Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

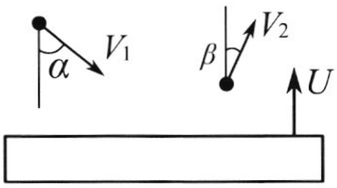
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 6 м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \frac{2}{3} \right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \frac{1}{3} \right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

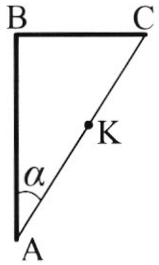
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия T_1 = 330 К, а неона T_2 = 440 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

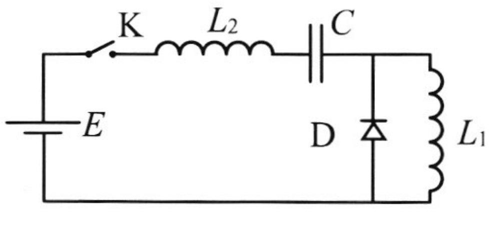
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

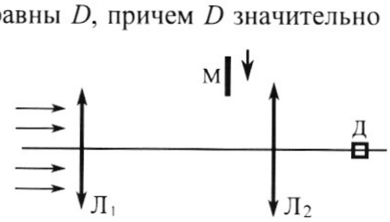


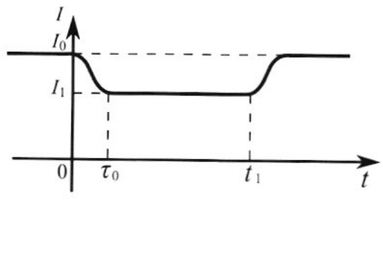
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

Дано:

$V_1 = 6$ м/с

$\sin\alpha = \frac{2}{3}$

$\sin\beta = \frac{1}{3}$

$V_2 - ?$

$U - ?$

Решение:

1) Ввиду неупругости удара записать ЗСЭ не имеет смысла, но т.к трения нет, а значит ничего не может изменить импульс системы в проекции на горизонталь:

$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$; $\frac{2}{3}V_1 = \frac{1}{3}V_2$; $V_2 = 2V_1$

$V_2 = 12$ м/с.

~~Если записать з-н сохранения импульса ввиду быстроты удара в проекции на вертикаль относительно плиты.~~

$\cancel{m(V_1\cos\alpha + U) = m(V_2\cos\beta - U)}$ ~~т.к плита массивная и её скорость можно считать неизменной, а действие силы N - меняющей импульс действием внутренней силы т.к она действует и на плиту и на шарик~~

$\cancel{2U = V_2\cos\beta - V_1\cos\alpha \quad U = V_1 \cdot \frac{(2\cos\beta - \cos\alpha)}{2}}$

$\cancel{\cos\beta = \frac{\sqrt{8}}{3} ; \cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \quad U = \frac{V_1}{6}\cdot(2\sqrt{8} - \sqrt{5})}$;

$\cancel{U = (4\sqrt{2} - \sqrt{5})}$ ~~м/с~~

~~Ответ: 1) $V_2 = 12$ м/с, 2) $U = 4\sqrt{2} - \sqrt{5}$ м/с~~

Задача 2

Дано:

$\nu = \frac{6}{25}$ моль

$T_1 = 330 K$

$T_2 = 440 K$

Решение:

Изначально т.к система находилась в равновесии и поршень движется без трения, то $p_г = p_н$; запишем ур-ние Менделеева-Клапейрона:

1) $\frac{V_г}{V_н}$ - ?

2) T - ?

3) Q - ?

$$\begin{cases} p_г V_г = \nu R T_г \\ p_н V_н = \nu R T_н \end{cases} \qquad \frac{V_г}{V_н} = \frac{T_г}{T_н}; \quad \frac{V_г}{V_н} = \frac{330\,К}{440\,К} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Т.к сосуд теплоизолирован, то полная внутренняя энергия сохраняется, тогда $\frac{3}{2}\nu R T_г + \frac{3}{2}\nu R T_н = \frac{3}{2}\cdot 2\nu R T$

$T = \frac{T_г + T_н}{2}$; $T = \frac{330+440}{2} = 385K$ Это справедливо ещё потому, что суммарная работа обоих газов равна 0.

Заметим, что в таком процессе давление не меняется. Это можно легко показать пусть полный объём цилиндра равен $7V$, тогда объём гелия сначала $3V$

$p_г \cdot 3V = \nu R T_г$

$p \cdot 3{,}5V = \nu R T$

$\frac{6}{7}\frac{p_г}{p} = \frac{330}{385} = \frac{6}{7}$

$\frac{p_г}{p} = 1$

тогда Процесс расширения гелия можно считать изобарным

$Q = \frac{5}{2}\nu R \Delta T$ - теплота при изобарном процессе.

