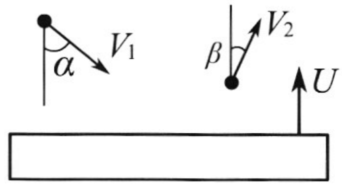
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11

Вариант 11-02

Шифр
(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 6 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.

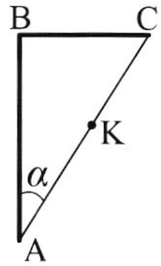


1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

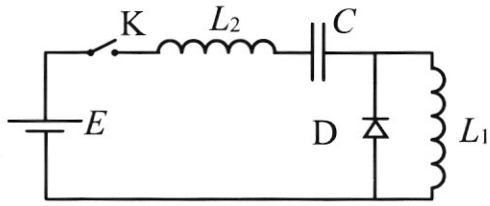
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu=6/25$ моль. Начальная температура гелия T_1 = 330 К, а неона T_2 = 440 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).
1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



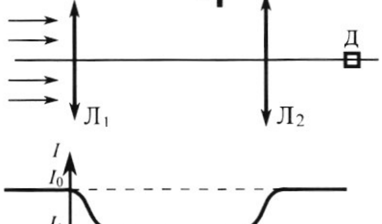
1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha=\pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1=4\sigma, \sigma_2=\sigma$, соответственно. Угол $\alpha=\pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

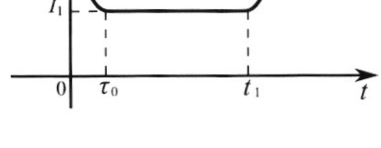
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями L_1 = 3L, L_2 = 2L, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и F_0/3, соответственно. Расстояние между линзами 1,5F_0. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии 5F_0/4 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1=8I_0/9$.





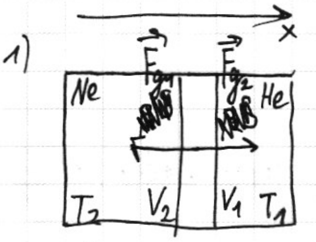
1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

1)



$\nu_{He}=\nu_{Ne}=\nu$

На поршень действуют силы давления со стороны обоих газов. Поршень неподвижен.

2ЗН для поршня:

$\vec F_{g_1}+\vec F_{g_2}=m\vec a$

Ox:

$-F_{g_1}+F_{g_2}=0$

$F_{g_2}=F_{g_1}$

$p_2S=p_1S$

$p_2=p_1$

Запишем закон Менделеева-Клапейрона для обоих газов.

He: $p_1V_1=\nu RT_1$

Ne: $p_2V_2=\nu RT_2$

$$\frac{\cancel{p_1}V_1}{\cancel{p_2}V_2}=\frac{\cancel{\nu R}T_1}{\cancel{\nu R}T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2}, \quad \frac{V_1}{V_2}=\frac{330K}{440K}=\frac{3}{4}=0,75$$

2) Процесс медленный, значит равновесный, следовательно ускорение поршня в каждый момент времени равно нулю, а значит давления газов в каждый момент равны.

Запишем закон Менделеева-Клапейрона для обоих газов в момент равенства температур.

He: $p^*V_1^*=\nu RT^*$

Ne: $p^*V_2^*=\nu RT^*$ $\Rightarrow V_1^*=V_2^*$

Изначально объём неона больше объёма гелия^{V} из соотношения в п. 1, следовательно поршень сдвигается в сторону ~~больш~~. части сосуда с неоном.

Давления газов в каждый момент равны, а изменения объёма равны по модулю и противоположны по знаку, значит элементарные работы газов также равны по модулю и противоп. по знаку, а значит и суммарные работы аналогично.

$A_1 = -A_2$

Поршень теплоизолирован, значит кол-во теплоты ~~отд~~ отданной одним газом равно кол-ву теплоты получ. другим.

