Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

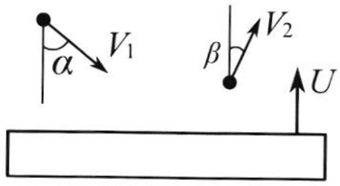
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 18 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{3}{5}\right)$ с вертикалью.



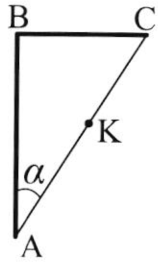
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона T_1 = 320 К, а криптона T_2 = 400 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

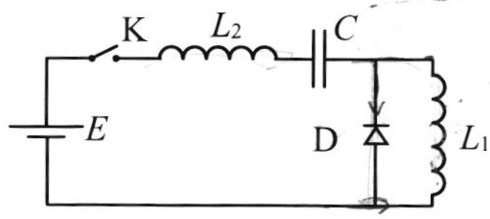
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

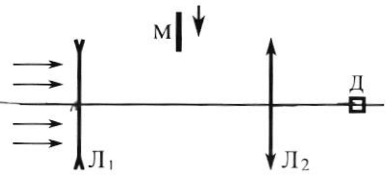
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

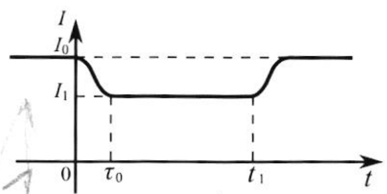
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от $Л_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

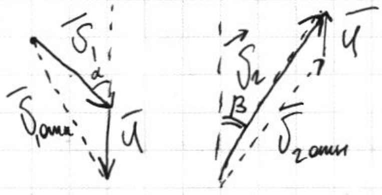
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

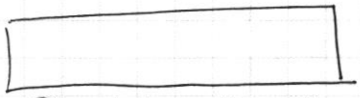
Задача 1. Т.к. поверхность плиты гладкая, то при ударе (плиты массивная) в системе отсчета массивной плиты удар является упругим

$\vec{v}_{1отн} = \vec{v}_{2отн} \Longrightarrow |\vec{v}_1 - \vec{u}| = |\vec{v}_2 - \vec{u}|$ (составляющая параллельная плоскости плиты одинакова)



Заметим, что С.О. не меняет горизонтальной (отн. рисунка) составляющей рисунка, поэтому

$$v_1 \cdot \sin\alpha = v_2 \sin\beta$$



$\{ v_2 = V_2,\ v_1 = V_1 \}$

1) $V_2 = v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \cancel{При}\ 18\frac{м}{с}\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}} = 2\cdot 2\cdot 5\frac{м}{с} = 20\frac{м}{с}$

2.1) Вертикальная (отн. рисунка) составляющая $|v_{1отн\perp}| = |v_{2отн\perp}|$ если $\cos\alpha > 0, \cos\beta > 0$.

$$\begin{cases} v_{1отн\perp} = v_1\cos\alpha + u; \\ v_{2отн\perp} = v_2\cos\beta - u; \end{cases} \xrightarrow{\text{в СИ}} 0 = (v_1\cos\alpha - v_2\cos\beta) + 2u$$

$$U_1 = u_1 = -\frac{v_1\cos\alpha - v_2\cos\beta}{2} = \frac{20\cdot\sqrt{1-\frac{9}{25}} - 18\cdot\sqrt{1-\frac{4}{9}}}{2} =$$

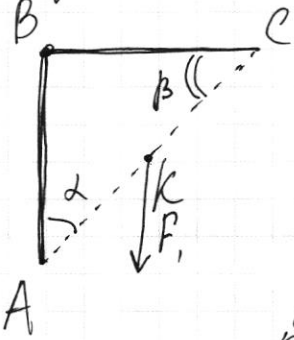
$$= \frac{16 - 6\cdot\sqrt{5}}{2} = 8 - 3\sqrt{5} \approx 8 - 3\cdot 2{,}2 = 1{,}4\ \frac{м}{с}.$$

~~Ответ: $v_2 = 20\frac{м}{с}$; $U = 1{,}4\frac{м}{с} < (8-3\sqrt{5})\frac{м}{с}$~~.