$Q = \frac{5}{2}\cdot\frac{6}{25}\cdot 8{,}31\cdot(385-330) = 274{,}23$ Дж

Ответ: $\frac{V_г}{V_н} = 0{,}75$; $T = 385K$; $Q = 274{,}23$ Дж

Задача 3

Дано:

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

2) $\sigma_1 = 4\sigma$

$\sigma_2 = \sigma$

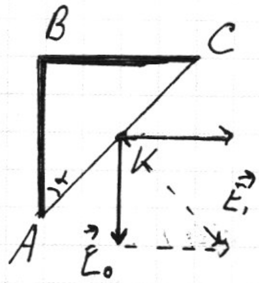
$\alpha = \frac{\pi}{8}$

---

1) $\frac{E_1}{E_0}$ - ?

2) E_2 - ?

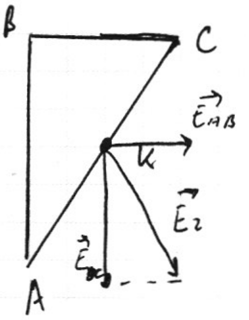
Решение:



Т.к $\alpha = \frac{\pi}{4}$ и $AB \perp BC$, то $\triangle ABC$ - прямоугольный равнобедренный

Т.к пластины бесконечные, то вблизи поверхности их поле однородно и равно $E_0 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ т.к $\triangle ABC$ - равнобедренный, то точка K равноудалена от обеих пластин, значит если зарядить AB то она будет давать ту же самую по модулю напряженность, тогда $E_1 = \sqrt{E_0^2 + E_0^2} = \sqrt{2}E_0$ и $\frac{E_1}{E_0} = \sqrt{2}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



В этом случае так же вектор напряжённости $\vec{E}_{AB}$ и $\vec{E}_{BC}$ $\perp$ AB и BC. Напряженность бесконечной равномерно заряженной пластины это $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Тогда $E_{AB} = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E_{BC} = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$

Тогда $E_2 = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Ответ: $\frac{E_1}{E_0} = \sqrt{2}$; $E_2 = \frac{\sqrt{17}}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

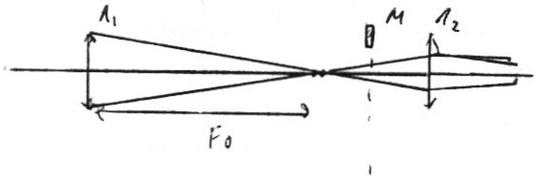
Задача 5

Дано:
F_0
D
τ_0
$I_1 = \frac{8}{9} I_0$
$x - ?$
$V - ?$
$t_1 - ?$

Решение:

Чтобы свет фокусировался в фотодетекторе необходимо чтобы в него приходило изображение фокуса Л₁ в линзе Л₂, т.к сначала лучи параллельны, тогда

$\frac{3}{F_0} = \frac{2}{F_0} + \frac{1}{x}$; $\frac{1}{x} = \frac{1}{F_0}$; $x = F_0$ – (из формулы тонкой линзы) $\left(\frac{1}{F_0/3} = \frac{1}{(1{,}5F_0 - F_0)} + \frac{1}{x}\right)$



Построив ход лучей видим, что все лучи преломленные в Л₁, приходят в Л₂. Ток в фотодетекторе станет равным I, когда мишень полностью зайдёт в светлую область – область лучей после преломления в Л₁, т.к $I \sim P$, где P – мощность света, то $I \sim S_{св}$, $S_{св}$ – площадь светового пучка на Л₂, когда M заходит в световую область на Л₂ появляется тень, а значит уменьшается кол-во лучей, приходящих в фотодетектор.

Из подобия треугольников $\frac{D}{F_0} = \frac{d}{1,5F_0 - \frac{5}{4}F_0}$; $d = \frac{D}{4}$, где d - диаметр сечения светового пучка плоскостью, в которой движется M, тогда $\frac{I_0 - I_1}{I_0} = \frac{\pi d_1^2}{\pi d^2}$, где d_1 - диаметр M.

$\cancel{\left(\frac{d_1}{d_0}\right)^2 = \frac{8}{9}}$ $\cancel{d = \frac{2\sqrt{2}}{3}d}$ $\frac{d_1^2}{d^2} = \frac{1}{9}$ $d_1 = \frac{1}{3}d = \frac{D}{12}$

тогда $\frac{D}{12} = V\tau_0$; $V = \frac{D}{12\tau_0}$, т.к через время τ_0 M полностью зашла в область светового пучка.