$Q_1 = -Q_2$

Запишем 1 з-н термодинамики для обоих газов.

$$\left.\begin{aligned} He:&\quad Q_1 = \Delta U_1 + A_1, \quad Q_1 = \frac{3}{2}\nu R(T^* - T_1) + A_1 \\ Ne:&\quad Q_2 = \Delta U_2 + A_2, \quad -Q_1 = \frac{3}{2}\nu R(T^* - T_2) - A_1 \end{aligned}\right\} +$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{Q_1} - \cancel{Q_1} = \frac{3}{2}\nu R(2T^* - T_1 - T_2) + \cancel{A_1} - \cancel{A_1}$$

$$\frac{3}{2}\cancel{\nu R}(2T^* - T_1 - T_2) = 0$$

$$T^* = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$T^* = \frac{330K + 440K}{2} = 385K$$

3) Пусть общий объём сосуда равен V, тогда $V = V_1 + V_2$, $V = V_1^* + V_2^*$

$$p_2 V_2 = \nu R T_2, \quad \frac{4}{7} p_2 V = \nu R T_2 \qquad V_1 = \frac{3}{7}V \qquad V_1^* = \frac{1}{2}V$$

$$p_2^* V_2^* = \nu R T^*, \quad \frac{1}{2} p_2^* V = \nu R T^* \qquad V_2 = \frac{4}{7}V \qquad V_2^* = \frac{1}{2}V$$

Сравним начальное и конечное давление неона.

$$p_2 = \frac{7\nu R T_2}{4V}, \quad p_2^* = \frac{2\nu R T^*}{V}$$

$$\Delta p = \frac{\nu R}{4V}(7T_2 - 8T^*)$$

$$7T_2 - 8T^* = 7 \cdot 440K - 8 \cdot 385K = 0$$

$\Delta p = 0$. Давление не изменилось, значит работу неона можно посчитать как

$$A_2 = \Delta V_2 \cdot p_2$$

$$Q_{отд_2} = -Q_{пол_2} = -Q_2$$

$$Q_2 = \frac{3}{2}\nu R(T^* - T_2) + \Delta V_2 \cdot p_2 = \frac{3}{2}\nu R(T^* - T_2) + \left(\frac{1}{2}\cancel{V} - \frac{4}{7}\cancel{V}\right) \cdot \frac{7\nu R T_2}{4\cancel{V}} =$$

$$= \frac{3}{2}\nu R(T^* - T_2) - \frac{\nu R T_2}{8} = \frac{\nu R}{2}\left(3T^* - \frac{13}{4}T_2\right)$$

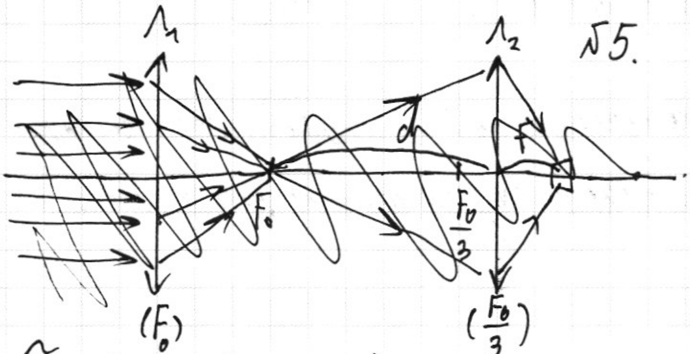
$$Q_{отд_2} = \frac{\nu R}{2}(3{,}25\,T_2 - 3T^*)$$

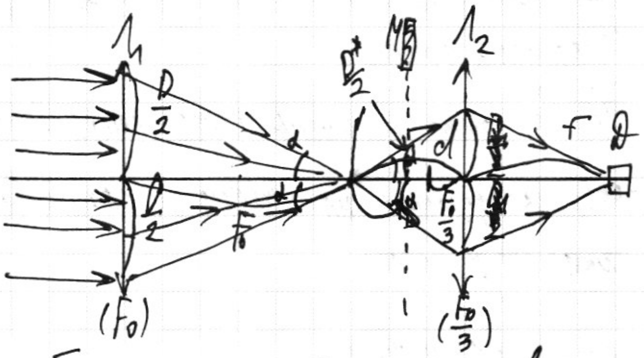
$$Q_{отд_2} = \frac{6\,моль \cdot 8{,}31\,Дж/моль\cdot K}{50}(3{,}25 \cdot 440K - 3 \cdot 385K) = 274{,}23\,Дж$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$ 2) $T^* = 385K$ 3) $Q_{отд_2} = 274{,}23\,Дж$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





Параллельный опт. оси пучок света, проходящий через собирающую линзу будет фокусироваться в фокусе линзы

Для второй линзы источник света будет находиться в фокусе первой линзы и будет являться для неё действительным предметом.

