

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

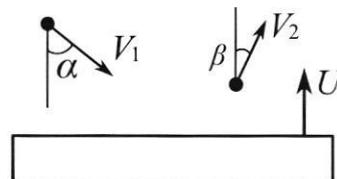
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.

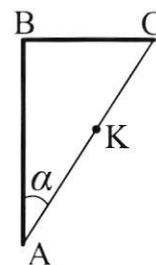


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

- 1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

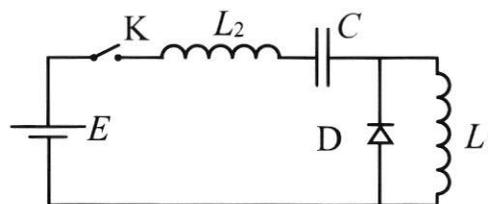
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

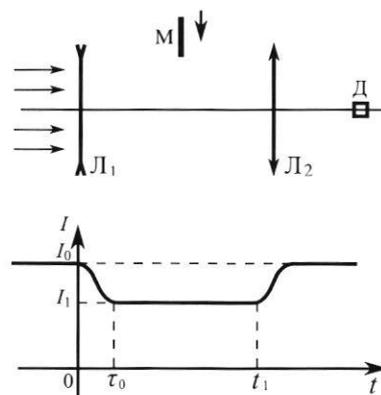
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$

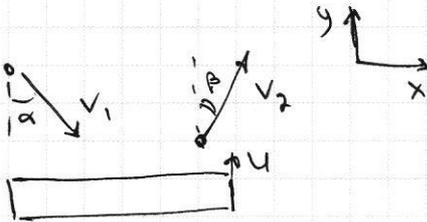


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1



1) Т.к. трение при ударе не было, а плита двигалась вертикально вверх, выполняется ЗСИ на ось x для шарика:

$$m v_{1x} = m v_{2x} \quad (m - \text{масса шарика})$$

$$v_{1x} = v_1 \cdot \sin \alpha \quad v_{2x} = v_2 \cdot \sin \beta$$

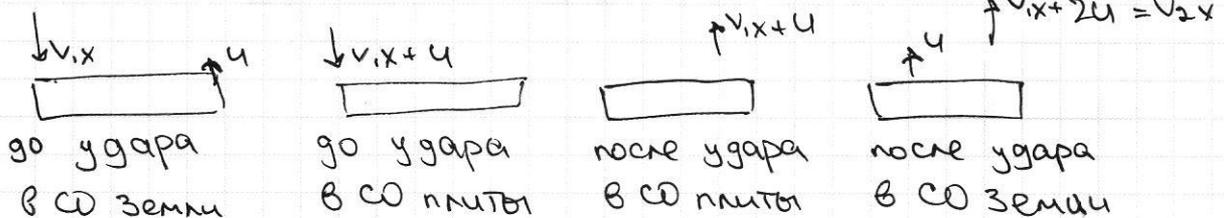
$$v_1 \cdot \sin \alpha = v_2 \cdot \sin \beta \quad v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 18 \cdot \frac{3/5}{4/5} = \underline{20 \frac{\text{м}}{\text{с}}}$$

$$2) \quad v_{1y} = v_1 \cdot \cos \alpha = 18 \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = 6\sqrt{5} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_{2y} = v_2 \cdot \cos \beta = 20 \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

При абсолютно неупругом ударе $v_{2x} = u$, а значит при неупругом ударе $u \leq v_{2x} \quad u \leq 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

При абсолютно упругом ударе:

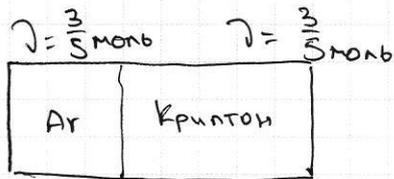


$$2u = v_{2x} - v_{1x} \quad u = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{2}, \text{ а значит при неупругом}$$

ударе $u \leq \frac{v_{2x} - v_{1x}}{2} = 8 - 3\sqrt{5}$ т.к. часть энергии уходит в тепло

