

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

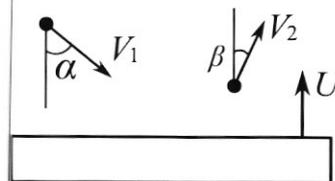
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

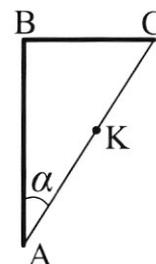


1) Найти скорость V_2 .
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

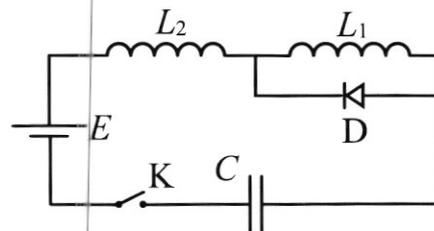
1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



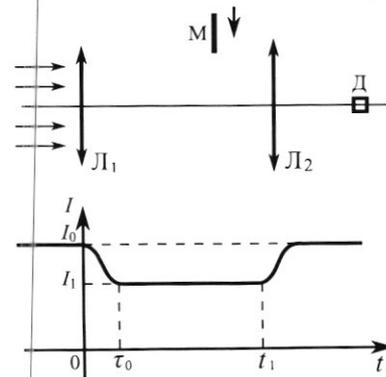
1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

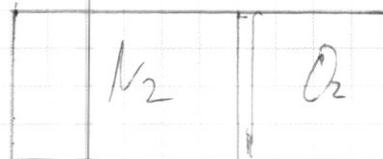
Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

Дано:
 $\nu = \frac{3}{4}$ моль
 $T_1 = 300 \text{ K}$
 $T_2 = 500 \text{ K}$
 $R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{K}$
 Найти: $\frac{V_1}{V_2}$
 $T_{\text{уст}}$
 Q

1) Так как процесс
 подвижки и момент
 переключения без трения,
 то давление с обеих сторон поршня
 одинаковое ($P_1 = P_2 = P$)



Затем закон Менделеева-Клапейрона
 на два начальных состояния

$$\begin{cases} PV_1 = \nu R T_1 \\ PV_2 = \nu R T_2 \end{cases}$$

Выделим одну часть из
 уравнения

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$$

2) Пусть объём сосуда V , тогда $V_1 = \frac{3}{8}V$, $V_2 = \frac{5}{8}V$
 Температуры у этих газов равны,
 поэтому справедливо:

$$Q_{\text{отд}} = Q_{\text{пол}}$$

$$\nu R (T - \nu C_V)(T_2 - T) = \nu C_V (T - T_1)$$

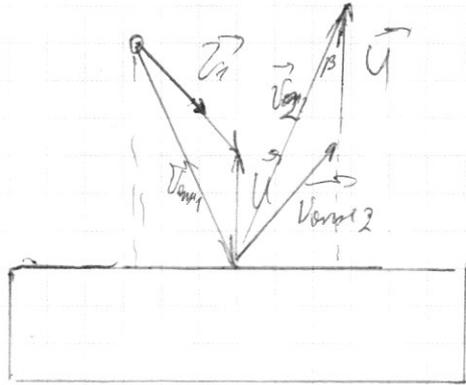
$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (T = 400 \text{ K})$$

$$Q_{\text{отд}} = \frac{\nu}{2} \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5} T = 400 \text{ K}$$

$$(P + \Delta P)(V + \Delta V) = \nu R (T + \Delta T)$$

$$PV + \Delta PV + P_0 \Delta V + \Delta P_0 V = \nu R T + \nu R \Delta T$$

21.



