Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

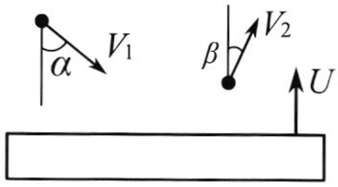
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.



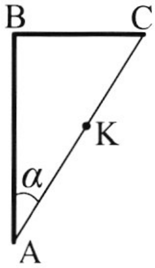
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$.
R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

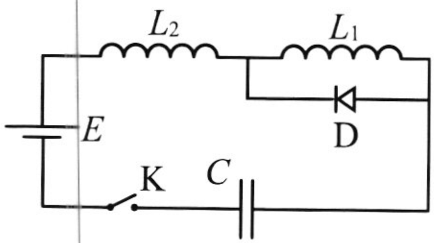
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

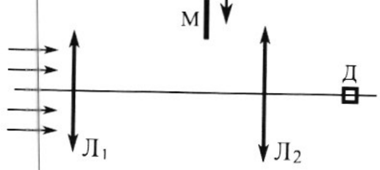
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

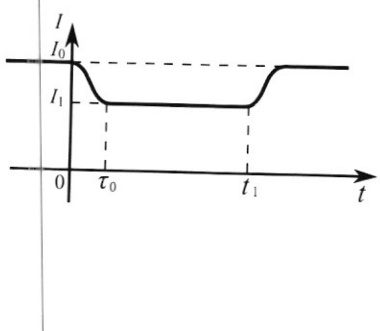
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Т.к. поверхность гладкая, при ударении возникнет только сила перпендикулярная плите, сила трения не возникнет. Тогда и на горизонтальную компоненту скорости ничего влиять не будет.

$U_{1x} = U_{2x}$ – проекции их на ось OX, направленную вдоль пов-сти плиты, вплоскости создаваемой векторами $\vec{U_1}$ и $\vec{U_2}$ "вправо", ось OY перпендикулярна пов-сти плиты ~~"вверх"~~ "вниз"

$U_{1x} = U_1 \cdot \sin\alpha$
$U_{2x} = U_2 \cdot \sin\beta$ $\Rightarrow$ $U_1 \sin\alpha = U_2 \sin\beta$

$U_2 = U_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$; $U_2 = \frac{8 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 12\ м/с$

Найдём проекции скоростей на ось OY

$U_{1y} = U_1 \cos\alpha = U_1 \sqrt{\frac{16-9}{16}} = 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = 2\sqrt{7}$

$U_{2y} = -U_2 \cos\beta = -U_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -12\frac{\sqrt{3}}{2} = -6\sqrt{3}$

В случае абсолютно упругого удара ~~скорост~~ проекция скороста в СО плиты на ось OY осталась бы неизменной

$U_{1yn} = -U_{2yn}$; $U_{1yn} = U_{1y} - U_x$; $U_{2yn} = U_{2y} - U_x$ – з-н сложения скоростей

$2\sqrt{7} - U_x = -(-6\sqrt{3} - U_x)$

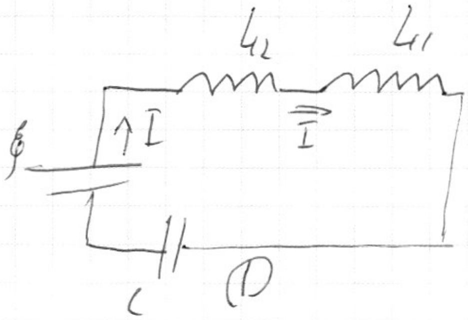
$-2U_{ox} = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}$

$U_{ox} = \frac{2\sqrt{7} - 6\sqrt{3}}{2} = \sqrt{7} - 3\sqrt{3}$ – отрицательна говорит о том, что скорость направлена вверх $U_0 = 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$

