

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

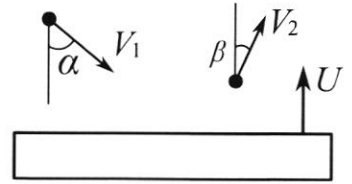
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

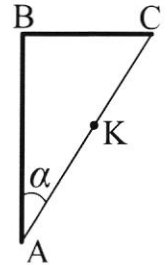


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

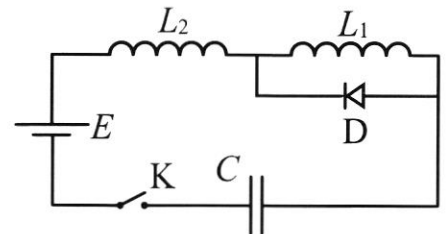
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



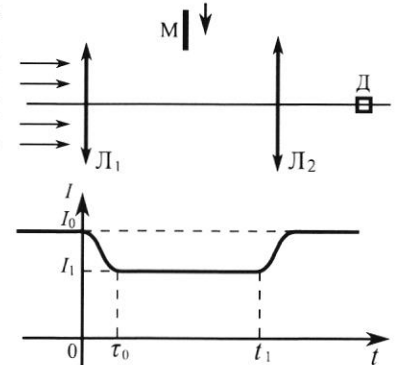
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.

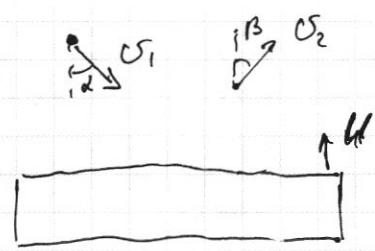


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1



1)

ЗСУ:

$$x: m v_1 \sin \alpha = M U_x + m v_2 \sin \beta$$

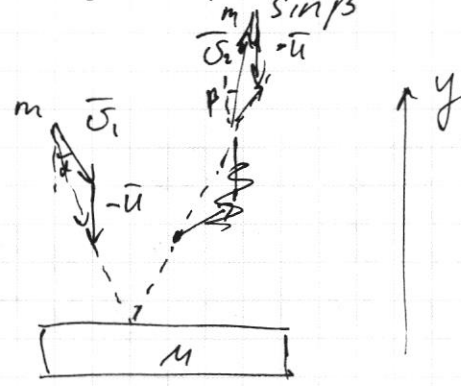
$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 12 \cdot \frac{3}{2} = 18 \frac{m}{c}$$

2)

отн плиты:

$$\begin{aligned} \text{ЗСЭ: } \frac{m v_1^2}{2} + \frac{M u^2}{2} &= \\ &= Q + \frac{m v_2^2}{2} + \frac{M u_1^2}{2} \end{aligned}$$



ЗСУ: $y: m(v_1 \cos \alpha + u)$

ЗСУ:

$$y: m v_1 \cos \alpha - M u = -m v_2 \cos \beta - M u_1$$

$$\begin{aligned} \frac{m v_1^2}{2} + \frac{M u^2}{2} &= Q + \frac{m v_2^2}{2} + \frac{M}{2} \left(u + \frac{m(v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha)}{M} \right)^2 \\ &- 2 \frac{m}{M} u (v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha) \end{aligned}$$

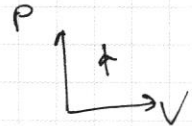
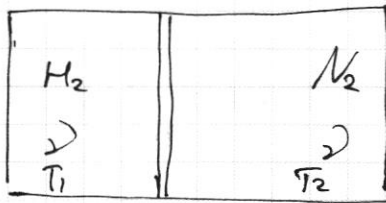
$$\begin{aligned} m(v_1^2 - v_2^2) &= 2Q - 2m u (v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha) \\ u &= \frac{Q}{m(v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha)} + \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2(v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha)} \end{aligned}$$