При неупругом ударе происходит потеря энергии, ~~так как~~ поэтому в системе отсчёта, связанной с телом (стеной), $v_{\text{отн}2}$ шарика после удара должно быть меньше $v_{\text{отн}1}$ до удара, но при этом $e \geq 0$

$$0 \leq v_{\text{отн}2} < v_{\text{отн}1}$$

$$v_{\text{отн}2} = v_2 \cos \beta - U$$

$$v_{\text{отн}1} = v_1 \cos \alpha + U$$

$$v_2 \cos \beta - U < v_1 \cos \alpha + U$$

$$-2U < 2U \Rightarrow v_2 \cos \beta < v_1 \cos \alpha$$

$$U > \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

$$U > \frac{12 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}}{2} = \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2} = (3\sqrt{3} - \sqrt{2}) \text{ м/с}$$

$$v_2 \cos \beta - U \geq 0$$

$$U \leq v_2 \cos \beta$$

$$U \leq 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } (3\sqrt{3} - \sqrt{2}) \text{ м/с} \leq U \leq 6\sqrt{3} \quad v_2 = 12 \text{ м/с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

Дано

1) $d = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

2) $d = \frac{\sqrt{5}\sigma}{4}$

$\sigma_1 = 2\sigma$

$\sigma_2 = \sigma$

1) $\frac{E}{E_0}$

2) E_k

1) Две пластины BC
создаёт в K направленные
 $E_0 (E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0})$

Зарядив пластину AB

с такой же поверхностной плотностью,

она также будет создавать направленные E_0

А так как пластины абсолютно параллельны

и образуют угол в 90° , то их суммарная

напряжённость $E = \sqrt{2} E_0$

При этом отношение $\frac{E}{E_0} = \sqrt{2} = 1,4$ раза

2) При $E_{BC} = \frac{2\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

$E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

$E_k = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\epsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{5}$



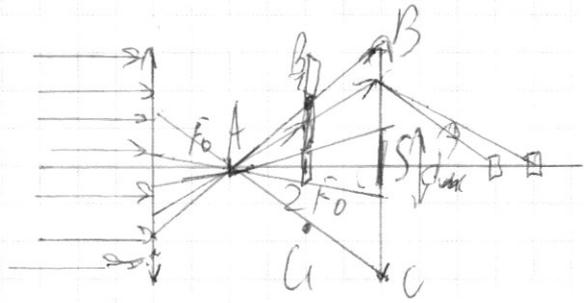
Ответ: $\frac{E}{E_0} = 1,4$ раза $E_k = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\epsilon_0}$

Задача 5

Дано: $F_0, P, F_0, F = \frac{3}{2}F_0$

Найти: f, U, G

1) Параллельные лучи после прохождения через 1 линзу сойдутся в фокусе F_0 .
Найдём по формуле такой линзы расстояние от второй линзы от фотодетектора, при этом расстояние от L_2 до экрана равно $3F_0 - F_0 = 2F_0$



$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2F_0}$$

$f = 2F_0 \Rightarrow$ фотодетектор находится на

2) расстоянии $2F_0$ от линзы L_2

2) Пусть диаметр фот. лампы равен d , тогда найдём отношение площадей, которую покрывает лампа $S_{лм}$ к площади всех лучей S

$$S = \frac{\pi D^2}{4} \quad \text{и подобно увеличению } d$$

$$\frac{d_{лм}}{d} = 2 \quad (d_{лм} - \text{диаметр покрываемой})$$

Площадь на линзе

$$d_{лм} = 2d$$

$$\frac{S_{лм}}{S} = \frac{\pi (2d)^2}{4} = \frac{4d^2}{D^2}$$

По условию так уменьшилась на $\frac{1}{4} F_0$ найдём d через это отношение (см. $I \sim P, P \sim E, E \sim S$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Доказано:

$$L_1 = 2L$$

$$L_2 = L$$

C

T:

I_{m1} :

I_{m2} :