$d = 1{,}5F_0 - F_0 = 0{,}5F_0$

ФТЛ для второй линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_2}$$

$$\frac{2}{F_0} + \frac{1}{f} = \frac{3}{F_0}$$

1) $f = F_0$ – искомое расстояние.

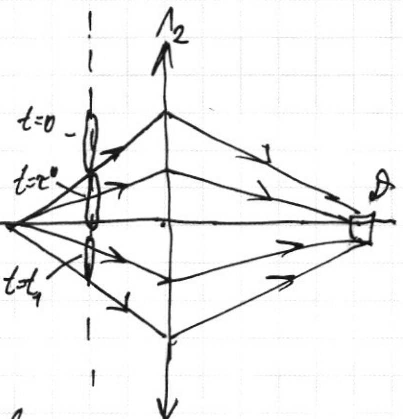
На детекторе обозначается только тот свет, который прошёл через первую линзу, соответственно самый дальний луч света будет на расст. $\frac{D}{2}$ от опт. оси. Под каким углом он пройдёт через фокус, под тем же углом он пройдёт, прошедший через Л1, через Л2. Обозначим этот угол на рисунке как α

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{D/2}{F_0} = \frac{D}{2F_0}$$
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{D^*/2}{l} = \frac{2D^*}{F_0}$$
$$\Rightarrow D^* = \frac{D}{4}$$

Мишень закрывает поток света на расст. $\frac{5}{4}F_0 - F_0 = \frac{1}{4}F_0 = l$ от фокуса первой линзы.

D^* – ширина пучка света в месте, где проходит мишень.

В момент времени от 0 до τ_0 ток меняется, значит меняется суммарный поток света, значит в этот момент мишень входит в поток, и проходит за это время расстояние равное ширине мишени



От $t=\tau_0$ до $t=t_1$, ~~[illegible]~~ ток не меняется значит поток света не меняется, значит в это время мишень целиком находится в потоке.

Во сколько раз уменьшается поток света попадающий на $Л_2$ во столько же раз уменьшается поток, попадающий на детектор, а значит во столько же раз уменьшается сила тока исходящая от детектора.

h - ширина мишени.

$$\frac{D^*-h}{D^*} = \frac{I_1}{I_0} = \frac{8}{9}$$

$$h = \frac{1}{9}D^* = \frac{D}{36}$$

Расст. h мишень преодолевает за время τ_0, скорость постоянна, значит её можно найти как $\frac{h}{\tau_0}$

$$v = \frac{h}{\tau_0} = \frac{D}{36\tau_0}$$

За время от τ_0 до t_1 мишень преодолевает расстояние равное D^*-h

$$t_1-\tau_0 = \frac{D^*-h}{v} = \frac{8D\cdot 36\tau_0}{36D}$$

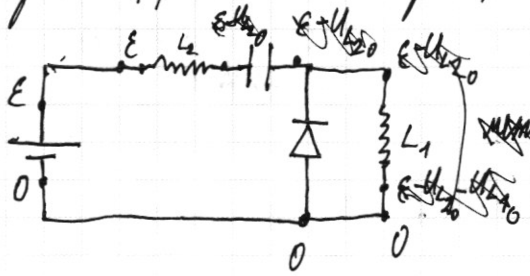
$$t_1 = 9\tau_0$$

Ответ: 1) $F = F_0$
2) $v = \frac{D}{36\tau_0}$
3) $t_1 = 9\tau_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

Рассмотрим момент, когда ключ был только замкнут. Токи через катушки скачком не изменятся, также как и напряжение на конденсаторе.



~~метод потенциалов~~

$I_{L_{10}} = 0$

$I_{L_{20}} = 0$, $W_0 = \frac{L I_{10}^2}{2} + \frac{L I_{20}^2}{2} + \frac{C U_{20}^2}{2} = 0$

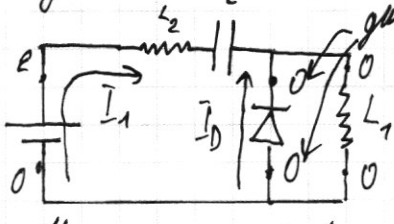
$U_{C_0} = 0$

~~$\varepsilon - U_{L_{20}} - U_{L_{10}} = 0$~~

~~$U_{L_{20}} + U_{L_{10}} = \varepsilon$~~

Ток начнёт течь по направлению ЭДС, то есть по часовой стрелке. ~~В этот момент ток через диод течь не будет.~~

Пусть в этот момент ток через диод будет течь, тогда

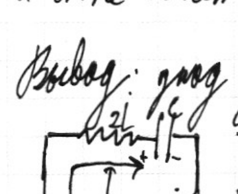


диод идеальный, значит напряжение на нём равно 0

метод потенциалов.

