

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

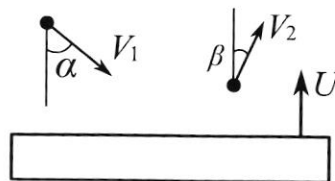
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.

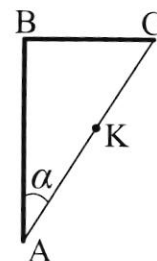


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

- 1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

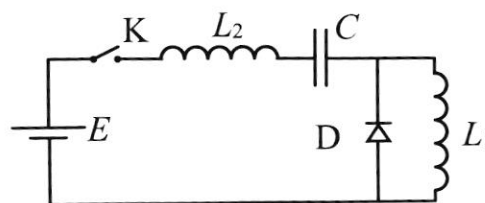
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

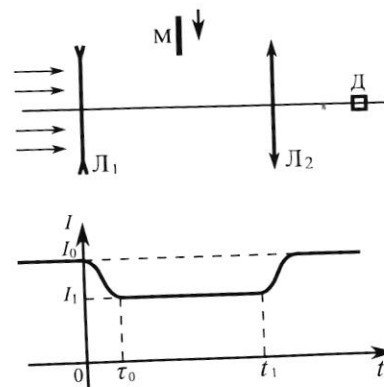
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$

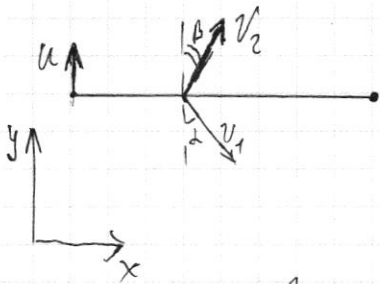


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени.
- 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1



м.к. мита шаркая, по оси x не действуют силы \Rightarrow импульс по ним не меняется.

$$m v_2 \sin \beta = m v_1 \sin \alpha ; v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 18 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{5}} = 18 \cdot \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 3} = 20 \text{ м/с} ; \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

Что бы такая ситуация была возможна

$$v_2 \cos \beta \geq u ; u \leq 20 \text{ м/с} \cdot \frac{4}{5} \leq 16 \text{ м/с} \quad (\text{м.к. мита массивная вл скорость при ударе изм. незначительно}) \quad -6\sqrt{5} \text{ м/с} \leq u \leq 16 \text{ м/с}$$

(если роуток движ. мита в обратную сторону, то $u < v_1 \cos \alpha ; u < 18 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} ; u < 6\sqrt{5} \text{ м/с}$)

№ 2

Запишем уравне Кирхгофа-Вольтерма: $\rho V_1 = \rho R T_1 ; \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{\rho V_2}{\rho R T_2} ; \frac{V_1}{T_1} = \frac{T_1}{T_2} =$

$\lambda_p R_1$	R_2	K
T_1	V_1	T_2

В любой момент $R_1 = R_2 = \frac{320}{400} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} = 0,8$. Запишем ЗС для всего содержимого сосуда:

$$\frac{3}{2} \rho R T_1 + \frac{3}{2} \rho R T_2 = 3 \rho R T ; T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{720 \text{ К}}{2} = 360 \text{ К}$$

$$\text{ЗС для криптона: } \frac{3}{2} \rho R T_2 = \frac{3}{2} \rho R T + Q ; Q = \frac{3}{2} \rho R (T_2 - T) =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot 8,31 \cdot 40 \approx \frac{3}{2} \cdot 5 \cdot 40 \approx 300 \text{ Дж.} - \text{ переданное атому ков-во теплоты от криптона.}$$

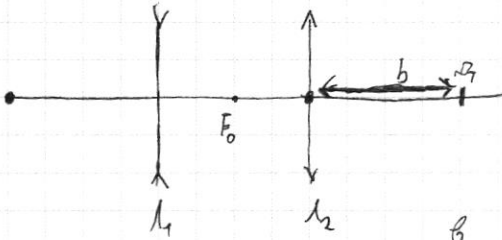
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

1)



Найдем изображение в L_1 .