$u \Rightarrow \frac{9 \cdot 45}{2(\sqrt{2} + 3\sqrt{3})} \frac{m}{c}$
 $u \Rightarrow \frac{45}{4(\sqrt{2} + 3\sqrt{3})} \frac{m}{c}$

$$d = \frac{6}{7} \text{ мм}$$

$$T_1 = 350 \text{ K}$$

$$T_2 = 550 \text{ K}$$



$$C_V = \frac{5R}{2} = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{\frac{i}{2} \Delta R \Delta T}{\Delta T} + \frac{\Delta P V}{\Delta T} = \frac{iR}{2} + \frac{\Delta R \Delta T}{\Delta T} = \frac{i+2}{2} R \quad i=5$$

1)

$$P_{H_2} = P_{N_2} = \frac{2R T_1}{V_{H_2}} = \frac{2R T_2}{V_{N_2}}$$

$P_{H_2} = P_{N_2}$ - тк поршень не движется сразу

$$\frac{T_1}{V_{H_2}} = \frac{T_2}{V_{N_2}}$$

$$\frac{V_{H_2}}{V_{N_2}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11} \approx \underline{\underline{0,636}}$$

2)

$$\sum_i Q_{нар} = \sum_i Q_{конт}$$

$$\sum_i \Delta Q = 0 \quad \text{тк соединены изол. ||} \quad \sum_i \vec{F}_g d\vec{s} = \sum_i -d\vec{F}_g d\vec{s}$$

$$\frac{5}{2} 2R (T_k - T_1) + \frac{5}{2} 2R (T_k - T_2) + A_{H_2} + A_{N_2} = 0$$

$$T_k - T_1 + T_k - T_2 = 0$$

$$T_k = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{350 \text{ K} + 550 \text{ K}}{2} = 450 \text{ K} \quad V_{H_2} = V_{N_2} = \frac{2R T_k}{P_k}$$

3)

$$\Delta U = \frac{5}{2} 2R (T_k - T_1)$$

$$Q_{соедин.} = \Delta U + A$$

$$dA = P dV = 2R T \frac{dV}{V}$$

$$Q_0 = Q_{H_2 к} + Q_{N_2 к}$$

$$Q_{H_2 к} = \Delta U + A + Q_{H_2 к}$$

$$Q_0 = Q_{H_2 к} + Q_{N_2 к}$$

$$Q_{N_2 к} = -\Delta U - A + Q_{N_2 к}$$

$A = \Delta U$ тк изол. || и поршень не движется.

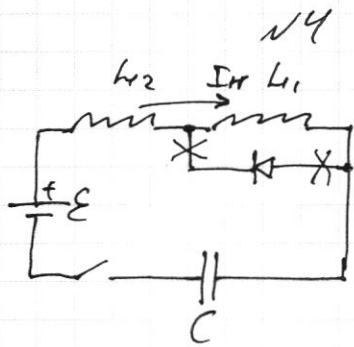
$$\Rightarrow Q_{соедин.} = 2\Delta U = 5 \cdot 2R (T_k - T_1)$$

$$Q_{H_2 к} - Q_{H_2 к} = 2A + 2\Delta U + Q_{H_2 к} - Q_{H_2 к}$$

$$Q_{соедин.} = 3561,3 \text{ Дж}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

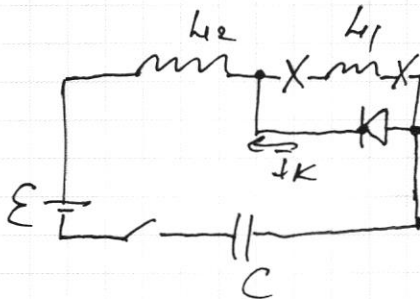
$L_1 = 4H$
 $L_2 = 3H$



1) t_1 : $(L_2 + L_1) \dot{I}_H + \frac{q}{C} = \varepsilon$
 $\dot{I}_H + \frac{q}{C(L_2 + L_1)} = \frac{\varepsilon}{L_2 + L_1}$

