

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

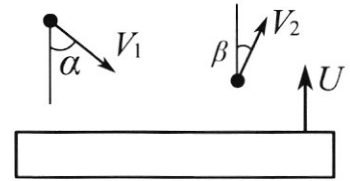
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

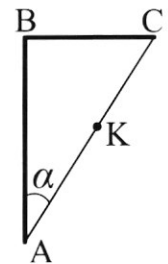


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

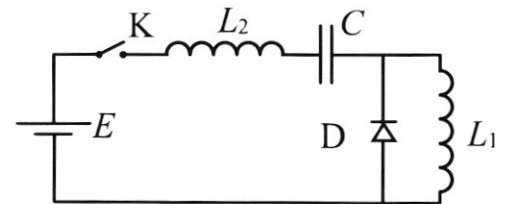
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



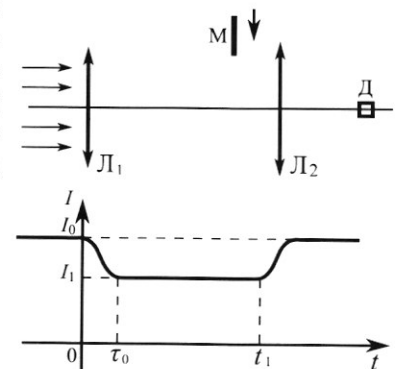
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

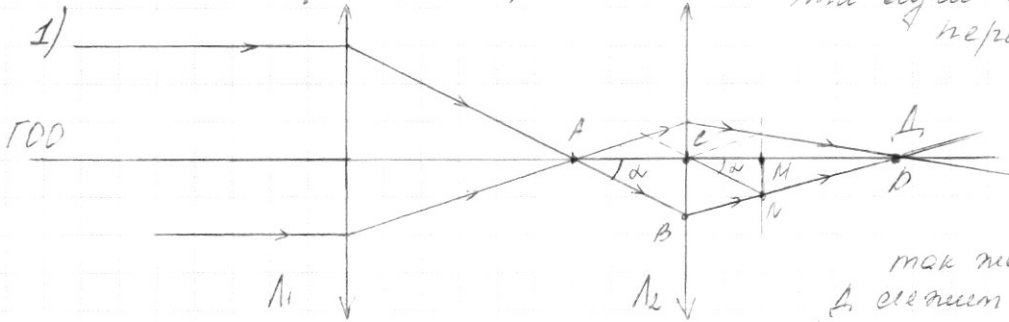
5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
 - 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .
- Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

б) Построение под пары лучей.



Эти лучи однозначно
пересекаются на GDD,
т.к. существует
еще, прошед-
ший через
центр оптического
элемента, который
так же попадает в D, =>
D лежит на этом же
радиусе не пересекаясь

еще, т.е. на GDD

р-ли $\triangle ACB$: пусть $\angle CAB = \alpha$, $AC = 1,5F_0 - F_0 = 0,5F_0$
 $CB = \frac{AC}{\cos \alpha} \sin \alpha = AC \tan \alpha = \frac{F_0 \tan \alpha}{2}$

р-ли $\triangle EMN$: $EN \parallel AB$ (т.к. N - побочный фокус линзы L_2) $\Rightarrow \angle MEN = \alpha$
 $EM = \frac{F_0}{3} \Rightarrow MN = EM \tan \alpha = \frac{F_0 \tan \alpha}{3}$

р-ли $\triangle CBD$ и $\triangle MND$: $\angle CBD = \angle MND = 90^\circ$, $\angle MDN$ - общий \Rightarrow
 $\triangle CBD \sim \triangle MND$ по 1 признаку $\Rightarrow \frac{MN}{CB} = \frac{MD}{CD} = \frac{MD}{MD + EM}$

$\frac{F_0 \tan \alpha \cdot 2}{3 F_0 \tan \alpha} = \frac{2}{3} = \frac{MD}{MD + F_0} \Rightarrow MD = \frac{2F_0}{3}$

Пусть расстояние между линзой L_2 и фотодетектором рав-
но L . $L = CD = CA + MD = \frac{F_0}{3} + \frac{2F_0}{3} = F_0$