Отв: 1) $20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ 2) $(8 - 3\sqrt{5}; 16]$

N 2



$T_1 = 320 \text{ K}$ $T_2 = 400 \text{ K}$

Т.к. поршень движется медленно в течение всего процесса, он движется без ускорения, а значит

$p_{\text{арг}} = p_{\text{кр}} = p$ в течение всего процесса

1) $p V_{\text{н арг}} = \nu R T_1$
 $p V_{\text{н кр}} = \nu R T_2$ } $\Rightarrow \frac{V_{\text{н арг}}}{V_{\text{н кр}}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320 \text{ K}}{400 \text{ K}} = \underline{\underline{\frac{8}{10}}}$

2) $p V_{\text{к арг}} = \nu R T_{\text{к}}$
 $p V_{\text{к кр}} = \nu R T_{\text{к}}$ } $\Rightarrow V_{\text{к арг}} = V_{\text{к кр}} = \frac{V_{\text{н арг}} + V_{\text{н кр}}}{2}$

$p \frac{V_{\text{н арг}} + V_{\text{н кр}}}{2} = \nu R T_{\text{к}}$

$p V_{\text{н арг}} + p V_{\text{н кр}} = 2 \nu R T_{\text{к}}$

$\nu R T_1 + \nu R T_2 = 2 \nu R T_{\text{к}}$ $T_{\text{к}} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \underline{\underline{360 \text{ K}}}$

3) $Q = \Delta U + A = \frac{3}{2} \nu R (T_{\text{к}} - T_2) + p (V_{\text{к арг}} - V_{\text{н арг}})$

$Q = \frac{3}{2} \nu R (T_{\text{к}} - T_2) + \nu R T_{\text{к}} - \nu R T_1$ т.к. процесс изобарный

$Q = \frac{5}{2} \nu R (T_{\text{к}} - T_2) = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot 8,31 \cdot (-40) \text{ Дж}$

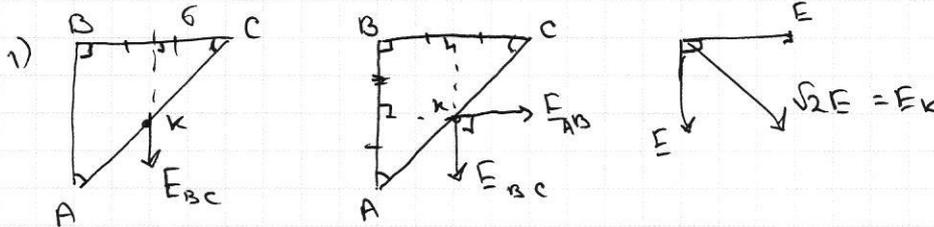
$Q_{\text{отг}} = -Q = 60 \cdot 8,31 \text{ Дж} = 498,6 \text{ Дж}$

~~.....~~
~~.....~~
~~.....~~

Ответ: 1) 0,8 2) 360 K 3) 498,6 Дж

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

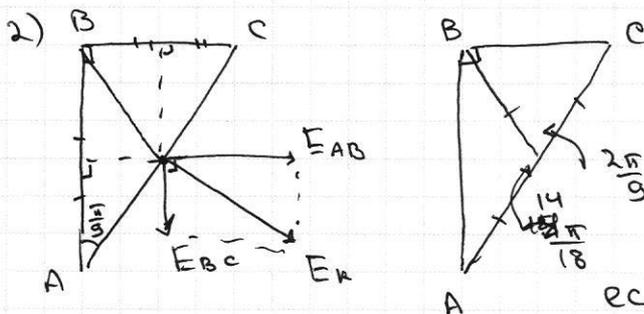


E от заряженной пластинки в точке K перпендикулярна пластине т.к. K лежит на сер. пер-ре K пластине