$T_1 = 2\pi \sqrt{C(L_2 + L_1)}$

тк ток в эту сторону только разово за время

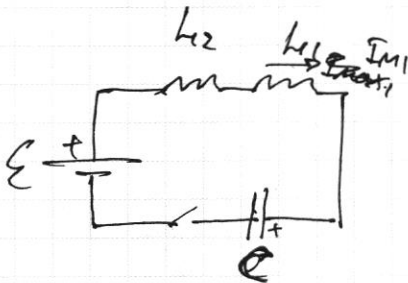


$t_1 = \frac{T_1}{2}$

t_2 : $L_2 \dot{I}_K + \frac{q}{C} = \varepsilon$
 $\dot{I}_K + \frac{q}{CL_2} = \frac{\varepsilon}{L_2}$

$T = t_1 + t_2 = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \frac{2\pi \sqrt{C(L_2 + L_1)} + 2\pi \sqrt{CL_2}}{2}$
 $= \pi (\sqrt{7CL} + \sqrt{3CL}) = \pi \sqrt{CL} (\sqrt{7} + \sqrt{3})$

2)



$I_{M1} = \text{max} \Rightarrow \frac{dI_{M1}}{dt} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow U_C = \varepsilon$

$q_1 = CE$

ЗСЭ: $\frac{CE^2}{2} - \frac{q_1^2}{2C} - \frac{(L_1 + L_2) I_{M1}^2}{2} = \varepsilon q_1$
 $(L_2 + L_1) I_{M1}^2 = CE^2$

$I_{M1} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$

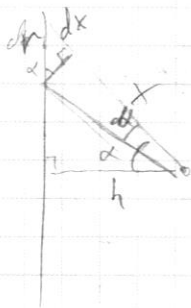
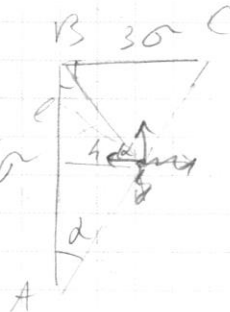
ан след мет

$$\int \frac{\sigma \cos \beta r}{dr 2\pi \epsilon_0 x} = \int \frac{\sigma \cos^2 \beta}{2\pi \epsilon_0 x^2 d\beta} = \int \frac{\sigma h^2}{2\pi \epsilon_0 x^4 d\beta} = \int \frac{\sigma h^2}{2\pi \epsilon_0 x^4} \cos \beta = \frac{\sigma h^2}{2\pi \epsilon_0 x^4} \left[\sin \beta \right] = \frac{\sigma h^2}{2\pi \epsilon_0 x^4} \sin \beta$$

$$dr = \frac{x d\beta}{\cos \beta}$$

$$\cos \beta = \frac{h}{x}$$

$$x d\beta = \frac{h^2 dx}{x^2}$$



$$\frac{h}{x} = \cos \alpha \quad x = \frac{h}{\cos \alpha}$$

$$x^3 = 3x^2$$

$$E_{hi} = \frac{\sigma h}{2\pi \epsilon_0}$$

$$Q_0 = Q_{N1} + Q_{N2}$$

$$Q_0 = Q_{N1} + Q_{N2}$$

$$Q_{N1} - Q_{N2} = 2A + Q_{N1} - Q_{N2}$$

$$= 2A - 2A + 2A + Q_{N1} - Q_{N2}$$

$$Q_{N1} - Q_{N2} = 2A + Q_{N1} - Q_{N2}$$

$$Q_{N1} = Q_{N1} + Q_{N2}$$

$$Q_0 = Q_{N1} + Q_{N2}$$

$$Q_0 = Q_{N1} + Q_{N2}$$

$$E_{hi} = E_i \cos \alpha dx = \frac{\lambda \cos \alpha dx}{2\pi \epsilon_0 x^2} = \frac{\sigma \cos \alpha dx}{2\pi \epsilon_0 x^2} = \frac{\sigma \cos \alpha}{2\pi \epsilon_0 x^2} dx$$