$d = Vt_1$, т.к 0 - момент времени когда M только начала входить в область света и t_1 - момент времени когда M только начала выходить из области света, а значит за t_1 любая точка M прошла d

$\frac{D}{4} = Vt_1$; $\frac{D}{4} = \frac{D}{12 \cdot \tau_0} \cdot t_1$; $t_1 = 3\tau_0$

Ответ: 1) $x = F_0$ 2) $V = \frac{D}{12\tau_0}$ 3) $t_1 = 3\tau_0$

Задача 1

2) Т.к удар неупругий то на взаимодействие тратится часть энергии шарика, значит его относительная перпендикулярная скорость уменьшится $U + V\cancel{\sin\alpha}^{\cos\alpha} > V_2\cos\beta - U$

$2U > V_2\cos\beta - V_1\cos\alpha$; $U > 6 \cdot \frac{\sqrt{8}}{3} - 3 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = 4\sqrt{2} - \sqrt{5}$ м/с

С другой стороны т.к шарик отскочил $V_2\cos\beta > U$

$U < 8\sqrt{2}$ м/с ; $4\sqrt{2} - \sqrt{5}$ м/с $< U < 8\sqrt{2}$ м/с

Ответ: 1) $V_2 = 12$ м/с 2) $4\sqrt{2} - \sqrt{5}$ м/с $< U < 8\sqrt{2}$ м/с

Задача 4

Дано:	Решение:
$L_1 = 3L$	Сначала начнёт заряжаться конденсатор и потечёт ток, ~~когда напряжение на конден~~ причём ток потечёт через обе
$L_2 = 2L$	катушки и не пойдёт через диод - он закрыт.
C	

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

T - ?

I_{01} - ?

I_{02} - ?

Когда напряжение на конденсаторе станет равно E ток в катушках будет максимален, затем конденсатор дозарядится до $2E$ в это время ток в катушках равен 0. Конденсатор начнёт разряжаться и ток потечёт в обратном направлении теперь катушка - закорочена т.к диод идеальный. А значит половину периода ток будет колебаться с периодом $T_1 = 2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C}$, а другую половину с периодом $T_2 = 2\pi\sqrt{L_2 C}$ $T = \pi\sqrt{5LC} + \pi\sqrt{2LC} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{5}+\sqrt{2})$

Когда ток в катушках равен 0 напряжение конденсатора равно $2E$, а это значит, что колебания совершаются с амплитудой E (колебание напряжения), тогда $\frac{CE^2}{2} = (L_1+L_2)\frac{I_{01}^2}{2}$

$$I_{01} = \sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}E \qquad I_{01} = \sqrt{\frac{C}{5L}}E$$

Аналогично для I_{02} $\frac{CE^2}{2} = \frac{L_2 I_{02}^2}{2}$

$$I_{02} = \sqrt{\frac{C}{L_2}}E \ ; \ I_{02} = \sqrt{\frac{C}{2L}}E$$

Ответ: $T = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{5}+\sqrt{2})$; $I_{01} = \sqrt{\frac{C}{5L}}E$; $I_{02} = \sqrt{\frac{C}{2L}}E$

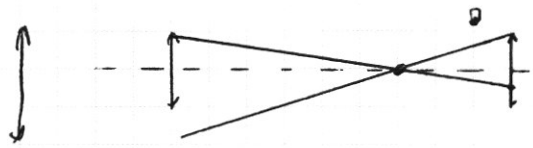
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



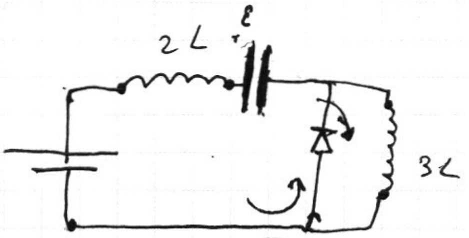
$\frac{3}{F_0} = \frac{2}{F_0} + \frac{1}{x}$ $\qquad S_n = \frac{1}{9} S$

$\frac{1}{x} = \frac{1}{F_0}$

2)

$V_2 \cos\beta - U \le V_1 \sin\alpha + U$

$2U \ge V.$



$\mathcal{E} = 5L \frac{dI_0}{dt}$

$2\mathcal{E} = \frac{q_m}{C}$

$\frac{\cancel{q}\mathcal{E}^2}{C} = \frac{U^2}{2C} +$

$T = \pi\sqrt{2LC} + \pi\sqrt{5LC} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{5}+\sqrt{2})$

$V_1 \cdot \frac{2}{3} = V_2 \cdot \frac{1}{3}$ $\qquad V_2 = 12\, м/с$

$\frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 55 \cdot 8,31$

$33 \cdot 8,31$

$8 \cancel{3,1} \cancel{3} = 249,3 + 24,93 = 27$

$249,30 + 24,93 = 274,23$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$N_{\Delta}t$

