Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

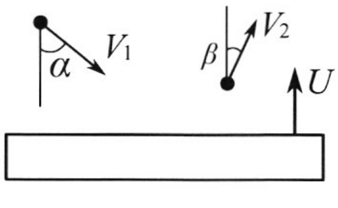
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 6 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



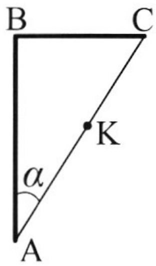
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия T_1 = 330 К, а неона T_2 = 440 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

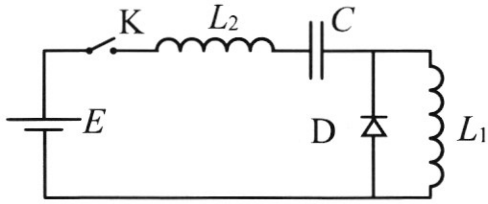
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

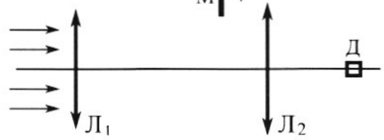
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

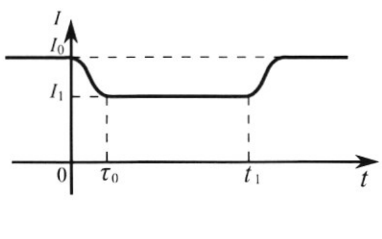
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями L_1 = 3L, L_2 = 2L, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами 1,5F_0. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу $Л_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

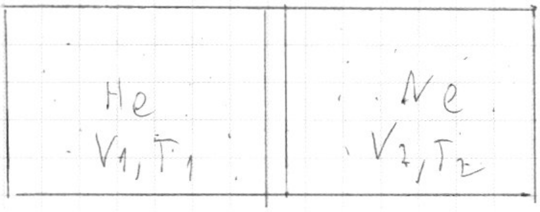
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

Дано: $\nu = 6/25$ моль; $T_1 = 330K$; $T_2 = 440K$; $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К)

$\frac{V_1}{V_2} = ?$ $T = ?$ $Q = ?$

Поршень двигается медленно => => мы можем считать давления газов постоянно равными



$p_1 = p_2$

$pV = \nu R T$

$V = \frac{\nu R T}{p}$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\nu R T_1}{p_1}}{\frac{\nu R T_2}{p_2}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330K}{440K} = \frac{3}{4}$ $\quad V_1 = \frac{3}{7}V$, $V_2 = \frac{4}{7}V$

Процесс происходит медленно => для газов справедливо следующее:

$Q = A + \Delta U$

$Q_{He} = -Q_{Ne}$

$A_{He} = -A_{Ne}$

$\begin{cases} Q_{He} = A_{He} + \Delta U_{He} \\ Q_{Ne} = A_{Ne} + \Delta U_{Ne} \end{cases}$

$Q_{Ne} = A_{Ne} + \Delta U_{Ne}$

$-Q_{He} = -A_{He} + \Delta U_{Ne}$, но

$-Q_{He} = -A_{He} - \Delta U_{He}$

$\Delta U_{Ne} = -\Delta U_{He}$

$\frac{i_{Ne}}{2}\nu R(T - T_2) = -\frac{i_{He}}{2}\nu R(T - T_1)$

$i_{He} = i_{Ne} = 3$ (одноатомные газы

$T - T_2 = T_1 - T \quad 2T = T_1 + T_2 \quad T = \frac{T_1+T_2}{2} = \frac{330K + 440K}{2} = 385K$

~~Установление теплового равновесия~~

$\Delta U_{He} = -\Delta U_{Ne}$

$\Delta U_{He} + \Delta U_{Ne} = 0 \qquad \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{He} + \frac{i}{2} \nu R \Delta T_{Ne} = 0$

$\Delta T_{He} + \Delta T_{Ne} = 0$

$$\begin{array}{r} \times\ 831 \\ 33 \\ \hline 2493 \\ +\ 2493 \\ \hline 27423 \end{array}$$

$p_1 V_{1.1} = \nu R T_{He} \qquad p_2 V_{2.1} = \nu R T_{Ne}$

$p_1 = p_2 = p \ , \ V_{1.1} + V_{2.1} = V$

$p_1 V_{1.1} + p_2 V_{2.1} = \nu R (T_{He} + T_{Ne})$

$pV = \nu R (T_{He} + T_{Ne})$

$\Delta T_{He} + \Delta T_{Ne} = 0 \Rightarrow T_{He} + T_{Ne} = const$, а значит $p = const$. Это изобарический процесс. Тогда