1) В диод идеальный, ϵ
потому в самом
начале ток пойдет

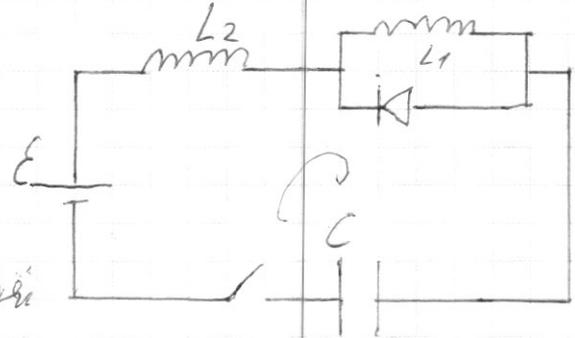
не через диод, а через катушку

В момент, когда ток в катушке макси-

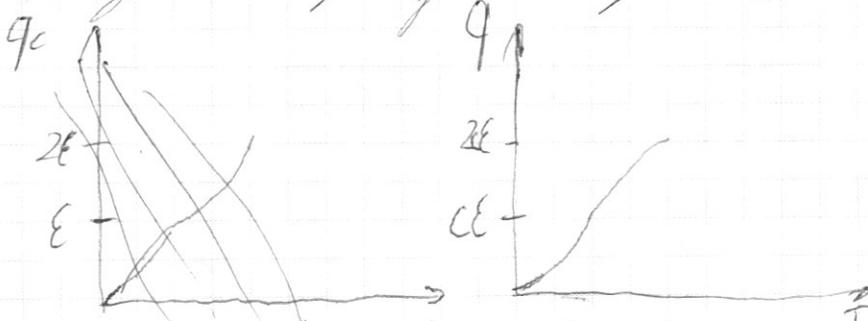
мальный, а его производная I' равна 0,

затем напряжение на конденсаторе равно:

$$\epsilon - 0 = U_c, \text{ т.е. } U_c = \epsilon$$



Доказано что катушка разрядит
конденсатор до напряжения $3\epsilon/2$



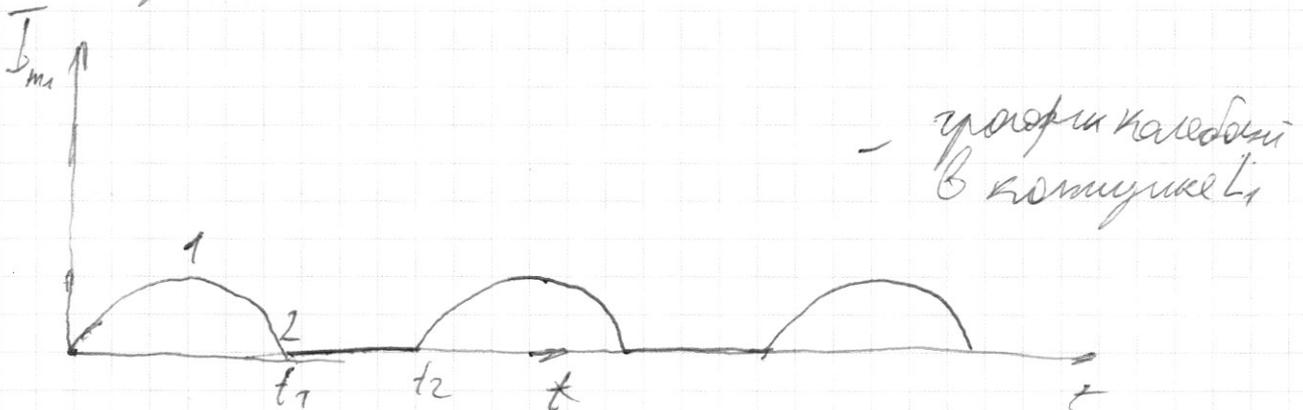
- зависимость
заряда конденса-
тора от времени

В этот момент времени произойдет переплюс
кабели с частотой $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{3LC}}$

После этого моментом ток потечет
в обратную сторону, разрядит
конденсатор. При этом он потечет через
идеальный диод, т.к. он будет являться
идеальным проводником

При этом до изменения направления тока пройдёт полпериода, но уже с частотой колебаний $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Нарисуем график этих колебаний для катушки L_1



При этом $t_1 = \frac{T_1}{2} = \pi\sqrt{3LC}$, а $t_2 - t_1 = \frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{LC}$

Вершина таких колебаний будет равна времени $t_2 = t_1 + t_2 - t_1 = \pi\sqrt{3LC} + \pi\sqrt{LC}$