Но т.к. удар неупругий, то $U > U_0$, т.к. в системе происходит ~~..~~ рассеяние энергии и тепло $\Rightarrow$ начальная энергия должна быть выше, но
$U \le |v_{2y}|$, т.к. иначе шарик слипается с плитой, а не свободно летит, и его скорость будет больше чем v_{2y} $U \in (3\sqrt{3}-\sqrt{7};\ 6\sqrt{3}]$

Ответ: $v_2 =$ км/с; $U \in (3\sqrt{3}-\sqrt{7};\ 6\sqrt{3}]$

N4



1) Пока ток течёт по часовой стрелке диод закрыт и система эквивалентна системе с рис. 1, когда ток сменит напр. на против часовой, диод откроется и система примет вид с рис. 2, т.к. диод станет тонкой проволокой без сопротивления, весь ток будет течь через него

2) После закрытия ключа в системе начнутся колебания тока, начальный ток нулевой, значит через пол периода ток сменит свое направление. Изначально ток потечёт по часовой (следует из полярности батарейки) Найдем периоды колебания в двух случаях.

$T_1 = 2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C}$

полная индуктивность контура

$T_2 = 2\pi\sqrt{L_2 C}$, Пошагово распишем процесс.

1) Ток нулевой
2) Ток течёт по часовой (1 схема)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Ток обнулился (прошло полпериода колебаний T_1)

4) Ток начал течь противчасовой (слева 2)

5) Ток нулевой (с п.3 прошло полпериода колебания T_2)

6) см. п.2 и.т.д. Теперь видно, что период колебаний системы складывается из двух полупериодов

$T_0 = \frac{T_1+T_2}{2} = \pi\left(\sqrt{L_2C} + \sqrt{(L_1+L_2)C}\right)$, этот будет период колебания тока на катушке L_1

Как известно напр. на катушках пропорционально $\frac{dI}{dt}$ тогда если напр. нулевое, то ток минимален или максимален, рассмотрим такой случай, для двух схем

① $\mathcal{E} = \frac{q}{C}$, тогда по з-ну сохр. энергии

$$\mathcal{E} \cdot q = \frac{I_1^2 L_1}{2} + \frac{I_1^2 L_2}{2} + \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$$ — на конденсаторе напр. $\mathcal{E}$

работа источника

$$I_1^2 = \frac{\mathcal{E}^2 C - \frac{\mathcal{E}^2 C}{2}}{(L_1+L_2)/2} = \frac{\mathcal{E}^2 C}{L_1+L_2}; \quad I_1 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$$ — максимум тока в первой схеме

Для второй схемы аналогично:

$$I_2 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_2}}$$ — максимум тока во 2-ой схеме

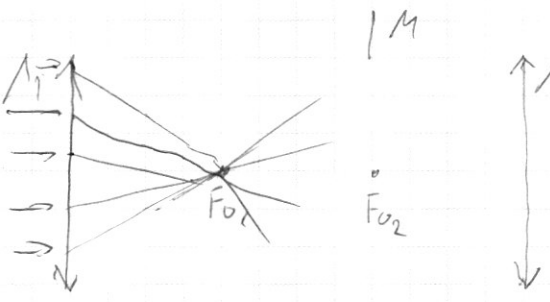
$$I_{M1} = I_1 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}; \quad I_{M2} = I_2 = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_2}}$$

ток I_2 через эту катушку не потечет

Ответ: $T_0 = \pi\left(\sqrt{L_2C} + \sqrt{(L_1+L_2)C}\right)$; $I_{1m} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}}$; $I_{2M} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_2}}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

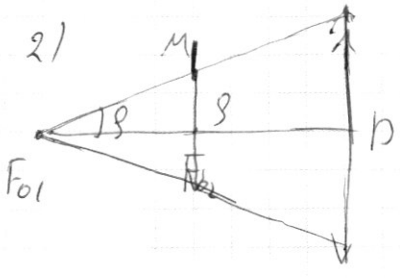


Параллельные ~~лучи~~ главной оптической оси лучи собираются в главном фокусе линзы $Л_1$ и после этого расходятся так будто в точке F_{01} находится точечный источник.