$A = p \Delta V$

$p V_{Ne} = \nu R T \qquad p V_{He} = \nu R T \Rightarrow V_{Ne} = V_{He} = \frac{V}{2}$

$\Delta V = \cancel{V_2 - V_{Ne}} = V_{He} - V_1 = \frac{V}{2} - \frac{3}{7} V = \frac{1}{14} V$

$A = p\Delta V = \frac{1}{14} pV = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{7} pV = \frac{1}{6} p V_1 = \frac{1}{6} \nu R T_1$

$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R (T - T_1) = \frac{3}{2} \nu R \left(\frac{T_2 + T_1}{2} - T_1\right) = \frac{3}{4} \nu R (T_2 - T_1)$

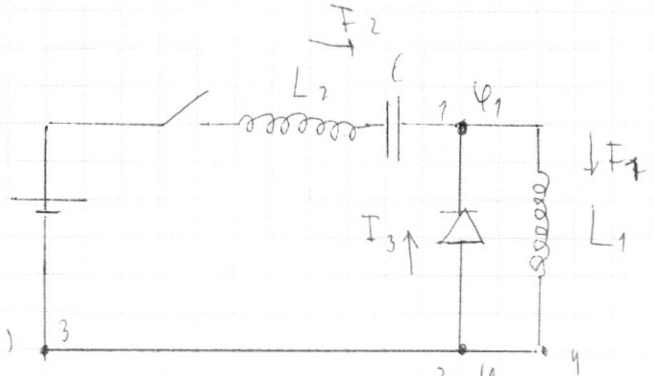
$Q = A + \Delta U = \frac{1}{6} \nu R T_1 + \frac{3}{4} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{25} моль \cdot 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot 330К + \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{25} моль \cdot 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К} (440К - 330К) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{25} моль \cdot 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot 110К + \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{25} моль \cdot 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot 110К = \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{25} моль \cdot 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot 110К = 33 \cdot 8{,}31 \ Дж = 274{,}23 Дж$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$, $T = 385К$; $Q = 274{,}2$ Дж.

№4

Дано: $\mathcal{E}$, $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, C

$T = ?$ $I_{01} = ?$ $I_{02} = ?$



$\varphi_1 - \varphi_2 \geq 0$ (диод идеальный)

$\varphi_1 - \varphi_2 > 0: \ I_3 = 0 \ ; \ \varphi_1 - \varphi_2 = 0: \ I_3 > 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

I закон Кирхгофа для узла 1 $I_3 + I_2 = I_1$

II закон Кирхгофа для контура 1 4 2 3.

$\mathcal{E} = U_{L_2} + U_C + U_{L_1}$

$\mathcal{E} = L_2 \frac{dI_2}{dt} + \frac{q}{C} + L_1 \frac{dI_1}{dt}$

$L_1 \frac{dI_1}{dt} > 0$: $I_3 = 0$ $I_2 = I_1$ $\frac{dI_2}{dt} = \frac{dI_1}{dt}$

$\mathcal{E} = L_2 \frac{dI_2}{dt} + \frac{q}{C} + L_1 \frac{dI_2}{dt}$ $\mathcal{E} = 5L \frac{dI_2}{dt} + \frac{q}{C}$

$\frac{dI_2}{dt} = 0$: $\mathcal{E} = \frac{q}{C}$

$q = C\mathcal{E}$. В этот момент $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$, значит диод начинает пропускать ток

$\mathcal{E} = \frac{L_2 dI_2}{dt} + \frac{q}{C}$

Диод закроется в момент, когда $\frac{dI_1}{dt}$ станет больше 0, а такое может произойти только в случае $I_2 = I_1$, и I_2 увеличивается (это значит, что чтобы I_1 оставался прежним, через диод должен пойти ток от узла 1 к узлу 2, но это идеальный диод, и такого быть не может =>

=> диод закроется). ~~но как мы видим~~,

$\mathcal{E} = L_2 \dot{I}_2 + \frac{q}{C}$

$\mathcal{E}' = (L_2 \dot{I}_2)' + (\frac{q}{C})'$

$0 = L_2 \ddot{I}_2 + \frac{I_2}{C}$

$\ddot{I}_2 = -\frac{I_2}{L_2 C}$ – это гармонические колебания

$\omega^2 = \frac{1}{L_2 C}$ $\omega = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$