2) Максимальный ток через катушку L_1 течёт в момент, когда его производная равна 0, т.е. заряд на конденсаторе равен ϵ

Запишем ЗСЭ для 2-х элементов (1 и 2)

$$1) \frac{3L I_m^2}{2} + \frac{C\epsilon^2}{2} = \frac{C \cdot (2\epsilon)^2}{2} + A_{\text{ист}} \quad (A_{\text{ист}} = C\epsilon^2)$$

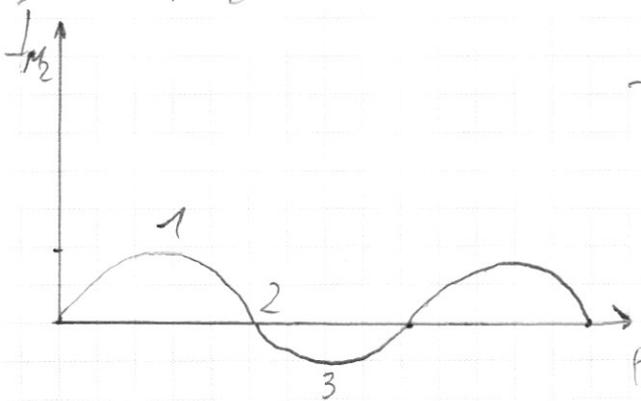
$$3L I_m^2 + C\epsilon^2 = 4C\epsilon^2 - 2C\epsilon^2$$

$$3L I_m^2 = C\epsilon^2$$

$$I_m^2 = \frac{C\epsilon^2}{3L} \quad I_m = \epsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) колебания во 2 катушке происходят с той же частотой, что и в 1, однако ток, протекающий в обмотке, направлен не только через нее



- Зависимость тока во 2 катушке от времени

А ток в моменте 1 через катушку L_2 равен току в моменте 1 через катушку L_1 $I_{m1} = \epsilon \sqrt{\frac{2C}{3L}}$
 Попадём так в моменте 3, и сравним ток в моменте 1 по модулю. В моменте 3 конденсатор заряжен до напряжения ϵ , при этом источник при переходе из положения 2 в положение 3 совершает отрицательную работу
 Напишем ЭДС для 2 и 3 моментов

$$\epsilon - 2 \frac{C(\epsilon)^2}{2} - A_{ист} = \frac{C\epsilon^2}{2} + \frac{L I_{m2}^2}{2} \quad (A_{ист} = C\epsilon^2)$$

$$4C\epsilon^2 - C\epsilon^2 = C\epsilon^2 + L I_{m2}^2$$

$$L I_{m2}^2 = 2C\epsilon^2$$

$$I_{m2} = \epsilon \sqrt{\frac{2C}{L}}$$

$$I_{m2} > I_{m1} = \gamma \text{ это и есть коэффициент}$$

ток через 2 катушки

$$\text{Объем: } T = 8\sqrt{3LC} + 8\sqrt{LC}$$

$$I_{m1} = \varepsilon \sqrt{\frac{\varepsilon}{3L}}$$

$$I_{m2} = \varepsilon \sqrt{\frac{2\varepsilon}{L}}$$

Задача 1

Дано:

$$v_1 = 8 \text{ м/с}$$

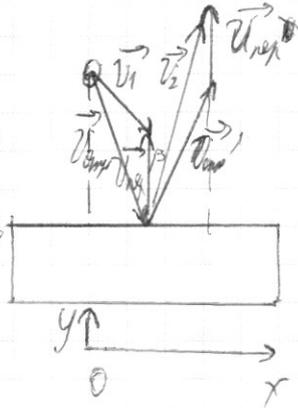
$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

$$v_2 = ?$$

2) и:

1) При таком ударе, скорость шарика в системе отсчета, связанной с массивной плитой, в проекции на ось Ox не меняется (т.к. этой осью на шарик никаких сил не действует.)



