

# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

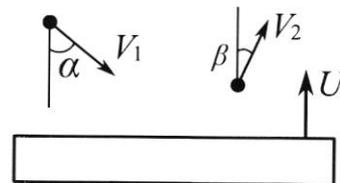
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 12$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = \frac{1}{3}$ ) с вертикалью.

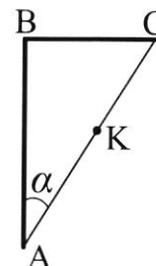


- 1) Найти скорость  $V_2$ .
  - 2) Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве  $\nu = 6/7$  моль. Начальная температура водорода  $T_1 = 350$  К, а азота  $T_2 = 550$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $C_V = 5R/2$ .  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

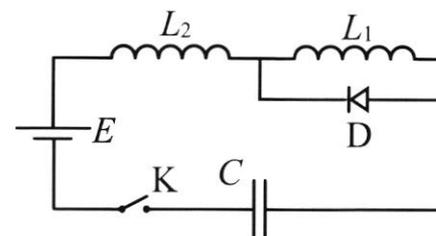
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



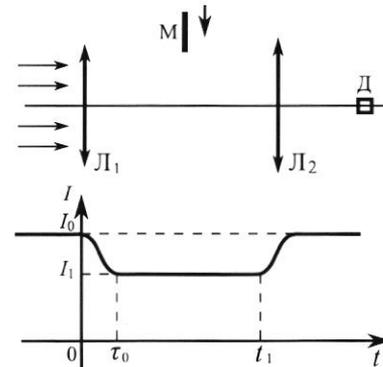
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 3\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/5$ . Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $E$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 4L$ ,  $L_2 = 3L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода D (см. рис.). Ключ  $K$  разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в  $L_1$ .



- 1) Найти период  $T$  этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток  $I_{M1}$ , текущий через катушку  $L_1$ .
- 3) Найти максимальный ток  $I_{M2}$ , текущий через катушку  $L_2$ .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусными расстояниями  $3F_0$  и  $F_0$ , соответственно. Расстояние между линзами  $2F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $F_0$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 5I_0/9$ .



- 1) Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.
- 2) Определить скорость  $V$  движения мишени. 3) Определить  $t_1$ .

Известными считать величины  $F_0$ ,  $D$ ,  $\tau_0$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. Дано:

$$\mathcal{E}, L_1 = 4L$$

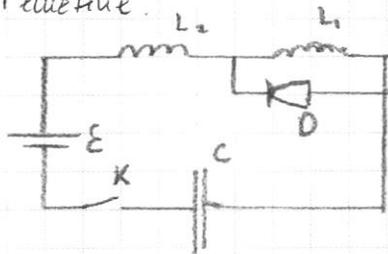
$$L_2 = 3L, C$$

1)  $T$  - ?

2)  $I_{M1}$  - ?

3)  $I_{M2}$  - ?

Решение:



Максимальная энергия в конденса-  
торе  $W_{M2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$  - есть полная энергия  
колебательного контура.

Ток в  $L_1$  проходит только по часовой стрелке, т.к. в обратном  
направлении он проходит через диод  $D$

I. Когда ток идёт по часовой стрелке:

$$\frac{C u^2}{2} + \frac{L_2 i^2}{2} + \frac{L_1 i^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$$

Максимальный ток будет при  $u=0$ :

$$\frac{L_2 I_M^2}{2} + \frac{L_1 I_M^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} \Rightarrow I_M = \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} \mathcal{E}$$

II. Когда ток идёт против часовой стрелки (через  $L_1$  не идёт):

$$\frac{C u^2}{2} + \frac{L_2 i^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$$

Максимальный ток при  $u=0$ :

$$\frac{L_2 I_M'^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} \Rightarrow I_M' = \sqrt{\frac{C}{L_2}} \mathcal{E}$$

$$I_M' > I_M \Rightarrow I_{M2} = I_M' = \sqrt{\frac{C}{L_2}} \mathcal{E} = \sqrt{\frac{C}{3L}} \mathcal{E}$$

$$I_{M1} = I_M = \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} \mathcal{E} = \sqrt{\frac{C}{7L}} \mathcal{E}$$

III. Когда ток идёт по часовой стрелке, конденсатор заряжа-

ется за время  $T_1 = \frac{T}{2}$ , где  $T = 2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C}$ :

$$T_1 = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{(L_1 + L_2)C}$$

IV. Когда ток идёт против часовой стрелки, конденсатор раз-

ряжается за время  $T_2 = \frac{T'}{2}$ , где  $T' = 2\pi\sqrt{L_2 C}$  ( $L_1$  не

участвует, т.к. ток идет через провод  $D$ );  $T_2 = \frac{T_1}{2} = \pi \sqrt{L_2 C'}$

$$\text{Суммарный период колебаний } T = T_1 + T_2 = \pi \sqrt{(L_1 + L_2) C'} + \pi \sqrt{L_2 C'} = \\ = (\sqrt{7+2}) \pi \sqrt{LC'} = (\sqrt{7} + \sqrt{2}) \pi \sqrt{LC'}$$

ОТВЕТ:  $T = (\sqrt{7} + \sqrt{2}) \pi \sqrt{LC'}$ ;  $I_{M1} = \sqrt{\frac{C'}{7L}} \epsilon$ ;  $I_{M2} = \sqrt{\frac{C'}{32L}} \epsilon$ .