$$\cos \alpha dx = x d\alpha$$

$$\frac{h}{x} = \cos \alpha \quad x = \frac{h}{\cos \alpha}$$

$$E_{hi} = \frac{\sigma h}{2\pi \epsilon_0} \int \cos^2 \alpha d\alpha = \frac{\sigma h}{2\pi \epsilon_0} \left[\frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right] = \frac{\sigma h}{2\pi \epsilon_0} \left[\frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right]_{\alpha=0}^{\alpha=\beta}$$

$$5 \cdot \frac{6}{7} \cdot 831 = 118,7$$

$$831 \cdot \frac{7}{118,7} = 49,9$$

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{2\pi \sigma}{4\pi \epsilon_0}$$

$$E_{hi} = \frac{\sigma h}{2\pi \epsilon_0} \int \cos^2 \alpha d\alpha = \frac{\sigma h}{2\pi \epsilon_0} \left[\frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right]$$

$$Q_{N1} - Q_{N2} = 2A + Q_{N1} - Q_{N2}$$



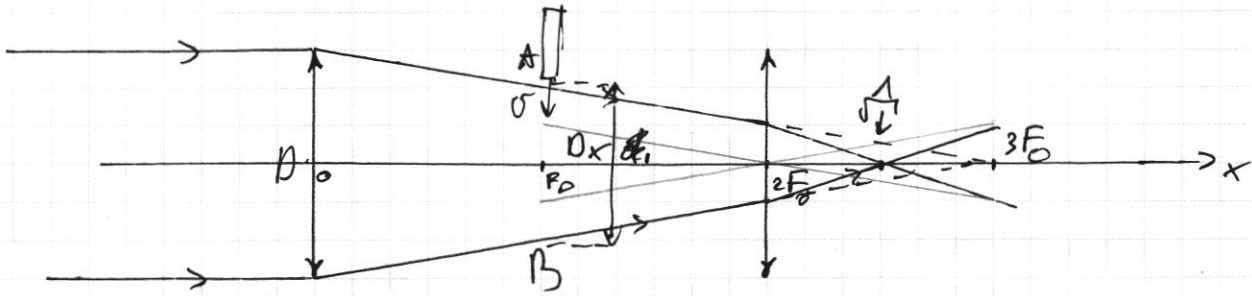
$$V_k = \frac{2\pi R T}{P}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 x}$$

$$E_{hi} = \frac{\sigma h}{2\pi \epsilon_0} \int \cos^2 \alpha d\alpha = \frac{\sigma h}{2\pi \epsilon_0} \left[\frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right]$$

$$Q_0 = Q_{N1} + Q_{N2}$$

$$Q_0 = Q_{N1} + Q_{N2}$$



1) в точке где дефектор лучи собираются в точку

$$I_1: \frac{1}{d \rightarrow \infty} + \frac{1}{F} = \frac{1}{3F_0}$$

$$F = 3F_0 - \text{за II мизой на } 3F_0 - 2F_0 = F_0$$

$$II \text{ л: } -\frac{1}{d_1} + \frac{1}{FA} = \frac{1}{F_0}$$

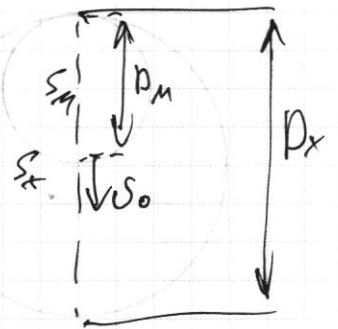
$$-\frac{1}{F} + \frac{1}{FA} = \frac{1}{F_0}$$