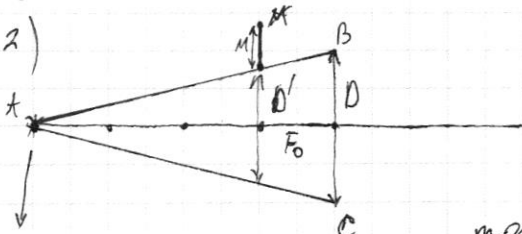
т.к. ny $0 = \frac{1}{b} = -\frac{1}{2F_0}$ $b' = 2F_0$ (влево от L_1) \Rightarrow раст. между изображениями

в 1 линзе и 2 линзе $a_1 = 2F_0 + 2F_0 = 4F_0$

Найдем изображение в L_2 : $\frac{1}{4F_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F_0}$; $\frac{1}{b} = \frac{3}{4F_0}$

$b = \frac{4}{3}F_0$ - именно на таком раст. от L_2 находится фото-детектор.

2)



Уздр. в L_1 излучает с одинак. интенсивностью во все стороны.

т.к. линза L_1 точеч. \Rightarrow угол отношения точек на графике равно отношению интенсив. в детекторе. (а это пропорц. освещ. площади)

уздр. в т.е.

В момент $t=0$ линза касается луча t в нижнем своем крае.

В момент $t=t_0$ линза касается луча t в верхнем своем крае.

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{\pi D^2}{4 \left(\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi M^2}{4} \right)} = \frac{D^2}{D^2 - M^2} = \frac{16}{7} = \frac{1}{1 - \frac{M^2}{D^2}}; 1 - \frac{M^2}{D^2} = \frac{7}{16}$$

$$\frac{M^2}{D^2} = \frac{9}{16}; M = \frac{3}{4} D'; \Rightarrow v = \frac{3}{4} \frac{D'}{t_0} = \frac{9}{16} \frac{D}{t_0}$$

3) В момент $t=t_1$ линза касается луча t в нижнем своем крае.

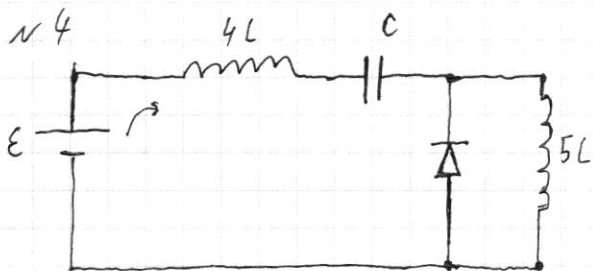
$$t_1 = \frac{D}{v} = \frac{4}{3} t_0; \frac{D'}{3F_0} = \frac{D}{4F_0}; D' = \frac{3}{4} D$$

$$t_1 = \frac{D'}{v} = \frac{4}{3} t_0$$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



При протекании тока по напр. обхода, он не течет через диод и обе катушки можно записать ур-ие Кирхгофа для этого случая:

$$\varepsilon = 4L\dot{i} + \frac{q}{C} + 5L\dot{i} = 9L\ddot{q} + \frac{q}{C} \quad ; \quad \ddot{q} + \frac{q}{9LC} = \frac{\varepsilon}{9L}$$

$\omega_1 = \frac{1}{3\sqrt{LC}}$; $T_1 = 2\pi \cdot 3\sqrt{LC} = 6\pi\sqrt{LC}$ - такая ситуация будет, пока ток в первый раз не обратится в 0.

$$q_1 = \varepsilon C - \varepsilon C \cos(\omega_1 t) \quad ; \quad \dot{q}_1 = \varepsilon C \omega_1 \sin(\omega_1 t) \quad ; \quad \dot{q}_1 = 0 = \sin(\omega_1 t_1)$$

$\omega_1 t_1 = \pi$; $t_1 = \frac{\pi}{\omega_1} = \frac{T_1}{2}$ и через это время в 1 раз обр. во и сменит напр. При протекании тока в обратном направлении ток течет через диод и не течет через катушку 5L.

ур-ие Кирхгофа для этого случая: $\varepsilon = 4L\dot{i} + \frac{q}{C}$,

$$\varepsilon = 4L\ddot{q} + \frac{q}{C} \quad ; \quad \ddot{q} + \frac{q}{4LC} = \frac{\varepsilon}{4L} \quad ; \quad \omega_2 = \frac{1}{2\sqrt{LC}} \quad ; \quad T_2 = 2\pi \cdot 2\sqrt{LC} = 4\pi\sqrt{LC}$$

В след раз ток меняет напр. через $T_2/2$ и вновь будет 1 случ. таким образом общий период этих колеб: $T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{10\pi\sqrt{LC}}{2} = 5\pi\sqrt{LC}$. Максимальный ток через катушку 5L равен