2. Дано:

$$V = \frac{6}{7} \text{ моль}$$

$$T_1 = 350 \text{ K}$$

$$T_2 = 550 \text{ K}$$

$$C_V = \frac{5R}{2}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$$

1)  $\frac{V_H}{V_N}$  - ?

2)  $T'$  - ?

3)  $Q$  - ?

Решение:

1) Изначально поршень не движется; условие равновесия:  $p_H = p_N = p$ .

Запишем ур-я состояния обоих газов до движения поршня:

$$\left. \begin{aligned} pV_H &= \nu R T_1 \\ pV_N &= \nu R T_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_H}{V_N} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$$

2) Сосуд теплоизолирован, значит азот и водород полу-

чили одинаковое по модулю кол-во теплоты. Также

газы совершили одинаковую по модулю работу, т.к. связа-

ны поршнем. Запишем закон термодинамики для газов:

$$\begin{cases} Q = \Delta U_H - A \\ -Q = \Delta U_N + A \end{cases}$$

$$\Delta U_H + \Delta U_N = 0$$

$$\frac{1}{2} \nu R (T' - T_1) + \frac{1}{2} \nu R (T' - T_2) = 0$$

$$T' = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{350 + 550}{2} = 450 \text{ K}$$

3) Кол-во теплоты передано азотом:

$$-Q = \nu \cdot C_V (T' - T_2) \Rightarrow Q = \nu \cdot \frac{5R}{2} (T_2 - T') = \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot (550 - 450) \text{ Дж} \\ = 178 \frac{5}{7} \text{ Дж}$$

ОТВЕТ:  $\frac{V_H}{V_N} = \frac{7}{11}$ ;  $T' = 450 \text{ K}$ ;  $Q = 178 \frac{5}{7} \text{ Дж}$ .

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. Дано:

$$AB \perp BC$$

$$1) \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{E}{E_1} = ?$$

$$2) \sigma_1 = 3\sigma$$

$$\sigma_2 = \sigma$$

$$\alpha = \frac{\pi}{5}$$

$$E' = ?$$

1) Пластины создают однородное электрическое поле.

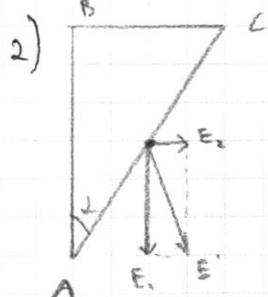
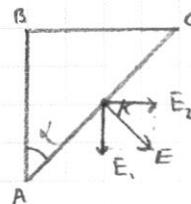
В точке К пластинка BC создает поле напряжённостью  $E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

После зарядки AB с  $\sigma$  суммарная

напряжённость в точке К равна  $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$

$$\text{где } E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}; E = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{2}\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\frac{E}{E_1} = \frac{\sqrt{2} \cdot 2\epsilon_0}{2\epsilon_0 \cdot \sigma} = \sqrt{2}, \text{ где напряжённость удваивается в } \sqrt{2} \text{ раз.}$$



суммарная напряжённость:

$$E' = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{\sigma_2^2}{4\epsilon_0^2}} = \sqrt{\frac{9\sigma^2 + \sigma^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{10} \cdot \sigma}{2 \cdot \epsilon_0}$$

ОТВЕТ:  $\frac{E}{E_1} = \sqrt{2}; E' = \frac{\sqrt{10} \cdot \sigma}{2 \cdot \epsilon_0}$

1. Дано:

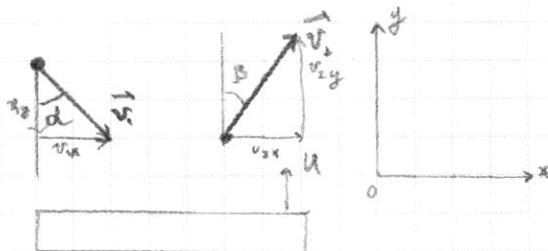
$$v_1 = 12 \frac{m}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3}$$

$$1) v_2 = ?$$

$$2) u = ?$$



При отсутствии горизонтальной сил считаем, что изменение скорости шарика

происходит только по оси Oy, т.е.  $\vec{v}_{1x} = \vec{v}_{2x} = \vec{v}_x$

$$v_x = v_1 \cdot \sin \alpha$$

$$v_2 = \frac{v_x}{\sin \beta}$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{12 \frac{m}{c} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = 18 \frac{m}{c}$$

$$u < v_{2y} = v_2 \cdot \cos \beta = 18 \frac{2\sqrt{2}}{3} = 12\sqrt{2} \frac{m}{c} \Rightarrow u < 12\sqrt{2} \frac{m}{c}$$

$$u > |v_{2y}| - |v_{1y}| = v_2 \cdot \cos \beta - v_1 \cdot \cos \alpha = 12\sqrt{2} - 6\sqrt{3} = 6(\sqrt{4} - \sqrt{3}) \frac{m}{c} \Rightarrow u > 6(\sqrt{4} - \sqrt{3}) \frac{m}{c}$$

ОТВЕТ:  $v_2 = 18 \frac{m}{c}; 6(\sqrt{4} - \sqrt{3}) \frac{m}{c} < u < 12\sqrt{2} \frac{m}{c}$

5. Дано:

Решение:

$$F_1 = 3F_0$$

$$F_2 = F_0$$

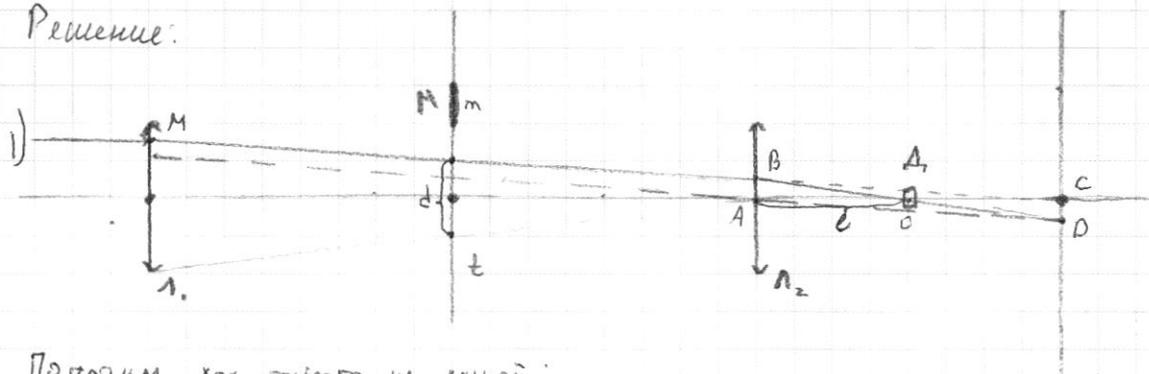
$$D, \tau_0$$

$$I_1 = 5I_0/9$$

1)  $l$ -?

2)  $V$ -?

3)  $t$ -?



Построим ход лучей из лучей:

Поле зрения мочки в  $L_1$  луч направится в точку  $C$  на расстоянии  $F_1$  от  $L_1$ , но войдя до  $L_2$  притомится и пересечёт

главную оптическую ось в точке  $D$ . Найдём расстояние  $AD$ :

Построим побочную оптическую ось параллельно  $MB$  — она пересечёт фокальную плоскость, проходящую через точку  $C$ , в точке  $D$ .

Луч, пройдя через  $L_2$ , направится в побочный фокус  $D$ .

$$ABCD - \text{параллелограм} \Rightarrow AC \parallel BD = \tau_0 \text{ и } AD = \frac{AC}{2} \Rightarrow l = \frac{F_0}{2}$$

2) найдём отношение длины  $M$  к проекции мочки из линзы  $L_1$

на прямую  $t$  (длина проекции  $d = \frac{2}{3} D$ )

$$\frac{m}{d} = \frac{I_0 - I_1}{I_0} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{m}{d} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{m}{\frac{2}{3} D} = \frac{4}{9} \Rightarrow m = \frac{2}{3} D$$

За время  $\tau_0$  мочка прошла длину  $m \Rightarrow$

$$\Rightarrow V = \frac{m}{\tau} = \frac{2D}{3\tau_0}$$

Ответ:  $l = \frac{F_0}{2}$ ,  $V = \frac{2D}{3\tau_0}$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле).