$$FA = \frac{F_0}{2}$$

2) $\frac{D_x}{D} = \frac{2F_0}{3F_0} = D_x = \frac{2}{3} D$

$$I \sim L \sim S \Rightarrow I_1 = k(S_x - S_M) = \frac{5}{9} I_0$$

$$I_0 = k S_x$$



$$S_x = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi D^2}{9}$$

$$S_M = \frac{\pi D_M^2}{4}$$

$$S_x - S_M = \frac{5}{9} S_x$$

$$\frac{4}{9} S_x = S_M \Rightarrow \frac{4D^2}{9^2} = \frac{D_M^2}{4}$$

$$D_M = \frac{4}{9} D$$

уголок от t_0 до t_1 - это момент когда мишень целиком в области А В \Rightarrow она вложила в нее в момент $t_0 \Rightarrow \sigma = \frac{D_M}{t_0} = \frac{4}{9} \frac{D}{t_0}$

3) см след стр.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3)

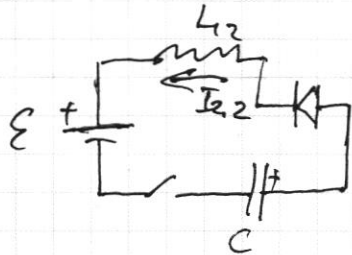
и ч. продолж.

Если ток течет

может быть 2 знака ~~по~~ жебренности тока

$$I_{M2} \begin{cases} \rightarrow I_{2.1} = I_{M1} \\ \rightarrow I_{2.2} = I_{M2} \text{ (когда вообр. стр.)} \end{cases}$$

$I_{2.2}$:



аккают $\mathcal{E}_{ин} = 0$

$$U_C = \mathcal{E}$$

$$q_1 = C\mathcal{E}$$

ЗСЭ:

$$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L_2 I_{2.2}^2}{2} = C\mathcal{E}^2$$

$$L_2 I_{2.2}^2 = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$$

$$I_{2.2} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{4L_2}} > \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{4L_1 + 4L_2}} \Rightarrow ?$$

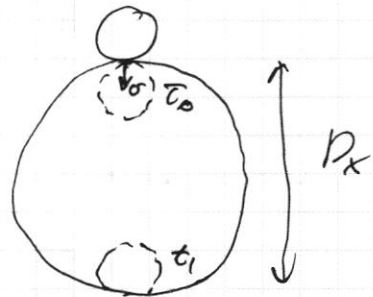
$$\Rightarrow I_{M2} = I_{2.2} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{4L_2}}$$

Ответ: $\Gamma = \pi \sqrt{C L_0 (\sqrt{7} + \sqrt{3})}$; $I_{M1} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{7L_1}}$; $I_{M2} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{3L_1}}$

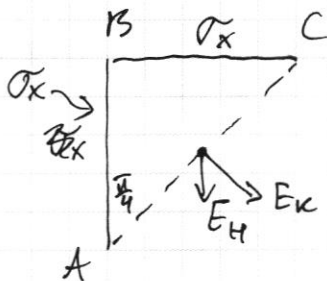
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $t_1 = \frac{D_x}{U_0} = \frac{\frac{2}{3} D}{\frac{4}{9} U} t_0 = \frac{3}{2} t_0$ *и 5 продолж*

Ответ: $\frac{E_0}{2}$; $\frac{4D}{9t_0}$; $\frac{3}{2} t_0$



1)



и 3

$E_H = E_{BC}$ *тк пластины не движутся и AB не создает поле для камня*
 $E_K^2 = E_{BC}^2 + E_{AB}^2$

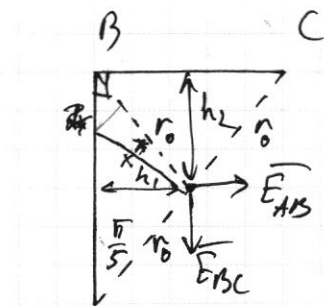
$|E_{BC}| = |E_{AB}|$

тк $\Delta ABC - \text{р/б} \Rightarrow$ кат. стороны равны и размеры пластин равны.