Через катушку L_1 в таком случае ток течь не будет (объяснение аналогично тому, что на следующей странице), значит ток в цепи будет один, и он не может быть направлен одновременно в разные сторон

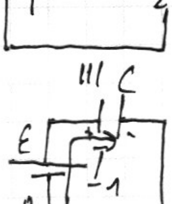
Вывод: диод закрыт. Значит схему можно перерисовать:



~~метод потенциалов~~ Последовательно подключенные катушки можно заменить на одну.

$L_0 = L_1 + L_2$

$L_0 = 5L$



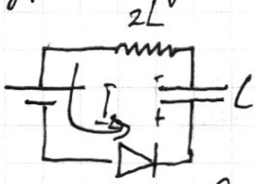
Чтобы найти период в такой цепи можно воспользоваться формулой Томсона $T = 2\pi\sqrt{C_0 L_0}$. Но! Будет актуальна только половина периода, т.к. со второй половины ток будет течь в другую сторону.

$T_1 = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{L_0 C_0}$

$T_1 = \pi\sqrt{5LC}$

Когда диод откроется напряжение на нём будет равно нулю, значит напряжение на L_1 будет также равно нулю из-за парал. подключ., значит $U_{L_1} = L_1 \cdot I_{L_1}' \Rightarrow I_{L_1}' = 0$ ток на катушке будет неизменен, а в момент открытия диода ток в цепи равен нулю, значит также он на катушке и остается

В момент открытия диода и до момента закрытия схема цепи будет выглядеть так:



Из формулы ~~Томпсона~~ актуальна будет также половина периода:

$T_2 = \pi\sqrt{L_2 C_0}$

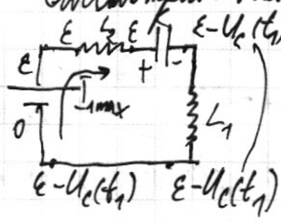
$T_2 = \pi\sqrt{2LC}$

Общий период будет равен

1) $T = T_1 + T_2$, $T = \pi\sqrt{5LC} + \pi\sqrt{2LC} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{5}+\sqrt{2}) \approx 3{,}64\pi\sqrt{LC} \approx 11{,}43\sqrt{LC}$

2) Во второй части периода ток через $L_1 = 0$, и он не максимален, значит рассматриваем первую часть.

Рассмотрим момент, когда $I_1(t_1) = I_{1max}$. ~~Когда~~ В этот момент скорость изменения тока равна нулю.



метод потенциалов

Значит $I_1'(t_1) = 0$

$U_{L_1}(t_1) = 3L \cdot I_1'(t_1)$

$U_{L_1}(t_1) = 0$

$U_{L_2}(t_1) = 0$

$\varepsilon - U_c(t_1) = 0$

$U_c(t_1) = \varepsilon$

$q(t_1) = C \cdot U_c(t_1)$

$q(t_1) = C \cdot \varepsilon$

К моменту времени t_1 на конденсатор натечёт заряд $q(t_1)$, значит $A_Б(t_1) = q(t_1) \cdot \varepsilon$

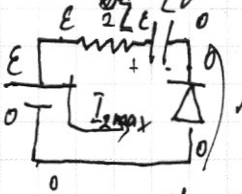
ЗСЭ: $A_Б(t_1) = W(t_1) - W_0 + Q$

$$C \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon = \frac{2L I_{1max}^2}{2} + \frac{3L I_{1max}^2}{2} + \frac{C U_c(t_1)^2}{2} - 0$$

$$I_{1max} = \sqrt{\frac{C\varepsilon^2}{5L}} = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{5L}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Чтобы понять какой ток, текущий через L_2 максимален, нужно сравнить I_{1max} с максимальным током за вторую часть периода.