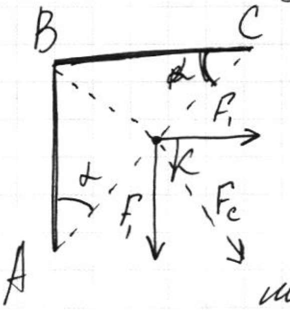
2.2) Рассмотрим ситуацию, когда $\cos\alpha < 0$, $\cos\beta > 0$, тогда ~~$v_{1отн}$~~ $U_2 = u_2 = \frac{+20\cdot\frac{4}{5} + 18\frac{\sqrt{5}}{3}}{2}$ ~~u, не подходит под условие задачи ($u > 0$, направлена u вверх)~~

~~Аналогично~~ $U_2 = (8 + 3\sqrt{5})\frac{м}{с} = 14{,}6\ \frac{м}{с}$ Продолжение на странице 8

Задача 3. 1) Сила, с которой в первом пункте действует пластина BC на заряд q назовем F_1. В силу того, что $\alpha = \frac{\pi}{4}$, то $\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$, то есть относительно прямой BK треугольник симметричен.



В силу суперпозиции электр. полей, а также симметрии сторон AB и BC относительно BK, то ~~поле~~ заряженная до с той же пов-стной плотностью заряда пластина AB будет действовать на K с той же силой F_1.

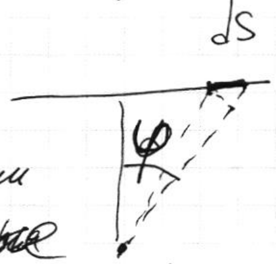


В силу перпендикулярности пластин, силы воздействия тоже будут перпендикулярны, а суммарная сила $F_c = \sqrt{2F_1^2} = \sqrt{2}F_1$

Напряженность поля $E = \frac{F}{q}$, значит, напряженность увеличилась в $k = \frac{\frac{F_c}{q}}{\frac{F_1}{q}} = \frac{F_c}{F_1} = \sqrt{2} = 1,414$.

2) Сила ~~с которой~~ воздействия малого кусочка пластины dS плотн. заряда σ_x на точку K:

$$dF_k = \frac{kq\sigma_x \cdot dS}{r^2}.$$



В силу того, что точка K находится на серединном перпендикуляре и от AB, и от BC, то суммарные силы $F_{сум}$ от пластины BC и AB будут направлены перпендикулярно BC и AB соответственно, тогда

$$dF = \frac{kq\sigma_x dS}{r^2} \cdot \cos\varphi = kq\sigma_x \cdot d\Omega,$$ где Ω — телесный угол пластины отн. т. K.

Т.к. пластины плоские и прямоугольные, то телесный угол каждой из пластин мы можем найти, как

$\Omega = \frac{\gamma}{2\pi} \cdot 4\pi = 2\gamma$, где γ — это угол $\angle CKB$ или

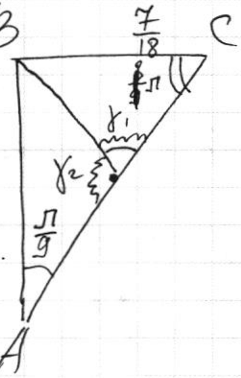
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Продолжение задачи 3
угол ∠AKB для вычисления напряжения пластин BC и AB соответственно.

$dE = k\sigma_x\, d\Omega \Longrightarrow E = k\sigma_x \Omega$.