$E_{AB} = E_{BC} = E$ т.к. пластинки одинаковы, тогда

$$E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{2} E$$

$$\frac{E_K}{E_{BC}} = \frac{\sqrt{2} E}{E} = \underline{\sqrt{2}}$$



Поле плоской пластинки можно найти по формуле:

$$\frac{\Omega \sigma}{4\pi \epsilon_0} = E_{\perp} \text{ в случае}$$

если E_{\perp} пластине (в нашем

случае это так т.к. K лежит на сер. пер-ре K обеих пластинам) Ω - телесный угол под которым пластинка видна из точки, где которой ищется E
 $\Omega_{AB} + \Omega_{BC} = 2\pi$ т.к. они вместе составляют угол под которым видно половину пространства слева от плоскости, проходящей через AC перпендикулярно плоскости рисунка

$$\frac{\Omega_{AB}}{\Omega_{BC}} = \frac{\angle BKA}{\angle BKC} = \frac{3}{4} = \frac{7}{2} \Omega_{AB} = \frac{7}{2} \Omega_{BC}$$

$$\Omega_{AB} + \Omega_{BC} = \Omega_{BC} \left(1 + \frac{7}{2}\right) = \frac{9}{2} \Omega_{BC} = 2\pi \quad \Omega_{BC} = \frac{4\pi}{9}$$

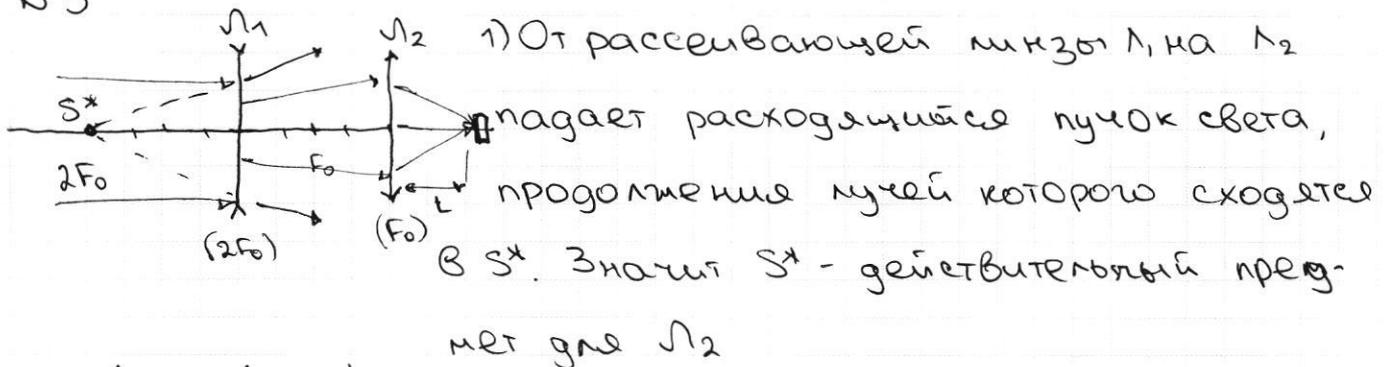
$$\Omega_{AB} = \frac{7}{2} \cdot \frac{4\pi}{9} = \frac{14\pi}{9}$$

$$E_{AB} = \frac{2\sigma}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{14\pi}{9} = \frac{6}{9\epsilon_0} \quad E_{BC} = \frac{6}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{4\pi}{9} = \frac{6}{9\epsilon_0}$$

$$E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{\sqrt{2}\sigma}{9\epsilon_0}$$

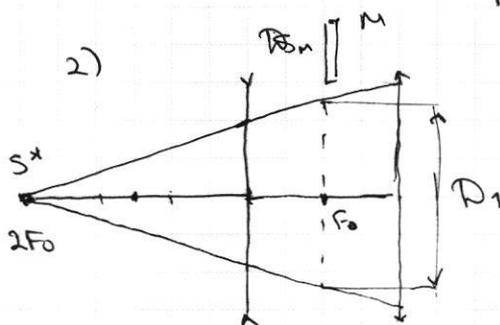
Ответ: 1) $\sqrt{2}$ 2) $\frac{\sqrt{2}\sigma}{9\epsilon_0}$

N5



$$\frac{1}{4F_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{4F_0} \quad f = \frac{4}{3}F_0 = L$$



Мощность света падающего на фотодетектор пропорциональна площади света попавшего на линзу L_2 . А значит в период с t_0 по t_1 мишень M