$E_K = E_{BC} \sqrt{2}$

$E_K = E_H \sqrt{2}$

2)



$k = \frac{E_K}{E_H} = \sqrt{2}$
 $E = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2}$

$\frac{E_{AB}}{2} = \int E_i \cos \beta_i = \int \frac{\lambda \cos \beta_i}{2\pi \epsilon_0 x} =$ *мин. радиус*

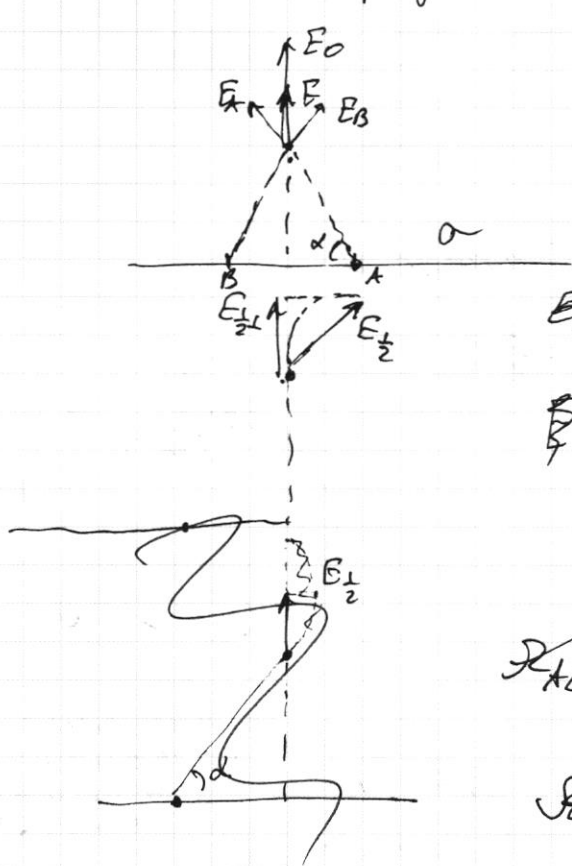
$= \int \frac{\sigma h}{2\pi \epsilon_0 x} dx =$

$= \int \frac{\sigma h}{2\pi \epsilon_0 \sqrt{h_1^2 + r^2}} dr = \int \frac{\sigma h_1}{2\pi \epsilon_0 (h_1^2 + r^2)} dr^2$

$= \frac{\sigma h_1}{2\pi \epsilon_0} \int_{r_0}^{h_1} \frac{dx}{(h_1^2 + y^2)} = \frac{\sigma h_1}{2\pi \epsilon_0} \int_{r_0}^{h_1} \frac{y^2 dy}{y^2 h_1^2 + 1}$

и продолж.

Вариант № 3 прогада



$$E_0 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

через теорему Гаусса

$$E_{\perp} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E_{\perp} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

$$E_{AB} = \frac{\rho_{AB} \Omega_{AB}}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E_{BC} = \frac{\rho_{BC} \Omega_{BC}}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\rho_{AB} = 4\pi \cdot \frac{2\pi}{2 \cdot \frac{\pi - \frac{\pi}{5}}{2}} = 4\pi \cdot \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}}$$

$$\rho_{BC} = 4\pi \cdot \frac{\pi}{\frac{\pi}{5}} = 4\pi \cdot 5$$

$$\rho_{AB} = 4\pi \cdot \frac{2(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5})}{2\pi} = 4 \cdot 0,3\pi = 1,2\pi$$