Вычисляем E_{AB} и E_{BC} для условий пункта 2:

$E_{BC} = k\sigma \cdot 2\gamma_1 = \cancel{2k\sigma\cdot\left(\pi - \frac{16}{9}\pi\right)} = k\sigma\cdot 2\left(\pi - \frac{14}{18}\pi\right) = 2k\sigma\cdot\frac{4}{18}\pi = \frac{4}{9}k\sigma\pi.$



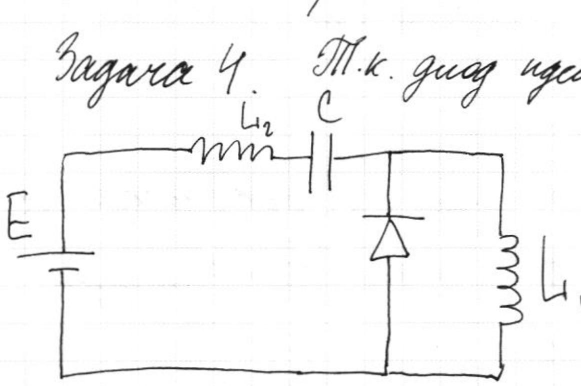
$E_{AB} = k\cdot\frac{2}{7}\sigma\cdot 2\gamma_2 = \frac{4}{7}k\sigma\pi\left(1-\frac{2}{9}\right) = \frac{4}{9}k\sigma\pi.$

Получается, что $|E_{BC}| = |E_{AB}|$, при этом $\vec{E}_{BC} \perp \vec{E}_{AB}$, поэтому, исходя из пункта 1, мы можем сказать, что суммарная напряженность $E_{сум} = \sqrt{2}E_{AB}$

$E_{сум} = \sqrt{2}E_{AB} = \sqrt{2}\cdot\frac{4}{9}k\sigma\pi \approx 1{,}885\, k\sigma$

Ответы: 1) в $\sqrt{2} = 1{,}414$ раза, 2) $\frac{\sqrt{2}\cdot 4}{9}\pi k\sigma \approx 1{,}885\, k\sigma$.

Задача 4. Т.к. диод идеальный, то при его открытии, напряжение на нем нулевое.



Запишем 2 закон Кирхгофа для всей цепи когда в) диод открыт (ток через него не идет), а) диод закрыт (ток через него идет)

а) $E - L_2\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}$.

б) $E - (L_1+L_2)\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}$.

Заметим, что диод ~~открыт~~ запирается тогда, когда $I\cancel{L_1\frac{dI}{dt}} \le 0$.

В начальный момент $q=0$, $L_1\cancel{\frac{dI}{dt}}$ ~~...~~, $I=0$. Происходят колебания (учитывая, что $\frac{dI}{dt}=\ddot{q}$):

$$(L_1+L_2)\ddot{q}+\frac{q}{C}=E;\quad \text{Ур-е колебаний: } \ddot{q}+\frac{q}{C(L_1+L_2)}=\frac{E}{L_1+L_2}.$$

$$q=q_0\cos\left(\frac{t}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}\right)+EC \qquad \left\{\omega_1^2=\frac{1}{C(L_1+L_2)}\right\}$$

$$q(0)=0\Rightarrow q_0\cdot\cos 0+EC=0\Rightarrow q_0=-EC. \qquad T_1=2\pi\sqrt{C(L_1+L_2)}$$

В начале $q(t)$ возрастает так же как и $-EC\cos\frac{t}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}$

$I(0)=0=\frac{EC}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}\sin 0=0.\rightarrow$ ур-е колебаний верно

Но в момент, когда $I\cancel{\frac{dI}{dt}}$ становится отрицательным (если отсчитывать напр. тока по часовой стрелке), тогда ур-я колебания ~~становятся~~ выводятся из уравнения а)

$$L_2\ddot{q}+\frac{q}{C}=E\Longrightarrow\ddot{q}+\frac{q}{CL_2}=\frac{E}{L_2};\quad q=q_0'\cos\frac{t}{\sqrt{CL_2}}+EC.$$

$$\omega_2^2=\frac{1}{CL_2}\Longrightarrow T_2=\frac{2\pi}{\omega_2}=2\pi\sqrt{CL_2} \qquad q(0)=2EC\Rightarrow q_0'=EC$$