При этом проекция скорости $v_{шар}$ (скорости шарика относительно плиты) на ось Ox равно проекции скорости шарика относительно земли v_1 на ось Ox т.е.

Аналогично проекция скорости $v_{шар}$ после удара на ось Ox равно проекции v_2

Затем запишем это равенство

$$\begin{cases} v_1 \sin \alpha = v_{шар} \sin \alpha \\ v_2 \sin \beta = v_{шар} \sin \beta \end{cases}$$

$$\frac{3}{4} v_1 = \frac{1}{2} v_2 \quad v_2 = \frac{3}{2} v_1 \quad v_2 = \frac{3}{2} \cdot 8 \text{ м/с} = 12 \text{ м/с}$$

Ответ: $v_2 = 12 \text{ м/с}$

$$\frac{\frac{3}{4} \tau_0}{\tau_0} = \frac{D^2 - 4d^2}{D^2}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{D^2 - 4d^2}{D^2}$$

$$3D^2 = 4D^2 - 16d^2$$

$$16d^2 = D^2$$

$$d = \frac{D}{4} \text{ — диаметр мишен}$$

По условию мишень движется с постоянной скоростью v . По геометрии можно определить, что мишень находится в световой пучок в время t_0 . Найдем её скорость

$$v = \frac{d}{t_0} = \frac{D}{4t_0}$$

3) Из подобия треугольников ABC и AB_1C_1 мишень прошла путь $\frac{D}{2}$, ~~полностью по с~~ ^{вдоль} ~~поверхности~~ ^{по} когда на её поверхность подал свет

$$\frac{D}{2} = v(t_1 - t_0)$$

$$\frac{D}{2} = \frac{D}{4t_0}(t_1 - t_0)$$

$$2t_0 = t_1 - t_0$$

$$t_1 = 3t_0$$

$$\text{Ответ: } t = 2t_0, v = \frac{D}{4t_0}; t_1 = 3t_0$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Grid area for writing the answer.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$P = \frac{Q}{\tau}$$

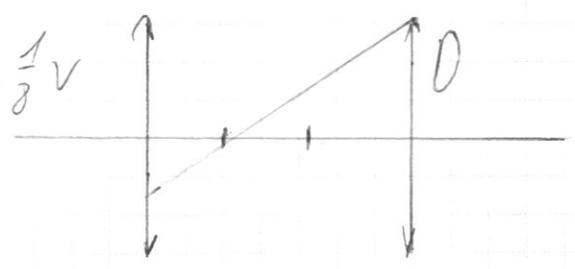
$$\frac{E}{\tau} \quad E \sim$$

$$Q = A + \alpha U$$

dP

$$\frac{\frac{1}{8} V}{\frac{3}{8} V} = \frac{1}{3}$$

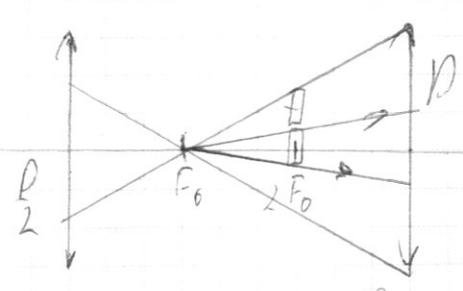
$$\frac{V}{2} - \frac{3V}{8} = \frac{1}{8} V$$



D

$$\frac{dP}{\rho} + \frac{dV}{v} = \frac{dT}{T}$$

$$\frac{dP}{\rho} = \frac{1}{8} - \frac{1}{8}$$



ρd

$$\frac{\pi \rho d^2}{4} = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\frac{\pi D^2}{4}$$

πD^2

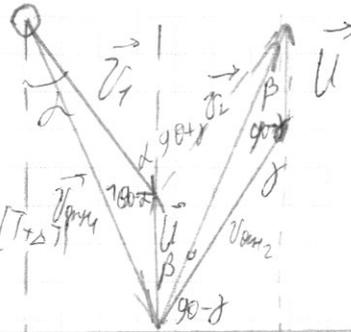
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$v_2 \cos \beta = U$$