$I_2 = I_{20}\cos(\omega t + \varphi_0)$

$\dot{I}_2 = -I_{20}\omega\sin(\omega t + \varphi_0)$

Заметим, что в момент открытия диода $\dot{I}_2 = 0$, $I_2 > 0 \Rightarrow$ в момент открытия $\cos(\omega t + \varphi_0) = 1$, $\sin(\omega t + \varphi_0) = 0$, а значит в колебаниях достигается максимальная сила тока, а значит сила тока I_2 во время колебаний не может оказаться равной I_1 и в то же время расти, значит диод в схеме больше не закроется, а на первой катушке останется постоянный ток. Так как до открытия диода ток в катушках рос, то I_{01} – ток после открытия диода $I_2 \le I_{01} \Rightarrow$

$\Rightarrow I_{02} = I_{01}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{L_2 C} = 2\pi\sqrt{2LC}$

До открытия диода:

~~$E_{\Pi 2} - E_{\Pi 1} = A \pm Q$~~ $\Delta E_\Pi \pm Q = A_{внеш}$ $Q = 0$ (нет элементов, на которых выделяется тепло)

$I_1 = I_2 = I_{01}$ (во время открытия диода)

$$\frac{L_1 I_{01}^2}{2} + \frac{L_2 I_{01}^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = q\mathcal{E}$$

$q = \mathcal{E}C$

$$\frac{5LI_{01}^2}{2} + \frac{\mathcal{E}^2 C}{2} = \mathcal{E}^2 C$$

$5LI_{01}^2 = \mathcal{E}^2 C$

$I_{01} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{5L}}$ $\quad I_{02} = I_{01} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{5L}}$

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{2LC}$, $I_{01} = I_{02} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{5L}}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

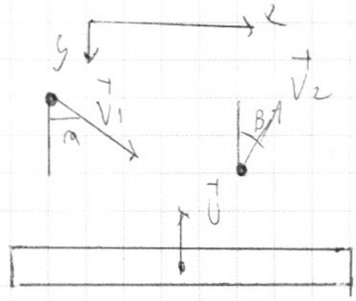
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Дано: $V_1 = 6$ м/с; $\sin\alpha = \frac{2}{3}$; $\sin\beta = \frac{1}{3}$

$V_2 = ?$ $U = ?$



Поверхность плиты гладкая, значит при ударе не возникает сил трения, действующих в горизонтальной плоскости, а значит горизонтальная проекция скорости сохраняется

$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$

$V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 6\,м/с \cdot \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 12\,м/с$

Перейдём в СО плиты

~~V_{1y}~~ $V_{1coy} = -V_1 \cos\alpha - U$

$V_{2coy} = V_2 \cos\beta - U$

~~Абсолютно упругий удар:~~ $|V_{1coy}| = |V_{2coy}|$

Неупругий удар: $|V_{1coy}| > |V_{2coy}|$, $V_{2coy} \geq 0$

$V_1 \cos\alpha + U > V_2 \cos\beta - U$, $V_2 \cos\beta - U \geq 0$

$V_2 \cos\beta \geq U$

$V_1 \cos\alpha + 2U > V_2 \cos\beta$

$U > \frac{V_2 \cos\beta - V_1 \cos\alpha}{2}$

$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\frac{V_2 \cos\beta - V_1 \cos\alpha}{2} < U \leq V_2 \cos\beta$

$\frac{12\,м/с \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6\,м/с \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{2} < U \leq 12\,м/с \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$(4\sqrt{2} - \sqrt{5})$ м/с $< v = 8\sqrt{2}$ м/с

Ответ: $v_2 = 12$ м/с ; $(4\sqrt{2} - \sqrt{5})$ м/с $< v \leq 8\sqrt{2}$ м/с

№5

Дано: $F_0, D, \tau_0, F_1 = 8F_0/7$, F_0, ~~7,5~~ $F_0/3$, $l = 1,5F_0$, $l_4 = \frac{5}{4}F_0$

$l_g = ?$ $V = ?$ $t_1 = ?$

Первая линза: лучи входят в линзу параллельно, ~~$\frac{1}{F_0}$~~ значит они все фокусируются в фокусе линзы. Пересечение лучей в фокусе - мнимый источник, расстояние от которого до второй линзы $1,5F_0 - \cancel{0,5}F_0 = 0,5F_0$