Несложно заметить, что F_{01} — двойной фокус линзы $Л_2$ тогда и изобр. собирается в двойном фокусе (расстояние между линзами $3F_0$, расстояние от $Л_1$ до ист. F_{01} ровно F_0, тогда расстояние от $Л_2$ до F_{01} = ~~$2F_0$~~ $3F_0 - F_0 = 2F_0$) Т.к. фотодетектор ~~фокус~~ стоит там где фокусируется свет, то он также стоит в двойном фокусе следствие формулы тонкой линзы: $\frac{1}{2F_0}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F_0}$; $f=\left(\frac{2F_0-F_0}{2F_0^2}\right)^{-1}=2F_0$)

1) $d_{Л_2Д} = 2F_0$

2)



Изобразим ход крайних лучей попадающих на $Л_2$ и от мишени S, в момент τ_0 — мишень полностью зашла в область лучей попадающих на линзу (она указана на рисунке и ограничивается крайними лучами)

Т.к. при полном нахождении мишени в этом пучке ток ослабляется в $\frac{4}{3}$ раза, то мишень ~~перекрывает~~ перекрывает $\frac{1}{4}$ излучения $\Rightarrow$ её площадь в 4 раза меньше площади сечения светового пучка на расстоянии F_{02} т.к. F_{02} ровно посередине между F_{01} и $Л_2$, то $S = \frac{1}{4} S_л$ — площадь сечения в

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4 раза меньше площади линзы

$S = \frac{\pi D^2}{16}$; $S_л = \frac{1}{4}S = \frac{\pi D^2}{64} = \frac{\pi D_л^2}{4}$

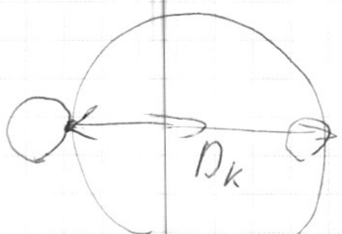
$D_л^2 = \frac{D^2}{16}$; $D_л = \frac{D}{4}$. За время τ_0 мишень от маленького касания светового конуса переместилась всей своей площадью в область конуса, тоесть за время τ_0 прошла свой диаметр

$V\tau_0 = D_л$

$V = \frac{D}{4\tau_0}$

3) За время ~~τ_0~~ t_1 мишень прошла от одного края светового конуса до другого:

$D_к = \frac{D}{2}$ из подобия и того, что $F_{о2}$ равно посередине между $F_о$ и $Л_2$



$t_1 = \frac{D_к}{V} = \frac{D}{2D} \cdot 4\tau_0 = 2\tau_0$

Ответ: $d_{л2} = 2F_0$; $V = \frac{D}{4\tau_0}$; $t_1 = 2\tau_0$

№2

оба газа являются двухатомными и их кол-во степеней свободы равно $5 = i$.

В начальный момент будем считать, что система покоилась, тогда давление создаваемое в ~~этих~~ частях сосуда равно.

$P_2V_2 = \nu R T_2$ — кислород
$P_1V_1 = \nu R T_1$ — азот
} — законы Менделеева-Клапейрона

$\frac{P_2V_2}{P_1V_1} = \frac{T_2}{T_1}$; $P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{300}{500} = 0,6$ $\qquad \frac{V_1}{V-V_1} = \frac{3}{5}$; $V_1 + \frac{3}{5}V_1 = \frac{3}{5}V$

$V_1 = \frac{3}{8}V$

2) Т.к. сосуд теплоизолирован то энергия всей системы постоянна (при совершении работы один газ сов. работу A, а второй $-A$, при передаче тепла один газ передает Q, и второй получает Q, $U = const$)