Q =

$$dP \Delta V = \Delta R \Delta T$$

$$(V + \Delta V)(P + \Delta P) = \Delta R(T + \Delta T)$$



$$VP + P \Delta V = \Delta P V + \Delta R T + R \Delta T$$

$$P \Delta V + V \Delta P = \Delta R \Delta T$$

$$\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta T}{T} \frac{R}{PV}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{\Delta P}{P} = \frac{100 \text{ K}}{300 \text{ K}}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} = \frac{5}{24}$$

$$v_1 \sin \alpha \cos \alpha + U$$

$$P_1 - P = \frac{5}{24} P \quad P \Delta P =$$

$P_1 + P_2$

$$v_2 \cos \alpha + v_{\text{max}} = v_1 \cos \alpha + U \quad A = \Delta E_k$$

$$\frac{m v_1^2}{2} = \frac{m v_2^2}{2} + m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$Q = \Delta R \Delta T =$$

$N \int U dt =$

$$v_2 \cos \beta = U \quad P' \frac{V}{2} = \Delta R T_1$$

$$v_1 \cos \alpha$$

$$P = \frac{3}{8} VP = \Delta R \cdot T_1$$

$$Q_{\text{em}} = Q_{\text{non}}$$

$$180 - \beta - 90 + \alpha = 90 + \alpha - \beta$$

$$C \Delta T =$$

$$P' \frac{V}{2} = \Delta R T_{\text{em}}$$

$$C_p = \frac{3}{2} R$$

$$90 + \alpha - \beta$$

$$E_{\text{eff}} = \frac{Q}{m \Delta T}$$

$$v_{\text{max}1} = v_1 \cos \alpha + U$$

$$C = \frac{Q}{m \Delta T}$$

$$A_1 = -A_2$$

$$Q_{\text{em}} = -A$$

$$C \frac{m \Delta T}{2} = C \frac{V \Delta T}{2} = Q$$

U

$$v_2 \cos \beta - U \geq 0$$

$$180 - \beta - 90 + \alpha = 90 + \alpha - \beta$$

$$90 + \alpha$$

$$U \leq v_2 \cos \beta$$

$$3\sqrt{3}$$

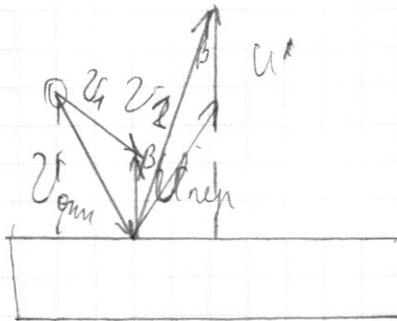
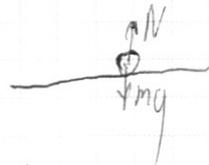
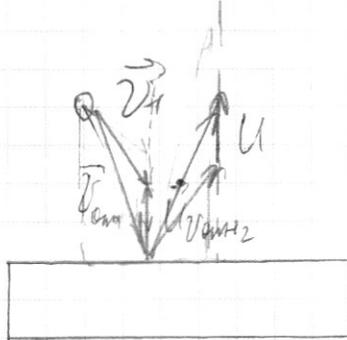
$$2\sqrt{4}$$

$$24$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q = \delta U = \frac{3}{2} \nu R \delta T$$

N1



$$U_1 \sin \alpha = U_2 \sin \beta$$

$$U_1 \cos \alpha + U = U_2 \cos \beta - U$$

$$2U = U_2 \cos \beta - U_1$$

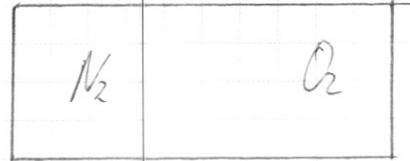
$$\begin{cases} p' V_1' = \nu R T_{y_{cm}} & V_1' = V_2' = \frac{V}{2} \\ p' V_2' = \nu R T_{y_{cm}} & p = p' = \frac{3}{8} p_0 \end{cases}$$