Рассмотрим момент, когда $I_2(t_2)=I_{2max}$

метод потенциалов

$U_{L_2}(t_2)=0$ аналогично второму пункту

$\varepsilon-0=U_C(t_2)$, $q(t_2)=\varepsilon C$

Работа батареи остаётся равной $=\varepsilon\cdot q(t_2)$

$A_Б(t_2)=\varepsilon\cdot q(t_2)=\varepsilon^2 C$

ЗСЕ:

$A_Б(t_2)=W(t_2)-W_0$

$\varepsilon^2C=\frac{2L\cdot I_{2max}^2}{2}+0+\frac{C\varepsilon^2}{2}-0$

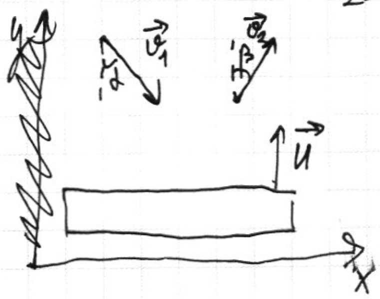
$I_{2max}=\varepsilon\sqrt{\frac{C}{2L}}>\varepsilon\sqrt{\frac{C}{5L}}=I_{1max}$

Макс. ток через L_2 равен I_{2max}

Ответ: 1) $T=(\sqrt5+\sqrt2)\pi\sqrt{LC}\approx 11{,}43\sqrt{LC}$

2) $I_{1max}=\varepsilon\sqrt{\frac{C}{5L}}$

3) $I_{2max}=\varepsilon\sqrt{\frac{C}{2L}}$



№1.

OX: $v_{1x}=v_1\sin\alpha$

$v_{2x}=v_2\sin\beta$

$u_x=0$

относительно Ox плита неподвижна и никак не влияет на движение шарика.

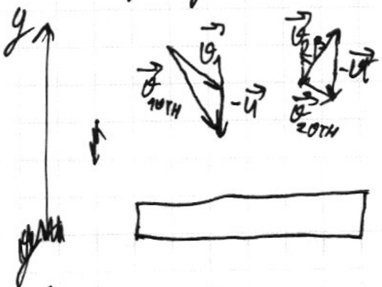
Значит ~~[illegible]~~ скорость шарика по Ox не меняется

$v_{1x}=v_{2x}$

$v_1\sin\alpha=v_2\sin\beta$

1) $v_2=v_1\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$, $v_2=2v_1$, $v_2=12$ м/с

2) Перейдём в СО плиты:



~~При столкновении выделяется тепло, поэтому сох~~

По ЗСС: $\vec{v}_1 = \vec{v}_{1отн} + \vec{u}$, $\vec{v}_{1отн} = \vec{v}_1 - \vec{u}$

$\vec{v}_2 = \vec{v}_{2отн} + \vec{u}$, $\vec{v}_{2отн} = \vec{v}_2 - \vec{u}$

После столкновения с плитой шарик не может продолжить движение в сторону плиты, т.к. он отскакивает:

$v_{2отн\,y} \geqslant 0$, $u_y = -u$

$v_2 \cos\beta - u \geqslant 0$

$u \leq v_2 \cos\beta$

$u < 8\sqrt{2}$ м/с

$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin\beta^2}$

$\cos\beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

плита движется вверх, поэтому движение вниз или нулевая скорость недоступны.

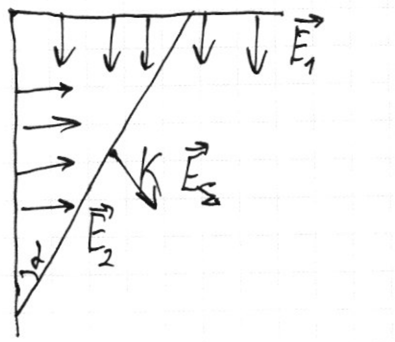
0 м/с $< u < 8\sqrt{2}$ м/с

Ответ: 1) $v_2 = 12$ м/с

2) 0 м/с $< u < 8\sqrt{2}$ м/с

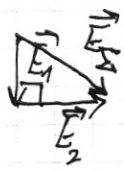
№3.