полностью находилась внутри D_1

$$D_1 = \frac{3}{4}D \text{ (из подобия треугольников)}$$

$$\frac{D_1 - D_M}{D_1} = \frac{I_1}{I_0} = \frac{7}{16} \quad D_1 - D_M = \frac{7}{16} D_1 \quad D_M = \frac{9}{16} D_1 = \frac{27}{64} D$$

За время t_0 мишень полностью оказалась в пучке

$$D_M = v \cdot t_0 \quad v = \frac{D_M}{t_0} = \frac{27}{64} \frac{D}{t_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 продолжение

В момент t_0 мишень верхним краем была у верхнего края пучка. В момент t_1 нижним краем была у нижнего края пучка. Тогда:

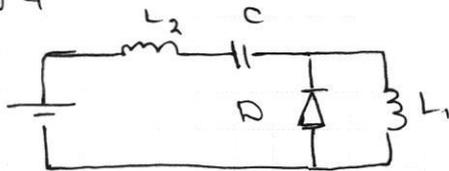
$$D_1 - D_2 = v(t_1 - t_0)$$

$$t_1 = \frac{D_1 - D_2}{v} + t_0 = \frac{\frac{3}{4}D - \frac{27}{64}D}{\frac{27}{64}D} t_0 + t_0 = \frac{48 - 27}{27} t_0 + t_0 =$$

$$= \frac{21}{27} t_0 + t_0 = \frac{7}{9} t_0 + t_0 = \frac{16}{9} t_0$$

Ответ: 1) $\frac{4}{3} t_0$ 2) $\frac{27}{64} \frac{D}{t_0}$ 3) $\frac{16}{9} t_0$

№4

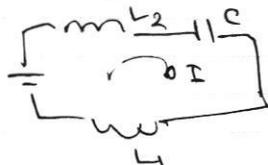


Когда ток течёт по часовой стрелке диод не пропускает ток

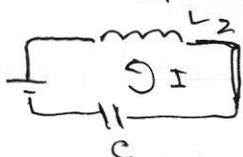
А когда ток течёт против часовой

стрелки диод открыт и $I_D \geq 0$ $U_D = U_{L1} = 0$, тогда

нашу схему можно разбить на 2:



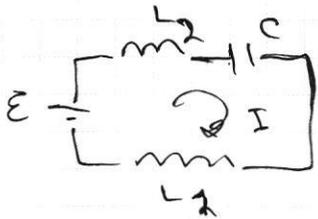
при I по часовой $T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$



при I против часовой $T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{L_2 C}}$

В каждом случае ток меняет направление раз в пол периода $\Rightarrow T_{пол} = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}} + \frac{\pi}{\sqrt{L_2 C}} = \frac{\pi}{\sqrt{L_2 C}} + \frac{\pi}{\sqrt{L_2 C}} = \frac{5\pi}{6\sqrt{L_2 C}}$

2) Первая схема



При I_{\max} $I' = 0 \Rightarrow U_{L1} = U_{L2} = 0$

$$U_C = \varepsilon \quad q = C U_C = C \varepsilon$$

$$L = L_{\text{экв}} = L_1 + L_2$$

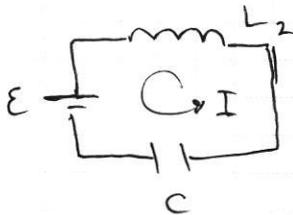
Закон изменения энергии где начального момента и момента первого достижения I_{\max}

$$A\delta = \frac{I_{\max 1}^2}{2} + \frac{C\varepsilon^2}{2} \quad 2\varepsilon \cdot C\varepsilon = I_{\max 1}^2(L_1 + L_2) + C\varepsilon^2$$

$$I_{\max 1} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = \text{максимальный ток через катушку } L_1$$

$$= \frac{\varepsilon}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

3) Вторая схема



Запишем закон изменения энергии

где первой схемы с начального

момента, по момент когда $I = 0$ т.е.