(начало этих колебаний)

При колебаниях q, половину периода справедливо $I\cancel{\frac{dI}{dt}}\ge 0$, половину $I\frac{dI}{dt}\le 0$, поэтому колебания период в итоге будет складываться из половины периода T_1 и половины T_2

$$T_{сум}=\frac{T_1+T_2}{2}=\pi\sqrt{C}\cdot\left(\sqrt{L_1+L_2}+\sqrt{L_2}\right)=$$

$$=\pi\sqrt{CL}\cdot\left(\sqrt{9}+\sqrt{4}\right)=5\pi\sqrt{CL}.$$

2) Максимальное значение тока через L_1, достигается ~~перед моментом размыкания~~ ~~до~~ диода когда $\frac{dI}{dt}=0$, тогда

$$I_{01}=I_{1max}=\left(\frac{q_0\cos\frac{t}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}\right)_{max}=\frac{-q_0}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}=\frac{EC}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}=$$

$$=\frac{E}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Продолжение на стр. 5

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4 продолжение. Для катушки L_2 есть 2 момента, когда $\frac{dI}{dt}=0$. → это момент из 1-ого „полуколебания" и 2-ого. Токи в эти моменты на нем по модулю:

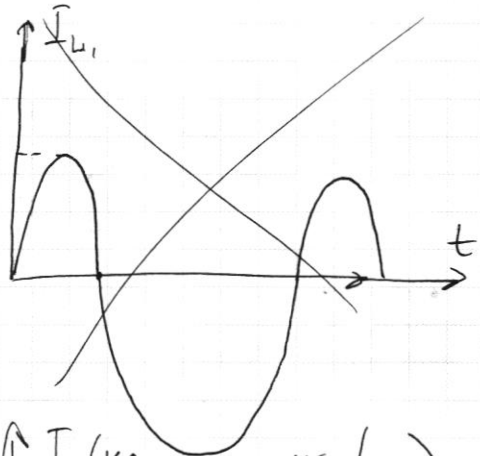
$$I_{1x} = \left(\frac{q_0 \left(\cos \frac{t}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}\right)}{\sqrt{C(L_1+L_2)}}\right)_{max} = \frac{EC}{\sqrt{(L_1+L_2)C}} = \frac{E}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

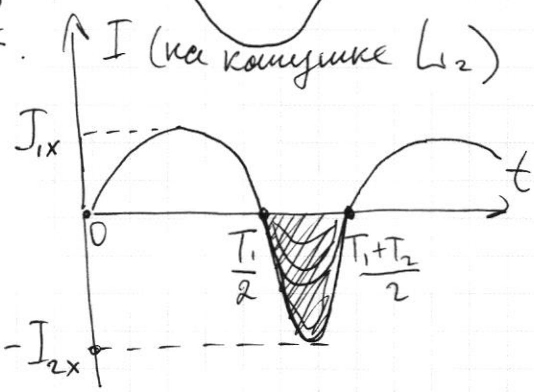
для незамкнутого диода

для замкнутого:

$$I_{2x} = \left|\left(\frac{q_0 \cos \frac{t}{\sqrt{CL_2}}}{\sqrt{CL_2}}\right)_{min}\right| = \frac{EC}{2\sqrt{CL}} = \frac{E}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} > I_{1x}$$

→ максимальный ток через катушку L_2 — $I_{02} = \frac{E}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$.





Ответы: 1) $5\pi\sqrt{CL}$, 2) $\frac{E}{3}\sqrt{\frac{C}{L}}$; 3) $\frac{E}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$.