$d = 0,5F_0$

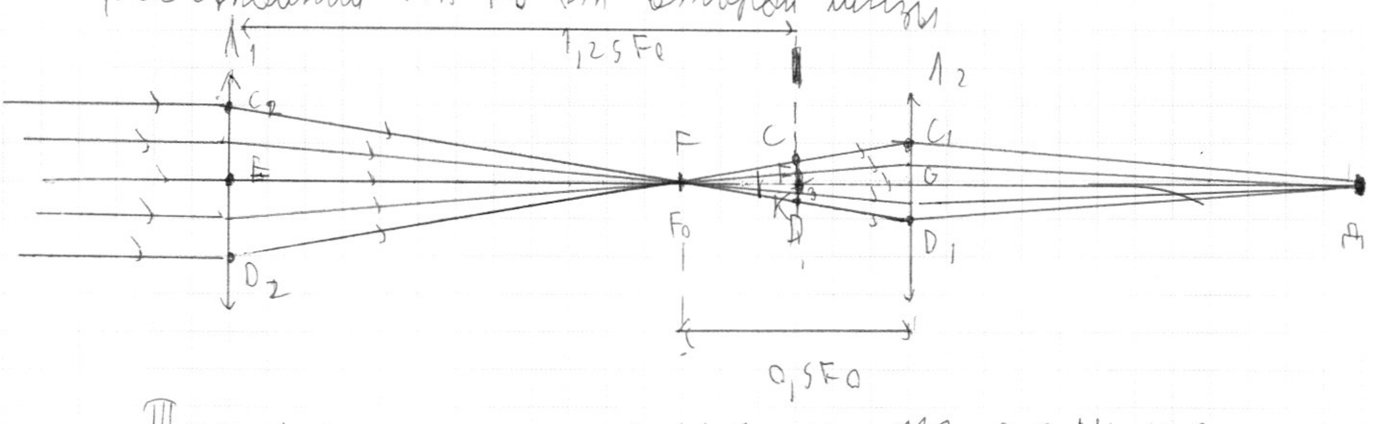
Вторая линза: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$

$$\frac{1}{\frac{1}{3}F_0} = \frac{1}{0,5F_0} + \frac{1}{f}$$

$$\frac{3}{F_0} = \frac{2}{F_0} + \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$$

$f = F_0$ $l_g = f = F_0$ - детектор находится на расстоянии ~~от~~ F_0 от второй линзы



Так как линзы круглые, то если на место плоскости движения М поставить экран, на нём будет круглое изображение (это можно понять

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

из хода лучей, показанного на рисунке. Мишень закрывает часть этого круга, не давая части лучей попасть на вторую линзу, и так как мощность потока лучей, улавливаемого детектором, пропорциональна площади освещаемой поверхности на экране (из-за одинаковости интенсивности света в сечении пучка, из-за чего интенсивность пучка одинакова в сечении плоскости M, а значит мощность пучка пропорциональна площади, которую мишень не закрывает), то мощность потерь пропорциональна площади, которую закрывает мишень

$I \sim P$

$I_1 + I_{пот} = I_0$

$\frac{8}{9} I_0 + I_{пот} = I_0$

$I_{пот} = \frac{1}{9} I_0$

$I_{пот} = (\frac{1}{3})^2 I_0$

$P_{пот} + P_1 = P_0$

$P_0 \sim \pi R_{сеч}^2$, $P_{пот} \sim \pi R_M^2$

$\frac{I_{пот}}{I_0} = \frac{P_{пот}}{P_0} = \frac{\pi R_M^2}{\pi R_{сеч}^2} = (\frac{R_M}{R_{сеч}})^2 \Rightarrow \frac{R_M}{R_{сеч}} = \frac{1}{3}$

За τ_0 мишень полностью входит в круглое сечение пучка $\tau_0 = \frac{D_M}{V}$, через t_1 после начала

„затмения" нижель начинает выходить из круга

$t_1 = \frac{D_{сеч}}{V}$

$\frac{R_M}{D_{сеч}} = \frac{R_M}{R_{сеч}} = \frac{1}{3} \Rightarrow t_1 = 3\tau_0$

$V = \frac{D_{сеч}}{t_1} = \frac{D_{сеч}}{3\tau_0}$

Необходимо найти $D_{сеч}$

$\Delta FC_2D_2 \sim \Delta FC_1D_1$ по двум углам (оба р.б., и у них равны углы против основания, т.к. они вертикальные)