начального где второй схемы

$$\varepsilon q_k = \frac{q_k^2}{2C} \quad q_k = 2C\varepsilon$$

При $I_{\max 2}$ $I' = 0$ $U_{L2} = 0 \Rightarrow U_C = \varepsilon$ $q_2 = C\varepsilon$

Закон изменения энергии где момента, когда

ток 0 и момента I_{\max}

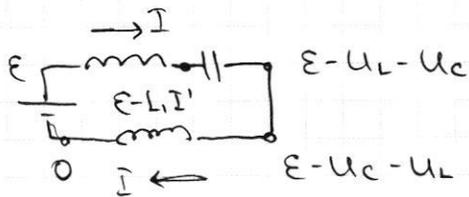
$$* A\delta = \frac{I_{\max 2}^2 L_2}{2} + \left(\frac{C\varepsilon^2}{2} - \frac{4C\varepsilon^2}{2} \right)$$

$$- \varepsilon(2C\varepsilon - C\varepsilon) = -C\varepsilon^2 = \frac{I_{\max 2}^2 L_2}{2} - \frac{3}{2} C\varepsilon^2$$

$$I_{\max 2}^2 L_2 = C\varepsilon^2 \quad I_{\max 2} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_2}} = \frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} > I_{\max 1}$$

значит $I_{\max 2}$ - максимальный ток через L_2

$$\text{Ответ: } 1) \frac{5\pi}{6\sqrt{LC}} \quad 2) \frac{\varepsilon}{3} \sqrt{\frac{C}{L}} \quad 3) \frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$



$$q = CE \sin(\sqrt{LC}t)$$

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{LC}} + \frac{\pi}{\sqrt{(L_1+L_2)C}}$$

$$I = \sqrt{LC} \cdot CE \cos(\sqrt{LC}t)$$

$$I_{L_1 \max} = CE \sqrt{(L_1+L_2)C} = 3CE \sqrt{LC}$$

$$I_{L_2 \max} = CE \sqrt{LC} = 2CE \sqrt{LC}$$

$$I_{2 \max} =$$

$$\frac{CE^2}{2} = \frac{L I_{\max}^2}{2}$$

$$I_{\max} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}} \quad I_{1 \max} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$$

$$U_L^* = \varepsilon \quad I'(L_1+L_2) = \varepsilon \quad I' = \frac{\varepsilon}{L_1+L_2}$$

$$\varepsilon + I'(L_1+L_2) =$$

$$A\delta = \frac{I^2 L}{2} + \frac{C \varepsilon^2}{2}$$

$$CE^2 = \frac{I^2 L}{2} + \frac{CE^2}{2}$$

$$-2CE^2 = -\frac{I_{\max}^2 L}{2} + \frac{4CE^2}{2}$$

$$\varepsilon q_k = \frac{q_k^2}{2C}$$

$$q_k = 2CE$$

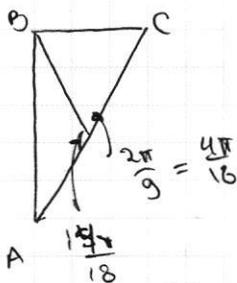
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$v_1 = 18 \quad v_2 = 20 \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{9}$$

$$v_{1x} = 2\sqrt{5} \quad v_{2x} = 16$$

$$v_{2x} - v_{1x} < 2u \quad v_{2x} - v_{1x} \quad u > 0 \quad u < 16$$

$$u > 8 - \sqrt{5}$$



$$\frac{\Omega_{AB}}{\Omega_{BC}} = \frac{1/4}{4} = \frac{1}{16}$$

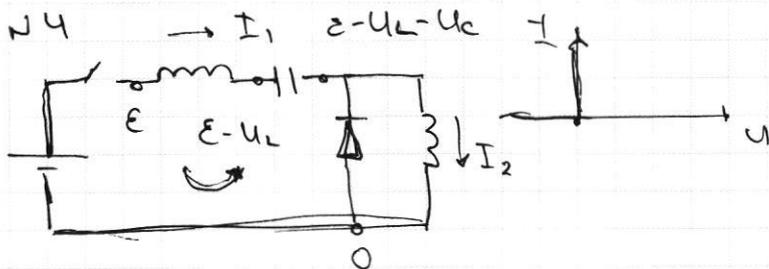
$$\Omega_{BC} = \frac{1}{4} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{2}$$