$U_1 = \frac{i}{2}\nu R T_1 + \frac{i}{2}\nu R T_2$

$U_2 = \frac{i}{2}(\nu+\nu)RT \qquad 2T = T_1 + T_2$

$T = \frac{T_1+T_2}{2}$; $T = \frac{500+300}{2} = 400K$

3) Т.к. давление не зависит от рода в-ва, а только от его количества частиц, то данный процесс можно считать изобарным (поршень движется медленно, что было в условии также говорит) об этом

По 1-ому началу термодинамики

$\Delta U + A' = \Delta Q$

$A = P\Delta V = P(V_0 - V_1)$; $V_0 = \frac{V}{2}$

$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R(T - T_1)$; $\quad PV_0 = \nu R T$, $PV_1 = \nu R T_1$ } $A = \nu R(T - T_1)$

$\Delta Q = \frac{i}{2}\nu R(T-T_1) + \nu R(T-T_1)$

$\Delta Q = \frac{i+2}{2}\nu R(T-T_1)$

$\Delta Q = \frac{5+2}{2}\cdot\frac{3}{7}\cdot 8,314\cdot(400-300) = \frac{3}{2}\cdot 8,314\cdot 100 = 3\cdot 415,7 =$

$= 1247,1$ Дж

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$; $T = 400K$; $\Delta Q = 1247,1$ Дж

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Как известно бесконечная пластина с поверхностной ~~плотность~~ плотностью заряда создаёт поле равное: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$

Нетрудно догадаться, что поле пластин AB и незаряженная

Поле в точке K равно $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$, $\varepsilon = 1$

Поле заряда второй пластины в точке K будет создаваться такая же напряжённость, т.к. пластины бесконечные и эффекты от взаимодействия пластин никак не проявляют себя вне центра

Полное поле равно $E = \sqrt{2}E_0$, т.к. компоненты равны и перпендикулярны. (поле напр. увеличится в $\sqrt{2}$ раз)

2) В объёме сила $E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$; $E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, эффекты от влияния пластин друг на друга не проявляется и поле напр.

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2} \qquad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{4+1} = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Ответ: $\frac{E_1}{E_0} = \sqrt{2}$; $E = \frac{\sqrt{5}\sigma}{2\varepsilon_0}$

$f(x)$ $f(x)$ $f(x)$

$4,157$

$+\ 415,4$ 5

12471

$tg\,30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$tg\frac{\pi}{4}$

$\sin 7\alpha = \sin 4\alpha \cdot \cos 3\alpha +$

$+ \sin\alpha \cos 4\alpha$

$\sin 6\alpha =$

$\sin 3\alpha = \sin\alpha\cos 2\alpha +$

$+ \sin 2\alpha \cos\alpha$

$\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1$

$= \cos^2\alpha$

$tg^2\alpha + 1$

$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y}$

$P_1 = \frac{\nu R T_1}{V_1}$

$P = \frac{\nu R T}{V_2}$

$\frac{1}{\frac{1}{4}+1} = \frac{4}{5}$ $\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$- (E_x\,dx)$

$\int E_x dx$

$dE_y\,dl + dE_x$

$\frac{P}{P_1} = \frac{T}{T_1}\ \frac{V}{V_1}$

$\sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{2 \cdot 1}{5} = \frac{4}{5}$

$\cos 2\alpha = \frac{3}{5}$

$\oint B\,dl = \mu\mu_0 \oint j\,ds$

$\sin 3\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} =$

$\cos 4\alpha = \frac{18}{25} - 1$

$\oint \vec\nabla \cdot \vec B\,ds\ \mu\mu_0$

$E \cdot 2S = \frac{S \cdot \sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$

