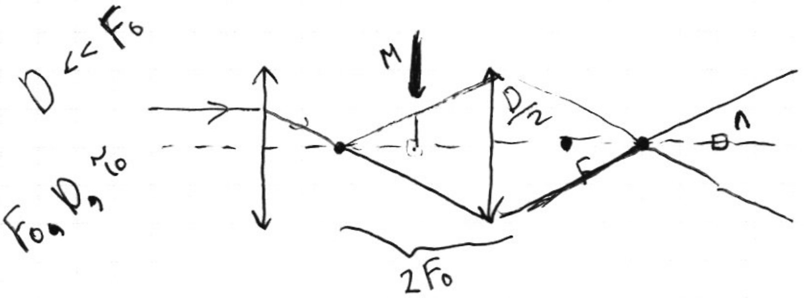
№4 $Q_1 = Q_2$

$C_V\cdot\nu\cdot\Delta T$

$MU - m\cdot V_1\cdot\cos\alpha = MU_1 + mV_2\cdot\cos\beta$

$M(U-U_1) = m(V_1\cdot\cos\alpha + V_2\cdot\cos\beta)$



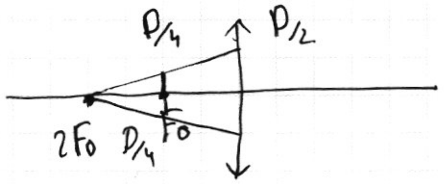


$\Delta p = (V_1\cdot\cos\alpha + V_2\cdot\cos\alpha)\cdot m$

$\frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2}$

$D_0/4$

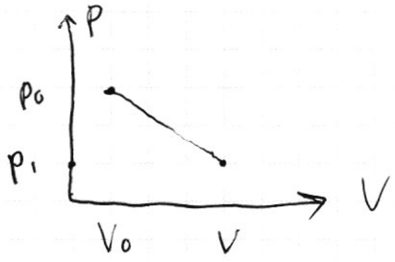
$M\Delta U = m($



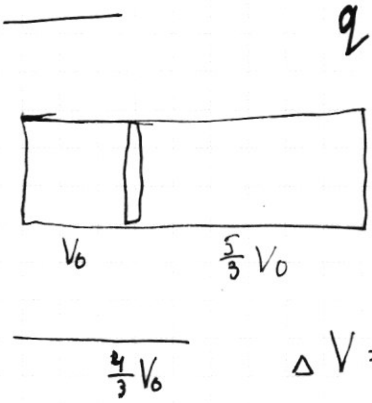
$$\frac{\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}}{\frac{\pi D^2}{4}} = 1 - \frac{d^2}{D^2} = \frac{3}{4}$$

$$MU^2 + \frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + MU^2 + A$$

$$A = \frac{m}{2}\left(V_2^2 - V_2\right) > 0$$



$E =$ ______



$\Delta V = \frac{1}{3} V_0$

$p = const$

$p = \frac{\nu R T_1}{V_0}$

$\frac{8,31}{6}$.

$A = p\Delta V = \frac{\nu R T_1}{V_0} \cdot \frac{1}{3} V_0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)