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$Ft = \Delta p$     малое время удара    малое время удара

$\Delta t \rightarrow 0$   
 $\Delta p \rightarrow 0$   
 $\Delta t_y \rightarrow 0$

$u = Ed$   
 $E = \frac{\sigma}{2d}$   
 $\sigma = \frac{q}{S}$

$\frac{mv_1^2}{2} - Q = \frac{mv_2^2}{2}$

$\vec{v}_1 = \vec{v}_{1x} + \vec{v}_{1y}$   
 $\vec{v}_2 = \vec{v}_{2x} + \vec{v}_{2y}$

$\vec{v}_{1y} + \vec{v}_{2y} = u$   
 $\vec{v}_{2y} - \vec{v}_{1y} = u$

$v_x = v_1 \sin \alpha$   
 $v_2 = \frac{v_x}{\sin \beta}$

$\sin \alpha = \frac{v_x}{v_1}$   
 $\sin \beta = \frac{v_x}{v_2}$

$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta}$

$v_2 = \frac{12 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = 18 \frac{m}{c}$

$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$u < v_{2y}$   
 $u < v_2 \cdot \cos \beta$   
 $u < 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$u < 12\sqrt{2} \frac{m}{c} \approx 16,93$

$u > 18 - 12\sqrt{2} - 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $u > 12\sqrt{2} - 6\sqrt{3} = 6(\sqrt{2} - \sqrt{3})$   
 $u > 16,92 - 10,32 \approx 6,6$

$\frac{mv_1^2}{2} = mv_2^2$

$\mu_H = 1 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{m^3}$   
 $\mu_N = 14 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{m^3}$

$p_H = p_N = p$   
 $pV_H = \nu RT_1 \Rightarrow \frac{V_H}{T_1} = \frac{V_N}{T_2}$   
 $pV_N = \nu RT_2$

$\frac{V_N}{V_H} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{350}{350} = \frac{1}{1}$

$$C_H \cdot (T' - T_1) + C_N \cdot (T' - T_2) = 0$$

$$m_H = \rho \cdot \mu_H = \frac{6}{7} \cdot 10^{-3} = \frac{6}{7} \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

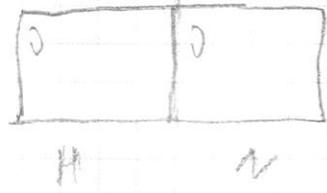
$$m_N = \rho \cdot \mu_N = \frac{6}{7} \cdot 14 \cdot 10^{-3} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\sigma = \frac{q}{S} \quad \text{и } C_V$$

$$P' V_H' = \nu R T'$$

$$P' V_N' = \nu R T'$$

$V_H' = V_N'$  - одинаковы объемы газа после установления равновесия



$$E = \frac{1}{2} \nu = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$

$$F \sigma = \frac{q}{S}$$

при нагреве:

$$Q = \Delta U_H + A$$

при остывании:

$$-Q = \Delta U_N + A$$

$$\rightarrow Q = \frac{1}{2} \nu R (T' - T_1) - A$$

$$\rightarrow -Q = \frac{1}{2} \nu R (T' - T_2) + A$$

$$2Q = \frac{1}{2} \nu R (T_2 - T_1) - 2A$$

$$0 = \frac{1}{2} \nu R (2T' - T_1 - T_2) \quad 2T' = T_1 + T_2$$

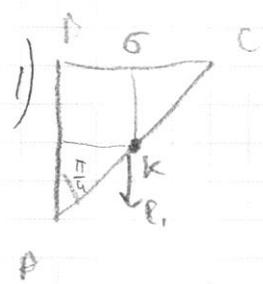
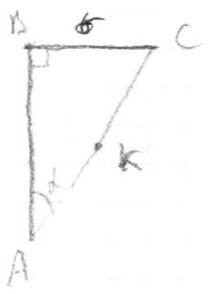
$$T' = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{350 + 550}{2} = 450 \text{ K}$$

давление:

$$-Q = \nu \cdot C_V (T' - T_2) \Rightarrow Q = \nu \cdot C_V (T_2 - T')$$

$$= \frac{6}{7} \text{ моль} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (550 \text{ К} - 450 \text{ К}) =$$

$$= \frac{8,31 \cdot 5 \cdot 6}{14} = \frac{8,31 \cdot 15}{7} = \frac{12465}{7} = 1785 \frac{\text{Дж}}{7}$$



Зарядов только BC  $\rightarrow E_1 \rightarrow$   
 и так как  $\sigma$  образует однородное электрическое поле, в точке K пластинка BC создает поле направленность  $E_1 = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$

Поле зарядки AB с B суммарная напряженность в точке K равна  $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$ ,  
 где  $E_2 = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$ ;  $E = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4 \epsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4 \epsilon_0^2}} = \sqrt{\frac{2 \sigma^2}{4 \epsilon_0^2}} =$   
 $= \frac{\sigma}{\sqrt{2} \epsilon_0} = \frac{\sqrt{2} \sigma}{2 \epsilon_0}$   
 $\frac{E}{E_1} = \frac{\sqrt{2} \cdot 2 \epsilon_0}{2 \epsilon_0 \cdot \sigma} = \sqrt{2}$ , т.е. напряженность увеличивается в  $\sqrt{2}$  раз