макс ток в цепи в 1 случ. $\ddot{q}_1 + \frac{1}{9LC}(q_1 - \varepsilon C) = 0$

$$q_1 = \varepsilon C + A \cos(\omega_1 t + \varphi) \quad , \quad q_1(0) = 0 = \varepsilon C + A \cos \varphi \quad ; \quad \dot{q}_1(0) = 0 = -A \omega_1 \sin(\varphi) \Rightarrow \varphi = 0$$

$$A = -\varepsilon C \quad ; \quad q_1 = \varepsilon C - \varepsilon C \cos(\omega_1 t) \quad ; \quad \dot{q}_1 = \varepsilon C \omega_1 \sin \omega_1 t \quad , \quad \dot{q}_{1 \max} (\sin \omega_1 t_1 = 1)$$

$$t'_1 = \frac{\pi}{2\omega_1} < t_1 \quad - \text{переходит} \Rightarrow I_{01} = \varepsilon C \cdot \omega_1 = \varepsilon \cdot \frac{1}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Макс ток через катушку $4L$ равен макс току в цепи либо в 1 либо в 2 цепи (Больший из них и будет им являться)

Найдем макс. ток в 2 цепи. $\ddot{q}_2 + \frac{1}{4LC}(q - \epsilon C) = 0$

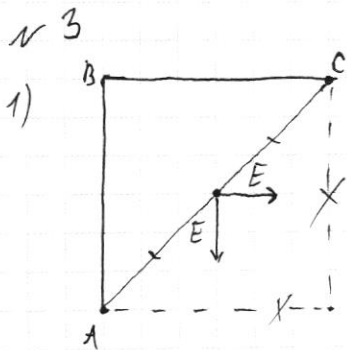
$q_2 = \epsilon C + A \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$; $2\epsilon C = \epsilon C + A \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$; $\dot{q}_2(0) = 0 = -A\omega_2 \sin(\varphi_2)$

Найдем $q_2(0)$ $\epsilon q_2(0) = \frac{q_{20}^2}{2C}$; $q_{20} = 2\epsilon C$; $A = \epsilon C$; $\varphi_2 = \frac{\sqrt{C}}{2} = 0$

$q_2 = \epsilon C + \epsilon C \cos(\omega_2 t)$; $\dot{q}_2 = -\epsilon C \omega_2 \sin(\omega_2 t)$; $|\dot{q}_2|_{\max}$ при $\sin \omega_2 t'_2 = 1$

$t'_2 = \frac{\pi}{2\omega_2} < t_2$ - порогит $\Rightarrow I_{\max 2} = \epsilon C \omega_2 = \epsilon \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} > I_{01}$

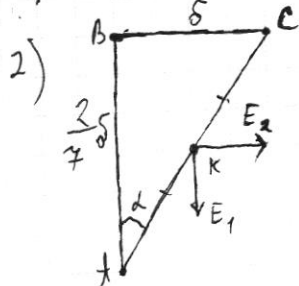
$\Rightarrow I_{02} = \epsilon \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$