$k = \frac{EF}{FG} = \frac{F_0}{0{,}5F_0} = 2$

$\frac{C_2D_2}{C_1D_1} = k = 2 \quad C_1D_1 = \frac{D}{2}$

$\Delta FCD \sim \Delta FC_1D_1$ по двум углам (оба р.б., и у них равны углы против основания, т.к. это один угол)

$k = \frac{FG}{FK} = \frac{1{,}5F_0 - F_0}{1{,}25F_0 - F_0} = 2$

$\frac{C_1D_1}{CD} = k = 2 \quad CD = \frac{C_1D_1}{2} = \frac{D}{4}$

$D_{сеч} = \frac{D}{4}$

$V = \frac{D}{12\tau_0}$

Ответ. $l_g = F_0$, $V = \frac{D}{12\tau_0}$, $t_1 = 3\tau_0$.

№ 3

Дано: а) $\alpha = \pi/4$, $\sigma_1 = \sigma_2$; б) $\alpha = \pi/8$, $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$

а) $\frac{E_2}{E_1} = ?$, б) $E_x = ?$

а) Заметим, что пластина AB при такой же поверхностной плотности заряда будет создавать ту же напряженность, что и пластина BC, т.к. $\angle BCA = \angle CAB = \frac{\pi}{4} \Rightarrow$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

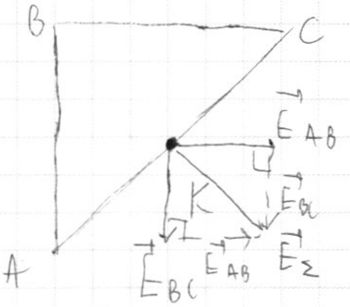
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

△ABC – р.б. => AB = BC ~~одинаковые по...~~, а точки в р.б. ~~про~~ прямоуг. треугольнике расстояние от центра гипотенузы до катетов одинаково =>

=> $E_{AB} = k_{AB}\sigma_{AB}$, $E_{BC} = k_{BC}\sigma_{BC}$

$k_{AB} = k_{BC}$ (из геом. соображений)

$\sigma_{AB} = \sigma_{BC}$ => $E_{AB} = E_{BC}$



$E_{AB} = E_{BC}$, $\vec E_{AB} \perp \vec E_{BC}$ =>

=> $E_\Sigma^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2$, но $E_{BC} = E_{AB}$

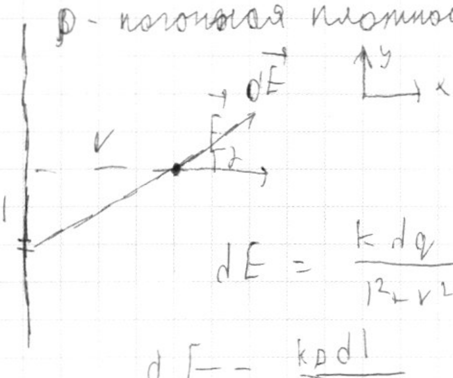
$E_\Sigma = \sqrt{2}\, E_{BC}$

$E_2 = \sqrt{2}\, E_1$

$\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$

б) Разделим бесконечные пластины на бесконечные нити и найдём их вклад в напряжённость в точке K

ρ – погонная плотность заряда



$E_y = 0$ (из-за симметрии) => будем считать только сумму dE_x

$$dE = \frac{k\,dq}{l^2+r^2} \qquad dq = \rho\,dl$$

$$dE = \frac{k\rho\,dl}{l^2+r^2} \qquad dE_x = dE\cos\alpha = \frac{r}{\sqrt{l^2+r^2}}\cdot\frac{k\rho\,dl}{l^2+r^2} =$$

$$= \frac{k\rho r\,dl}{(l^2+r^2)^{3/2}} \qquad E_x = \int_{-\infty}^{\infty} \cancel{dE_x}\, \frac{k\rho r\,dl}{(l^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{l^2+r^2}}$$

$$(\sin\alpha)' = \frac{l\cdot 2l\,dl}{2(l^2+r^2)^{3/2}} + \frac{dl}{\sqrt{l^2+r^2}} = \frac{l^2\,dl}{(l^2+r^2)^{3/2}} + \frac{(l^2+r^2)\,dl}{(\sqrt{l^2+r^2})^{3/2}}$$

$$dl = l_2 - l_1 = (\operatorname{tg}(\alpha+d\alpha) - \operatorname{tg}\alpha)\, r$$

$$\operatorname{tg}'\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \operatorname{tg}(\alpha+d\alpha)-\operatorname{tg}\alpha = \frac{d\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$dl = \frac{r\,d\alpha}{\cos^2\alpha}$$