Задача 5. 1) Т.к. свет фокусируется после прохождения линз в фотодетекторе, тогда, обозначив искомое расст. за f, мы можем записать для расстояний формулу тонкой линзы, считая, что ~~свет~~ параллельный ГОО пучок света после прохождения через рассеивающую линзу можно считать за ис-

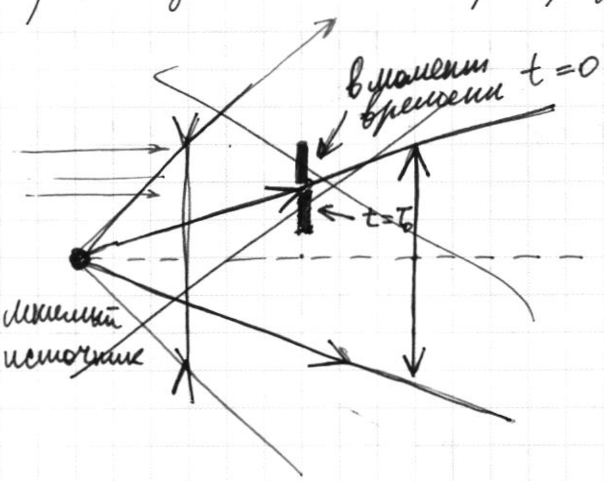
~~задача~~ точник света, расположенный в дальнем от $Л_2$ фокусе.

$$\frac{1}{f}+\frac{1}{(2F_0+2F_0)}=\frac{1}{F_0}\longrightarrow\frac{1}{f}=\frac{3}{4F_0}\Rightarrow f=\frac{4}{3}F_0.$$

формула тонкой линзы

задача 5 продолжение

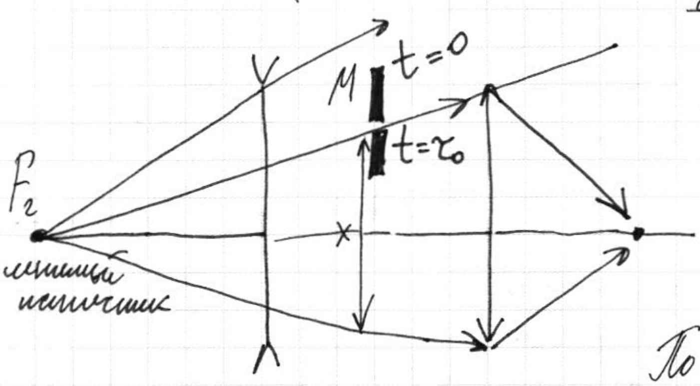
2) Мощность тока пропорциональна доле попадающего на детектор света Ω:



$$\Omega_1=\frac{\cancel{D}\,\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2}{4\pi(4F_0)^2}$$, из-за того, что $D\ll F_0$.

После полного вхождения мишени в область фокусирующегося света доля уменьшится до Ω_2:

~~$\Omega=\frac{D^2-d^2}{16\pi(4F_0)^2}$, где d - диаметр мишени~~



$$\Omega_2=\frac{\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2}{4\pi(4F_0)^2}-\frac{d^2}{16(3F_0)^2}$$

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1}=\frac{\frac{D^2}{16}-\frac{d^2}{9}}{\frac{D^2}{16}}=1-\left(\frac{4}{3}\frac{d}{D}\right)^2$$

По условию,

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1}=\frac{I_1}{I_0}=\frac{7}{16}=1-\left(\frac{4}{3}\frac{d}{D}\right)^2$$

$$\left(\frac{4}{3}\frac{d}{D}\right)^2=\frac{9}{16}\rightarrow\frac{4d}{3D}=\frac{3}{4}\Longrightarrow d=\frac{9}{16}D.$$

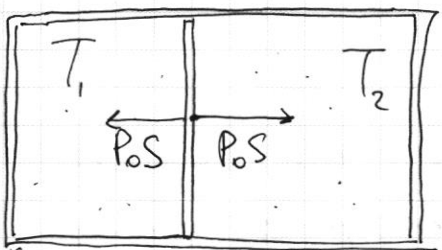
Следовательно, расстояние d мишень ~~преодолевала~~ прошла за τ_0 со скоростью $\upsilon=\frac{d}{\tau_0}=\frac{9D}{16\tau_0}$.