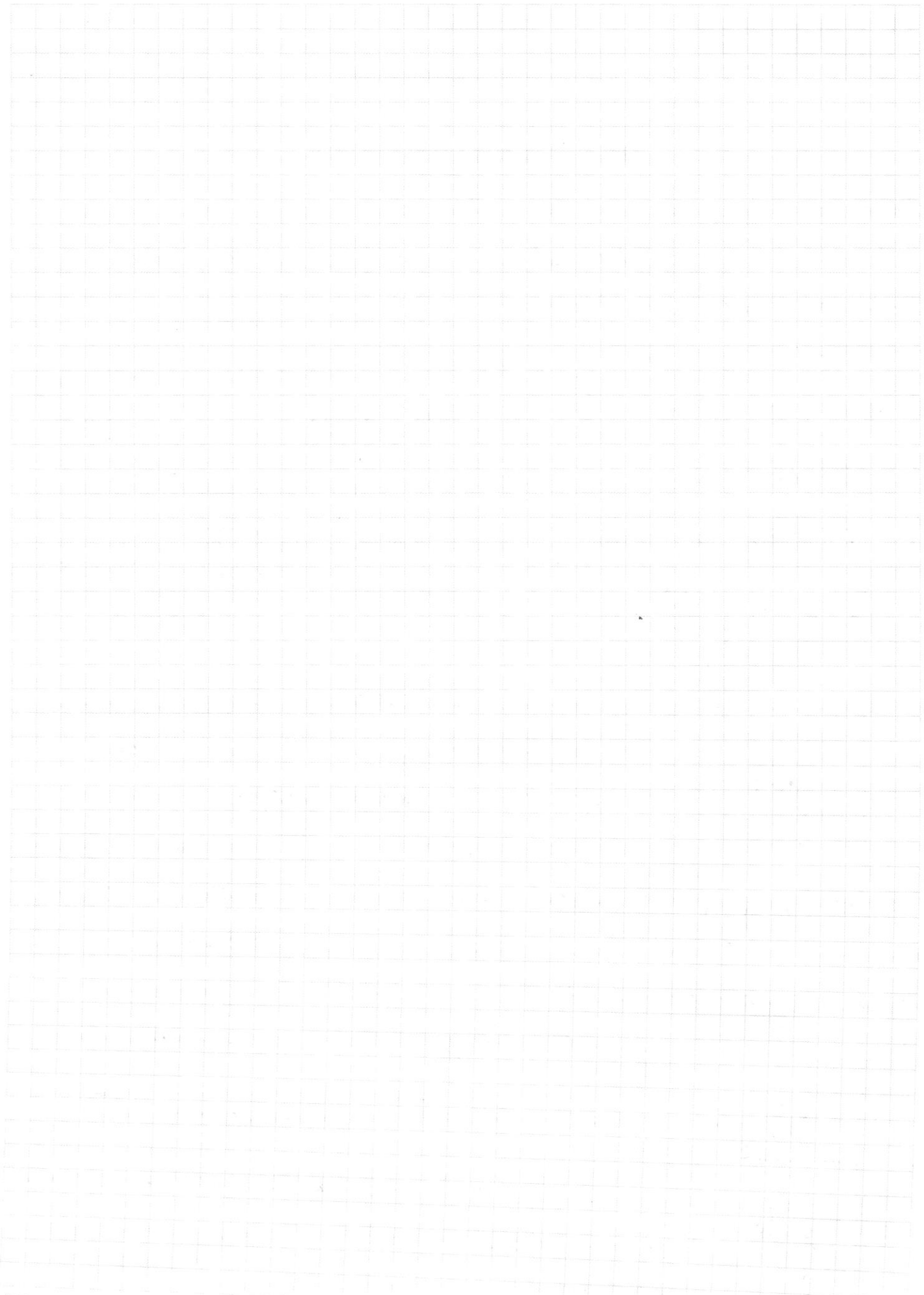
Из симметрии пластин следует, что поле от каждой из них в данной точке направлено перпендикулярно к своим пластинкам. т.к $\alpha = \frac{\pi}{4}$ - пластинки одинак.

по всем размерам. пусть одна заряж. пластинка создаст поле E в этой точке, тогда вторая пластинка тоже будет создавать поле E в этой точке. Из суперпозиции этих полей найдем величину поля при 2 пластинках:

$E_2 = E\sqrt{2}$; $E_1 = E$; $\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$ - увеличится в $\sqrt{2}$



Из симметрии \Rightarrow поле от каждой из пластин в данной точке направлено перпенд. к своим пластинкам.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

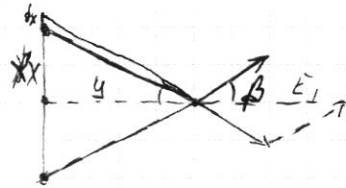
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пластину можно разбить на бесконечные прямые (ист. суперпозиция)



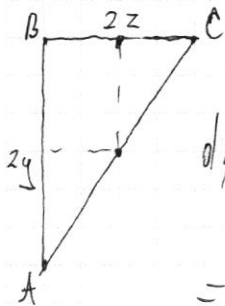
$$\frac{\lambda dx}{\epsilon_0} = E \cdot 2\pi R \cdot dx ; E = \frac{\lambda}{\epsilon_0 2\pi R} \quad \text{— поле}$$

от одной беск. прямой.



$$\lambda_1 \cdot 2z = \delta_1$$

$$\lambda_2 \cdot 2y = \delta_2$$



$$dE_{\perp} = \frac{2 \cdot \lambda_1}{2\epsilon_0 \pi \sqrt{y^2 + x^2}} \cdot \frac{y}{\sqrt{y^2 + x^2}} = \frac{\lambda_1 y}{\epsilon_0 \pi (y^2 + x^2)}$$

$$dQ = \lambda dx$$

$$dQ = \delta dx$$

$$\frac{\lambda}{\delta dx} = 1$$

$$\lambda = \delta dx$$

$$= \frac{\delta_1 y dx}{\epsilon_0 \pi (y^2 + x^2)} = \frac{\delta_1 \cos \alpha dx}{\epsilon_0 \pi \sqrt{y^2 + x^2}} = \left\{ dx = \sqrt{y^2 + x^2} d\alpha \right\} =$$