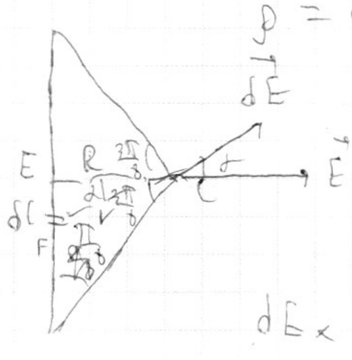
$$\frac{r}{(\sqrt{l^2+r^2})^3} = \frac{\cos^3\alpha}{r^2}$$

$$\frac{k\rho r\,dl}{(\sqrt{l^2+r^2})^3} = k\rho\frac{\cos^3\alpha}{r^2}\cdot\frac{r\,d\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{k\rho}{r}\cos\alpha\, d\alpha$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{k\rho}{r}\cos\alpha\, d\alpha = \frac{k\rho}{r}\sin\alpha\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2k\rho}{r} = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Теперь просуммируем напряженности нитей для пластин

$\rho = \sigma\, dl$ Мы снова рассматриваем только определенную часть напряженностей, т.к. в силу симметрии



$$E_y = 0$$

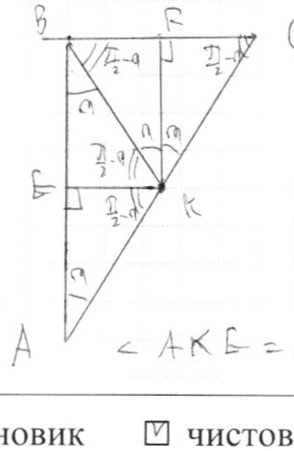
(CF = r – расстояние до нити
CE = R – расстояние до пластины)

$$dE_x = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 r}\cos\alpha = \frac{\sigma\, dl}{2\pi\varepsilon_0 r}\cos\alpha$$

$dl = \frac{R\,d\alpha}{\cos^2\alpha}$ – выведено в предыдущих рассуждениях

$$dE_x = \frac{\sigma\frac{R\,d\alpha}{\cos^2\alpha}}{2\pi\varepsilon_0 r}\cos\alpha \qquad \frac{R}{r} = \cos\alpha$$

$$dE_x = \frac{\sigma\, d\alpha}{2\pi\varepsilon_0}$$



KB = AK = KC
(св-во прямоуг. треуг.)

ΔABK и ΔKBC – р.б.

$\angle ABK = \angle KAB = a$

$\angle KBC = \angle KCB = \frac{\pi}{2} - a$

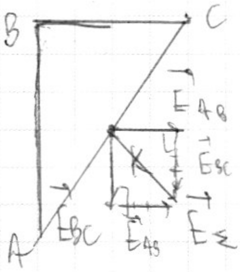
$\angle AKE = \angle BKE = \frac{\pi}{2} - a$, $\angle BKF = \angle CKF = a$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Тогда для AB: $E_{AB} = \int_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-\alpha} \frac{\sigma \, d\alpha}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma(\pi-2\alpha)}{2\pi\varepsilon_0} =$

$= \frac{\sigma \cdot \frac{3\pi}{4}}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{3\sigma}{8\varepsilon_0}$

Для BC: $E_{BC} = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{4\sigma \, d\alpha}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{8\sigma\alpha}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{8\sigma\frac{\pi}{8}}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$



$E_\Sigma^2 = E_{AB}^2 + E_{BC}^2$

$E_\Sigma^2 = \cancel{\frac{\sigma^2}{\varepsilon_0^2} + \frac{3}{8}} \left(\frac{\sigma}{8\varepsilon_0}\right)^2 (3^2 + 4^2)$

$E_\Sigma^2 = 5^2 \cdot \left(\frac{\sigma}{8\varepsilon_0}\right)^2$

$E_\Sigma = \frac{5\sigma}{8\varepsilon_0}$

$E = E_\Sigma = \frac{5\sigma}{8\varepsilon_0}$

Ответ: а) $\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$; б) $E = \frac{5\sigma}{8\varepsilon_0}$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)