$$\Omega_{BC} = \frac{1}{9} \pi \quad \Omega_{AB} = \frac{1}{9} \cdot 2\pi \cdot 2$$

$$E_{AB} = \frac{\frac{2}{9} \cdot 6 \cdot \frac{1}{9} \cdot 2\pi}{4\pi \epsilon_0} = \frac{6}{9\epsilon_0}$$

$$E_{BC} = \frac{\frac{4\pi}{9} \cdot 6}{4\pi \epsilon_0} = \frac{6}{9\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sqrt{2} \cdot 6}{9\epsilon_0}$$



$$U < 0 \quad I \geq 0$$

$$U \geq 0 \quad I \neq 0$$

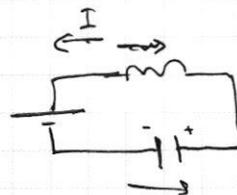
$$I_1' = \frac{E - U_L}{L} \quad I_2' = \frac{E - U_L - U_C}{L_2} = I_1' - \frac{U_C}{L_2}$$

$$U_C = L_2 I_2' = I_1' L_2 - U_C$$

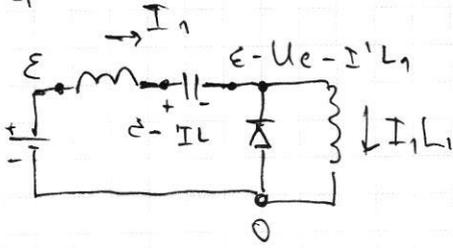
$$E - U_L - U_C - U_{L_2} = 0$$

$$E - I_1' L_1 - U_C - I_2' L_2 = 0$$

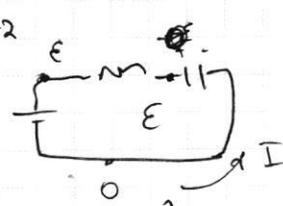
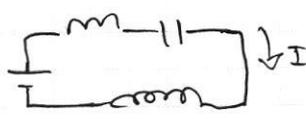
$$\begin{array}{r} \times 831 \\ 6 \\ \hline 4986 \end{array}$$



N4



$$\epsilon = U_C + I_1' L_1 + I_2' L_2$$

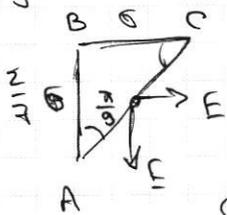


$$U_C + U_L = \epsilon$$

$$\frac{1}{2\sqrt{LC}} + \frac{1}{4\sqrt{(L_1+L_2)C}}$$

$$U_C = \frac{q}{C} \quad \frac{q}{C} + I_1' L_1 = \epsilon$$

N3



$$F_k = 2E \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} E$$

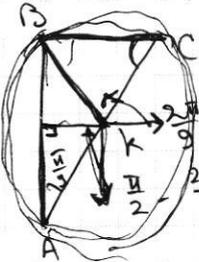
$$\frac{q}{C} + I_1' L_1 + I_2' L_2 = 0 \quad q + q'' L_1 C = C \epsilon$$

$$T = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$E_{\perp} = \frac{\Omega \cdot 6}{4\pi \epsilon_0}$$

$$F_{AB} = \frac{5 \cdot 10^{-5} \cdot 2}{9 \cdot \pi \cdot 7} \cdot 6$$

$$F_{BC} = \frac{10^{-5}}{2} \cdot \frac{6}{\pi \cdot \epsilon_0}$$



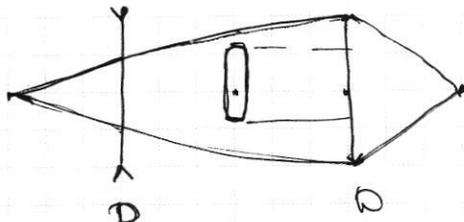
$$BC = AC \cdot \sin \frac{\pi}{9} \quad AB = AC \cdot \cos \frac{\pi}{9}$$