$$= \frac{\delta_1 \cos \alpha d\alpha}{\epsilon_0 \pi} \cdot E_{\perp} = \frac{\delta_1}{\epsilon_0 \pi} \sin \alpha = \frac{\delta_1 z}{\epsilon_0 \pi \sqrt{y^2 + z^2}} \quad \left(\frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}} = \sin \alpha \right)$$

$$dE_{2\perp} = \frac{\lambda_2 z}{\epsilon_0 \pi (z^2 + x^2)} = \frac{\delta_2 z dx_2}{\epsilon_0 \pi (z^2 + x^2)} = \frac{\delta_2 \cos \alpha_2 dx_2}{\epsilon_0 \pi \sqrt{z^2 + x_2^2}} = \frac{\delta_2 \cos \alpha_2 d\alpha_2}{\epsilon_0 \pi}$$

$$E_{2\perp} = \frac{\delta_2 \sin \alpha_2}{\epsilon_0 \pi} = \frac{\delta_2 y}{\epsilon_0 \pi \sqrt{y^2 + z^2}} \quad \left(\frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}} = \cos \alpha_2 \right)$$

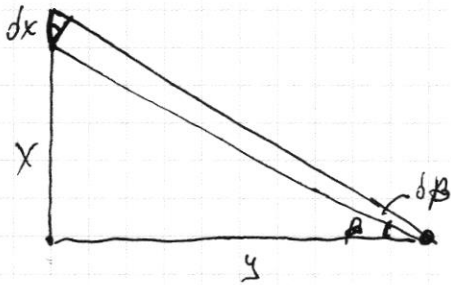
$$E^2 = E_{2\perp}^2 + E_{1\perp}^2 = \frac{\delta_1^2}{\epsilon_0^2 \pi^2} \frac{z^2}{y^2 + z^2} + \frac{\delta_2^2}{\epsilon_0^2 \pi^2} \cdot \frac{y^2}{y^2 + z^2} = \frac{\delta_1^2 + \delta_2^2}{\epsilon_0^2 \pi^2}$$

$$E = \frac{\delta}{\epsilon_0 \pi} \sqrt{\frac{4}{49} + 1} = \frac{\delta}{\epsilon_0 \pi} \frac{\sqrt{53}}{7}$$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$dx \cos \varphi = \sqrt{x^2 + y^2} \cdot d\varphi \quad ; \quad \frac{dx}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{d\varphi}{\cos \varphi}$$

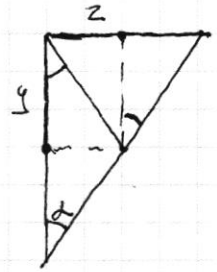
$$dE_{1\perp} = \frac{\delta_1 \cos \varphi}{\epsilon_0 \tilde{\mu} \sqrt{x^2 + y^2}} dx = \frac{\delta_1}{\epsilon_0 \tilde{\mu}} d\varphi$$

$$E_{1\perp} = \frac{\delta_1}{\epsilon_0 \tilde{\mu}} \int_0^{\alpha} \frac{1}{\cos \varphi} d\varphi = \frac{\delta_1}{\epsilon_0 \tilde{\mu}} \int_0^{\alpha} \frac{1}{\cos \varphi} d\varphi = \frac{\delta}{\epsilon_0 \tilde{\mu}}$$

$$dE_{2\perp} = \frac{\delta_2 \cos \beta_2 dx_2}{\epsilon_0 \tilde{\mu} \sqrt{z^2 + x^2}} \quad ; \quad dx_2 \cos \beta_2 = \sqrt{z^2 + x^2} d\beta_2$$

$$E_{2\perp} = \frac{\delta_2}{\epsilon_0 \tilde{\mu}} \int_0^{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{9}} \frac{1}{\cos \beta_2} d\beta_2 = \frac{\delta_2}{\epsilon_0 \tilde{\mu}} \int_0^{\frac{7\pi}{18}} \frac{1}{\cos \beta_2} d\beta_2 = \frac{\delta}{\epsilon_0 \tilde{\mu}}$$

$$E = \frac{\delta}{9\epsilon_0} \cdot \sqrt{2} = \frac{\delta}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{2}{81}}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № __
(Нумеровать только чистовики)

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)