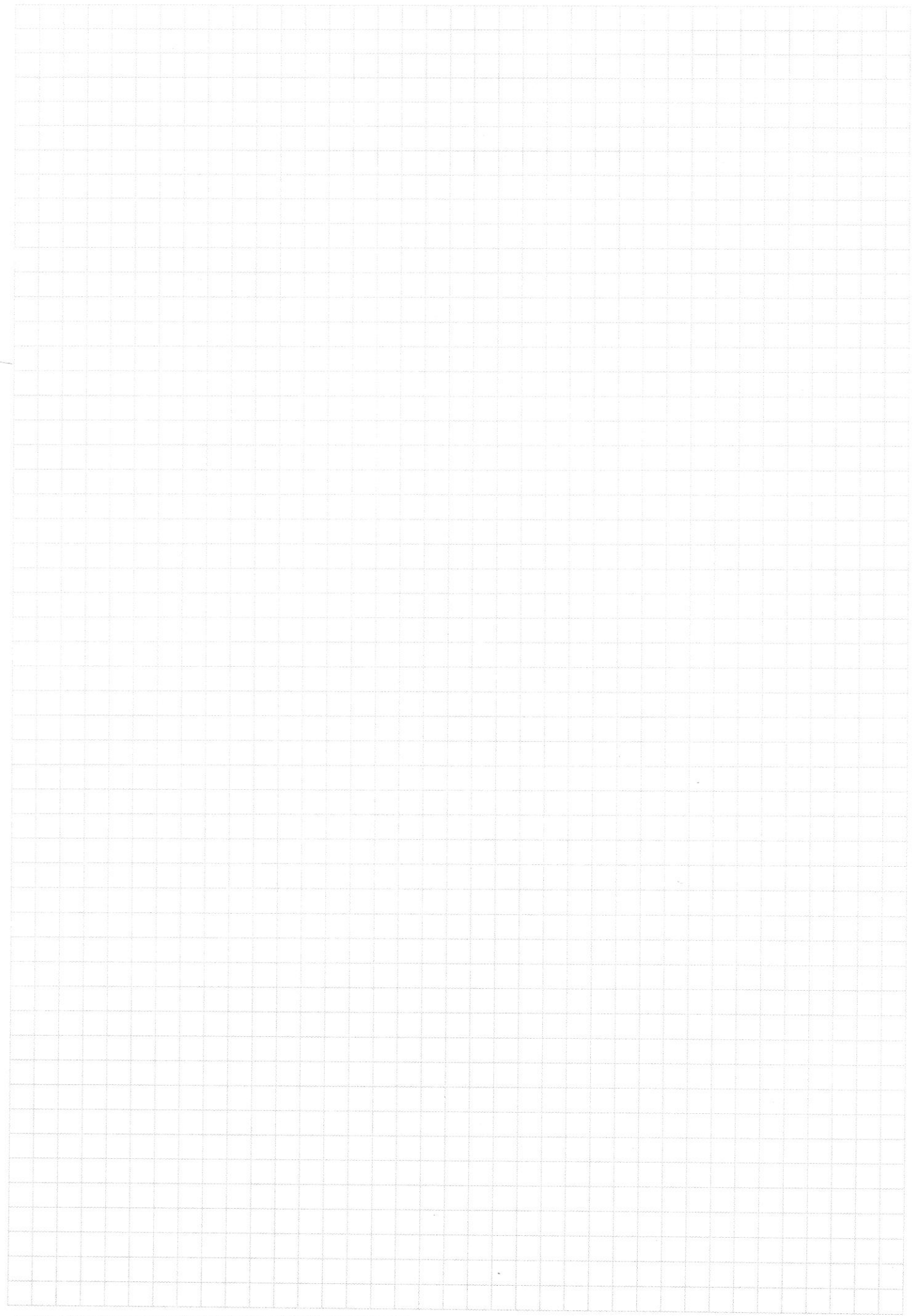
$$\rho_{BC} = 4\pi \cdot \frac{2\frac{\pi}{5}}{2\pi} = 0,8\pi$$

$$E_{AB} = \frac{1,2\pi\sigma}{4\pi\epsilon_0} = 0,3 \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_{BC} = \frac{0,8\pi\sigma}{4\pi\epsilon_0} = 0,2 \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_0 = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{0,09 + 0,36} \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{0,47}$$

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{\sqrt{47}}{10}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)