$MU - mV_1\cos\alpha = MU - mV\cos\alpha$

$V_1\cos\alpha = 6\cdot\frac{\sqrt5}{3} = 2\sqrt5$

$V_2\cos\beta = 12\cdot\frac{\sqrt8}{3} = 4\sqrt8$

$V_1\sin\alpha = V_2\sin\beta$

$2V_1 = V_2$

$V_1\cos\alpha + U = V_2\cos\beta - U$

$2U = 2V_1\cos\beta - V_1\cos\alpha$

$p_{отн_1}\frac{1}{} = m(V_1\cos\alpha + U)$

$U = \frac{V_1}{2}(2\cos\beta - \cos\alpha)$

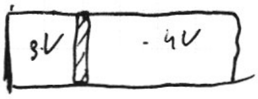
$p_{отн_2}\frac{1}{} = m(V_2\cos\beta - U)$

$\cos\beta = \frac{\sqrt8}{3}$ $\cos\alpha = \frac{\sqrt5}{3}$ $U = \frac{V_1}{2}\cdot\left(\frac{4\sqrt2}{3} - \frac{\sqrt5}{3}\right)$

$U = \frac{V_1}{6}(4\sqrt2 - \sqrt5)$ $U = 4\sqrt2 - \sqrt5$ м/с $p_1V_1 - p_2V_2$

$Q =$

$4\cdot 1{,}4 - 2{,}\ldots = 3\ldots$



$Q = \frac{5}{2}\nu R\Delta T$

$pV_г = \nu RT_г$ $\frac{V_г}{V_н} = \frac{330}{440}$; $\frac{V_г}{V_н} = \frac{3}{4}$

$pV_н = \nu RT_н$

$U_г = \frac{3}{2}\nu RT_г$ $U = \frac{3}{2}2\nu RT$

$U_н = \frac{3}{2}\nu RT_н$ $\cancel{3}\nu RT = \frac{3}{2}\nu R(T_г + T_н)$

$N_{\Delta}t = m(V_1\cos\alpha + V_2\cos\beta)$ $T = \frac{T_г + T_н}{2}$ $T = \frac{330+440}{2} = \frac{770}{2} = 385$ K

$Q = \Delta U + A$ $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$ $F_{\Delta}t = mV_2\cos\beta$

$M\cancel{U} - mV_1\cos\alpha + F_{\Delta}t = M\cancel{U} + mV_2\cos\beta$

$-mU - mV_1\cos\alpha = -mU$ $F_{\Delta}t = m(V_2\cos\beta + V_1\cos\alpha)$

$-m(V_1\cos\alpha + U) + \Delta p =$

$-m(V_1\cos\alpha + U) + F_{\Delta}t = m(V_2\cos\beta - U)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$p_r \cdot 3V = \nu R T_r$

$p \cdot 3{,}5V = \nu R T$

$\frac{6}{7} \frac{p_r}{p_1} = \frac{330}{385} = \frac{30}{35} \quad \frac{6}{7}$

$385 \,|\, 11$, 33, 35

$p_r \cdot V_r = \nu R T_r$

$p(V_r - \Delta V) = \nu R (T_r + \Delta T)$

$8{,}31 \times 33 = 2493 + 2493 = 274{,}23$

$\frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 55 \cdot 8{,}31 = 3 \cdot 11 \cdot 8{,}31$

$E \sim \frac{1}{r^2}$

$\sin\alpha\, l \quad E_1$

$\cos\alpha\, l \quad E_2$

$r_1^2 = \sin^2\alpha\, l^2$

$r_2^2 = \cos^2\alpha\, l^2$

$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2} \qquad \frac{E_1}{E_2} = \cancel{4} \cdot \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$

$\frac{E_1}{E_2} = 4 \cdot tg^2\alpha$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\cos^2\alpha - 1 \qquad \cos\alpha = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

$\frac{2+\sqrt{3}}{4} = \cos^2\alpha$

$\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \cancel{10+2\sqrt{}} \; \frac{8+2\sqrt{3}}{16}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - 2\sin^2\alpha$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\frac{2-\sqrt{3}}{4} = \sin^2\alpha$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

$\frac{1}{4} + 4 = \frac{\sqrt{17}}{2}$

$2 \cdot \frac{6-2}{16} \qquad tg\,\alpha = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$

$tg\,\alpha = \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}{4}$

$tg^2\alpha = \frac{(8-4\sqrt{3})^2}{16}$

$tg^2\alpha = \frac{64+48-64\sqrt{3}}{256}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)