Чтобы ~~выйти~~ начать выходить из поля фокусирующегося света мишени нужно преодолеть расстояние $x=\frac{3}{4}D$ (из подобия фигур (треугольников) из т. F_2). С начала движения пройдет время $t_1=\frac{x}{\upsilon}=\frac{3D\cdot16\tau_0}{4\cdot9D}=\frac{4}{3}\tau_0$.

Ответы: 1) $\frac{4}{3}F_0$, 2) $\frac{9D}{16\tau_0}$, 3) $\frac{4}{3}\tau_0$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2. Запишем закон Менделеева-Клапейрона для начальных ~~об~~ состояний газов:



$P_0V_1 = \nu RT_1$ – сост. аргона

$P_0V_2 = \nu RT_2$ – сост. криптона.

$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

P_0 – давление ~~в~~ каждого из газов, т.к. поршень находится в сост. равновесия $ma = 0 = P_0S - P_0S$, где m – масса поршня, a – его ускорение.

Отношение нач. объёмов n:
$n = V_1 : V_2 = T_1 : T_2 =$
$= 320 : 400 = 4 : 5.$

2) Запишем закон сохранения энергии для газов ~~(отн~~

$$\cancel{Q = A + \frac{3}{2}\nu R\Delta T \quad Q = \frac{3}{2}\nu R(T_1 + T_2)}$$

$Q = \frac{3}{2}\nu R(2T_{уст} - T_1 - T_2) = 0$, т.к. тепло к сосуду не подводили

$T_{уст} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{400 + 320}{2} = 360\ K.$

3) Запишем ~~2-ой закон~~ закон сохранения энергии для аргона: (Q – теплота, переданная криптоном аргону)

$Q = \frac{5}{2}\nu R\Delta T$, т.к. исходя из закона Менделеева-Клапейрона $P_x(V_1' + V_2') = \nu R(T_1' + T_2')$, где V_1', V_2', T_1' и T_2' – объёмы аргона и ~~ксенона~~ криптона и их объёмы соответственно

$V_1' + V_2' = const$, $T_1' + T_2' = T_1 + T_2 = const$ (исходя из з. сохранения энергии, т.к. отсутствуют внешние силы) $\Rightarrow P_x = P_0 =$
$= const$, процесс нагрева для обоих газов изобарический,

а $C_p = \frac{i+2}{2}\cancel{\nu}R = \frac{5}{2}R$ в нашем случае, следовательно

$Q = \frac{5}{2}\nu R\Delta T = \frac{5}{2}\cdot\frac{3}{5}\cdot 8{,}31\cdot(360-320)$ Дж $= (60\cdot 8{,}31)$ Дж $=$

$= 487{,}8$ Дж.

Ответы: 1) объем аргона к объему криптона относится как 4:5, 2) 360 K, 3) 487,8 Дж.

Задача 1. Продолжение. и ~~когда~~ если $\cos\alpha > 0$ и $\cos\beta < 0$

Если $\cos\alpha < 0$, $\cos\beta < 0$, то U получится отрицательный, что противоречит условиям, в которых плита движется вверх, значит, скорость плиты U может быть равной либо U_1, либо U_2. С учетом $\sqrt{5} \approx 2{,}24$

$U_1 = (8 - 3\sqrt{5})\,\frac{м}{с} \approx 1{,}28\,\frac{м}{с}$

$U_2 = (8 + 3\sqrt{5})\,\frac{м}{с} \approx 14{,}72\,\frac{м}{с}$.

Ответы: $V_2 = 20\,\frac{м}{с}$; возможные значения U – это $U_1 = (8 - 3\sqrt{5})\,\frac{м}{с} \approx 1{,}28\,\frac{м}{с}$ и $U_2 = (8+3\sqrt{5})\,\frac{м}{с} \approx 14{,}72\,\frac{м}{с}$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)