$$\frac{\Omega_{BC}}{\Omega_{AB}} = \frac{4}{5} \quad \Omega_{BC} + \Omega_{AB} = 2\pi$$

$$\Omega_{AB} \cdot \frac{5}{4} = 2\pi \quad \Omega_{AB} = \frac{10}{9} \pi$$

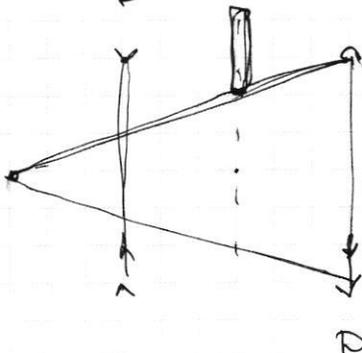
$$\Omega_{BC} = \frac{8}{9} \pi$$

N5



$$\frac{1}{3F_0} + \frac{1}{F} = \frac{1}{F_0} \quad \frac{1}{F} = \frac{2}{3F_0} \quad \varphi = \frac{3}{2} F_0$$

~~$$D_{\text{max}} = \frac{7}{16} D$$~~



$$D_M = \frac{7}{16} \cdot \frac{2}{3} D = \frac{7}{24} D$$

$$\frac{7}{24} D \cdot \frac{1}{T_0} = v$$

$$\frac{2}{3} D \cdot \frac{1}{T_0} = \frac{16}{7} T_0$$

$$\epsilon = \frac{q}{C} + q''(L_1 + L_2)$$

$$I_k = I_L = \sqrt{(L_1 + L_2)C} \cdot C \epsilon$$

$$q_k = \max_{t} C \epsilon (\sqrt{(L_1 + L_2)C} t)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

$$v_1 \cdot \sin \alpha = v_2 \cdot \sin \beta \quad v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{10}{9} \cdot 18 = 20$$



$$v_1 \cdot \cos \alpha + u$$



$$v_2 \cdot \cos \beta - u$$

$$v + u$$

$$p v + u$$

$$p v + 2u$$

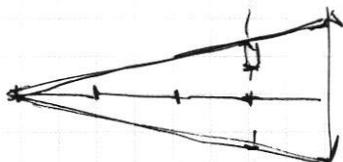
$$t_1 = \frac{D_1 - D_M}{v + T_0}$$

$$= \frac{\frac{3}{4} D - \frac{27}{64} D}{\frac{27}{64} T_0}$$

$$v = \frac{27}{64} \frac{D}{T_0}$$

$$T_0 + T_0 = \frac{7}{9} = \frac{16}{9} T_0$$

$$v_2 \cdot \cos \beta = v_1 \cdot \cos \alpha + 2u$$



$$\frac{D_1 - D_M}{D_1} = \frac{7}{16}$$

$$D_1 - D_M = \frac{7}{16} D_1$$

$$D_M = \frac{9}{16} D_1 = \frac{27}{64} D$$

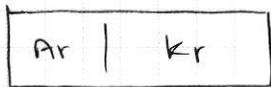
$$\frac{3}{4} D \quad D$$

$$\nu_1 = \nu_2 = \frac{3}{5} \text{ моль}$$

$$R = 8,31$$

2

$$T_1 = 320 \text{ K}$$



$$T_2 = 400 \text{ K}$$

$$p V_{H1} = \nu R T_1$$

$$\frac{V_{H1}}{V_{H2}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320}{400} = \frac{8}{10}$$

$$p V_{H2} = \nu R T_2$$

$$2) p (V_{H1} + V_{H2}) / 2 = \nu R T_K \quad \leftarrow V_{1K} = V_{2K} \text{ из МК}$$

$$p (\nu R T_1 + \nu R T_2) / 2 = \nu R T_K$$

$$[T_K = 360 \text{ K}]$$

$$3) Q = \nu C_p \Delta T = \nu \cdot \frac{5}{2} R \cdot (T_2 - T_K) = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot 40 = 60 \cdot 8,31 \text{ Дж}$$