1)



По принципу суперпозиции

$\vec{E}_{\Sigma_1} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$



$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$

$E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$

$E_{\Sigma_1} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{\sqrt{2}\sigma_1}{2\varepsilon_0}$

$E_{\Sigma_0} = E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$

2)

1) $\frac{E_{\Sigma_1}}{E_{\Sigma_0}} = \sqrt{2}$

аналогично

2) $E^*_\Sigma = \sqrt{E_1^{*2} + E_2^{*2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{16+1} = \frac{\sqrt{17}\sigma}{2\varepsilon_0}$

Ответ: 1) $\frac{E_{\Sigma_1}}{E_{\Sigma_0}} = \sqrt{2}$

2) $E^*_\Sigma = \frac{\sqrt{17}\sigma}{2\varepsilon_0}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\vartheta_1 \sin\alpha = \vartheta_2 \sin\beta$

$\vartheta_2 = \frac{\vartheta_1 \sin\alpha}{\sin\beta}$

ЗИНЭ:

$Q = \frac{m\vartheta_1^2}{2} - \frac{m\vartheta_2^2}{2}$

$\frac{2}{3}\vartheta_1 = \frac{1}{3}\vartheta_2$

$\vartheta_2 = 2\vartheta_1$

1,41

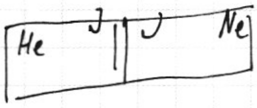
2,23

$\frac{770}{2}$ 385

$\times\, 364 \cdot 314 = 1456 \ldots 364 \ldots 1092 \ldots 114296$

3,5 $\cdot$ 110

385



$pV_1 = \nu RT_1$ $\quad pV_2 = \nu RT_2$

$p^*V_1^* = \nu RT^*$ $\quad p^*V_2^* = \nu RT^*$

$V_1^* = V_2^*$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

$V_1^* + V_2^* = V_1 + V_2$

$2V_1^* = (1 + \frac{T_1}{T_2})V_2$

$T^* = \frac{\cancel{N}}{36} T_1$

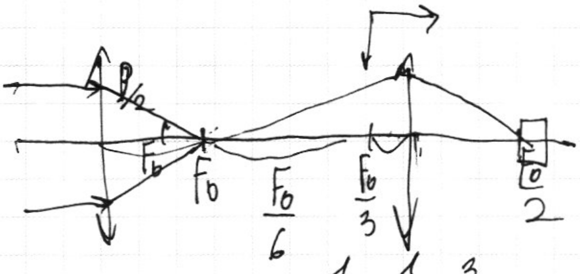
$\frac{\cancel{\nu R T_1}}{\frac{3}{4}X} = \frac{\nu R T_x}{\frac{1}{2}X}$

$\frac{\nu}{s}$ $\quad \sigma = \frac{q}{s}$

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$V_1 = \frac{3}{7}V \Rightarrow \frac{1}{2}V$

$V_2 = \frac{4}{7}V$



$\frac{2F_0}{6}$

$\frac{3}{6}F_0$

$\frac{3}{2}\nu R(T_0 - T_1) + A = Q$

$\frac{3}{2}\nu R(\frac{T_0 - T_2}{2}) - A = -Q$

$\frac{3}{2}\nu R(2T_0 - T_1 - T_2) = 0$

$2T_0 = T_1 + T_2$

$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2}$

$55(3,25 \cdot 8 - 3 \cdot 7$

26 - 21

5

40

35

8 $\quad$ 7

$\frac{1}{F_0} + \frac{1}{f} = \frac{3}{F_0}$

$\frac{1}{f} = \frac{2}{F_0}$

$f = \frac{F_0}{2}$

$\varepsilon - 3U_{L_2}$ $\quad \varepsilon - U_{L_2}$

$\varepsilon = U_{L_2} + U_{L_1}$

0

5L

C

24 0,30

$24,93 \cdot 11$

274,23

$7 \cdot 40 - 8 \cdot 35$

$7 \cdot 8 - 8 \cdot 7$

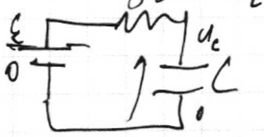
$\frac{3 \cdot 8,31 \cdot \cancel{55} \cdot 5}{\cancel{50}}$ 11

$\frac{2}{F_0} + \frac{1}{F_0} = \frac{3}{F_0}$

$F_0 = F_0$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)



$\varepsilon - U_L$

$\varepsilon - U_L - U_c$

$U_L + U_c = \varepsilon$

$U_L = 5L \cdot \dot{I}$

1,41
141
141
564
141
19881

1,42
142
284
568
142
4

2,2 2,3

2,23

$-\frac{3\varepsilon^2 C}{2} =$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)