$$p' \frac{V}{2} \quad p' \frac{V}{2} = \nu R T_y$$

$$Q_{12} = A + \nu R (T_2 - T_1) \quad p$$

$$-Q_{12} = -A + \nu R (T_2 - T_1)$$

N2



$$C_V = \frac{5R}{2}$$

$$P_1 = P_2 = p$$

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$p V_2 = \nu R T_2$$

$$p' V_1' = \nu R T$$

$$p' V_2' = \nu R T$$

$$V_1 = V_2$$

$$C_V = C_p = R$$

$$\frac{R}{3} = \frac{3}{2} R$$

$$p V_1 = \nu R T_1$$

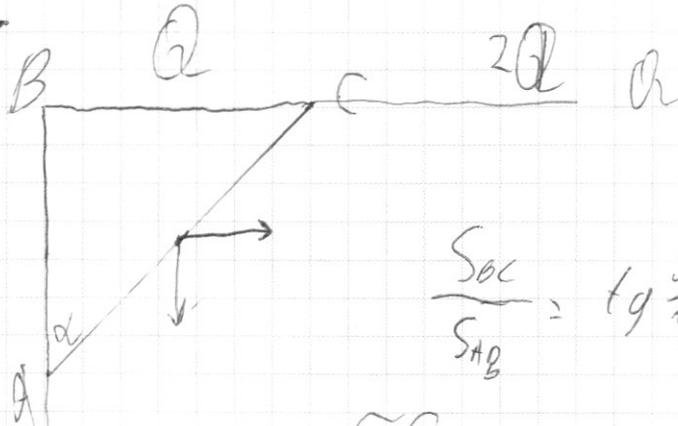
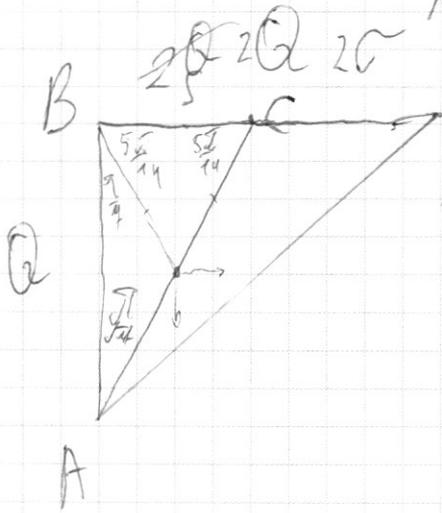
$$p V_2 = \nu R T_2$$

$$p (V_2 - V_1) = \nu R (T_2 - T_1)$$

$$p' = \nu R T_{y_{cm}}$$

$$\frac{\sigma}{2} - \frac{\sigma}{4} = \frac{5\sigma}{4} \quad N 3^{14}$$

$$Q = S \quad \frac{dq}{ds} = \sigma$$



$$\frac{S_{OAC}}{S_{OAB}} = \tan \frac{\pi}{4}$$

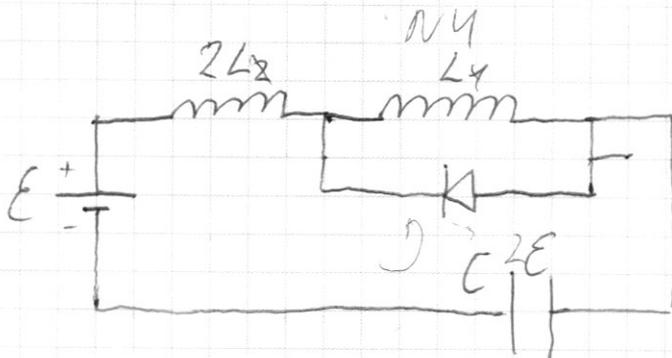
$$\frac{Q}{2} \quad \frac{Q}{2} \quad \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$Q = \sigma S \quad 2Q = \sigma'$$

$$\sigma_1 = \frac{Q}{S}$$

$$2Q$$

3



$$E - 3L \frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}$$