$\cos 4\alpha = -\frac{7}{25}$

$\vec\nabla \times B = \mu\mu_0 j$

$E = \frac{\sigma}{2}$

$\cos 8\alpha = \frac{98}{625} - 1 =$

$= \frac{625-98}{625}$

$tg\,7\alpha = 0$

$= \frac{11}{5\sqrt{5}}$

$\sin 4\alpha = \frac{625-49}{25}$

$= \frac{24}{25}$

$tg\,3\alpha$ $\sin 7\alpha = 0$

$\oint E\,dl = \frac{d\oint B\,ds}{dt}$

$tg\,7\alpha = \frac{\sin 4\alpha\cos 3\alpha + \sin 3\alpha\cos 4\alpha}{\cos 4\alpha\sin 4\alpha + \cos 3\alpha\sin 3\alpha} =$

$\oint \nabla\times E\,ds = \oint \frac{dB}{dt}\,ds$

$\sin 4\alpha + \frac{tg\,4\alpha}{tg\,3\alpha} + 1$

$tg\,4\alpha + tg\,3\alpha$

$\vec\nabla \times \vec E = \frac{dB}{dt}$

$\cos 3\alpha = \frac{125-121}{5\sqrt{5}} =$

$\frac{\sin 4\alpha}{\sin 3\alpha} + \frac{\cos 3\alpha}{\cos 4\alpha}$

$\frac{\sin 4\alpha}{\cos 3\alpha} + \frac{\sin 4\alpha}{\cos 4\alpha}$

$= \frac{2}{5\sqrt{5}}$

$\sin 7\alpha = \frac{24}{25}\,\frac{2}{5\sqrt{5}} - \frac{7}{25}\,\frac{11}{5\sqrt{5}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{q}{C} + \ddot{q}L = 0$

$\ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

$S^2 - S - 120$

$\frac{U}{U \cdot kT}$ $\frac{U}{U \cdot LP}$ $= \frac{1}{C}$

$dPV + dVP = \nu R dT$

$dA = PdV$

$\frac{S^2}{\pi^2} - \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{16} - \frac{1}{81}\right)$ $\frac{1}{120}$

$Q = U + A$

$dQ = \frac{i}{2}\nu R dT + dA$

$dQ = \frac{i}{2}(VdP + PdV) + dA$

$\frac{V_1}{V - V_1} = \frac{T_1}{T_2}$

$V_1 = V\frac{T_1}{T_2} - V_1\frac{T_1}{T_2}$

$V_1 = \frac{V\frac{T_1}{T_2}}{1 + \frac{T_1}{T_2}} = \frac{VT_1}{T_1 + T_2}$

$S\,4\pi r^2 \cdot dr = dm$

$dg = \frac{G\,dm}{r^2}$

$dq = \frac{1}{C\pi} = \frac{S}{\pi^2}$

$V = \frac{dV}{dT} \cdot 2T$

$\frac{1}{2}\left(\frac{dV\,dP}{dT} \cdot 2T + PdV\right) + PdV$

$dV = V\frac{dT}{2T}$

$\frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{4\pi^2} + \frac{1}{9\pi^2}$

$\frac{x^3}{\pi}$

$ax(\pi - x)(\pi + x)$

$ax(\pi^2 - x^2)(4\pi^2 - x^2)$

$ax\left(1 - \frac{x^2}{\pi^2}\right)\left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right)$

$\frac{\pi^4}{36\pi^2}\ \frac{1}{6} - \frac{1}{\pi^4}S_4 = \frac{1}{120}$

$\frac{10\pi^3 - 3}{360} = \frac{S}{\pi^4}$

$\sin x = x - \frac{x^2}{2} + x^4$

$x\ \lambda^2\ 8^5 \left(S - \frac{1}{\pi^2}\right)$

$\frac{19}{120}\pi^4 S_4$

$ax(x - \pi)(x + \pi)$

$\frac{\pi^4}{36} - \frac{1}{120} = \frac{S_4}{4^4}\lambda^2 \cdot \frac{\lambda^5}{4\pi^2}\left(S - \frac{1}{4\pi^2}\right)$

$\frac{10\pi^6 - 3\pi^4}{360} = S_2\,a\,x(x^2 - \pi^2)\left(x - \frac{\pi^2}{4}\right)(x^2 -$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)