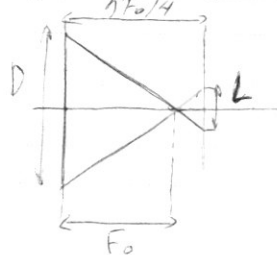
2) Ток фотодетектора начинает уменьшаться, когда
эmission начинает "преграждать путь" некоторой части
света; заканчивается, когда эmission оказывается полностью
в тени от т.к. $\sin \theta = \frac{d}{L}$; ток начинает увеличивать-
ся, когда эmission начнет выходить из "зоны тени",
и снова станет постоянным, когда эmission полностью
выйдет из этой зоны. Тогда понятно, что если d - диа-
метр эmission, то $\theta = \frac{d}{L}$

Т.к. $I \sim P$, а $P \sim S$, $I \sim S$ (S - площадь, которую освещает
пучок, в этой задаче нас интересуют отношения площадей,
поэтому площади будем считать в плоскости
эmission)

$\frac{I_0}{d} = P_{\max} \sim \frac{\pi L^2}{4}$

$\frac{I_1}{d} = \frac{8I_0}{9d} = P_{\min} \sim \left(\frac{\pi L^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right)$

$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{9}{8} = \frac{\pi L^2 \cdot 4}{4 \pi (L^2 - d^2)} = \frac{L^2}{L^2 - d^2}$



По подобия
 $L \neq \frac{D}{4}$

$$L^2 = 9d^2 \Rightarrow d = \frac{L}{3} = \frac{D}{12} \Rightarrow v = \frac{D}{12T_0}$$

3) За время $t_1 - T_0$ шмими пройдем расстояние $L - d = \frac{2L}{3} = \frac{D}{6}$

$$v(t_1 - T_0) = \frac{D}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{D}{6v} + T_0 = \frac{D \cdot 12T_0}{6D} + T_0 = 2T_0 + T_0 = 3T_0$$

Ответ: $v = \frac{D}{12T_0}$, $t_1 = 3T_0$

2. 1) Тлк. поршни находится в равновесии, давления на него со стороны газа и нефти равно $p_{не} = p_{газ}$

По уравнению Менделеева-Клапейрона $\frac{vRT_1}{V_1} = \frac{vRT_2}{V_2} \Rightarrow$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4} = 0,75$$

2) Тлк. тепло извне в сосуд не поступает, трения нет, а $A_{не} = -A_{газ}$, следовательно внутренняя энергия газов не изменяется.

$$\frac{3}{2} vRT_1 + \frac{3}{2} vRT_2 = \frac{3}{2} vRT + \frac{3}{2} vRT \quad | \cdot \frac{2}{3v}$$

$$T_1 + T_2 = 2T \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330K + 440K}{2} = \frac{770K}{2} = 385K$$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = 0,75$; $T = 385K$

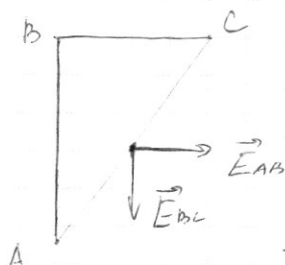
1. Тлк. поверхности шмита гладкая, на шарик во время удара не действует горизонтальная сила \Rightarrow импульс в горизонтальной горизонтальной оси сохраняется.

$m_0 v_0 \sin \alpha = m_0 v_1 \sin \beta$ (m - масса шарика)

$$v_2 = \frac{v_0 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{6 \text{ см/с} \cdot 2}{3 \cdot 1} = 2v_0 = 12 \text{ см/с}$$

3. Напряженность поля, созданного бесконечной равномерно заряженной пластинкой, вычисляется по формуле:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



1) значения $\vec{E}_1 = \vec{E}_{AC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

Потом $\vec{E}_2 = \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{AC} \Rightarrow$

$$E_2 = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AC}^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{\sigma}{2\epsilon_0}}{\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

2) $E_3 = \sqrt{E_{AC}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{\left(\frac{4\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{17}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. Рассмотрим ^{отдельно} случаи, когда диод закрыт, и когда открыт.
 Когда диод открыт, напряжение на нём равно нулю \Rightarrow
 на катушке L_1 напряжение тоже равно нулю \Rightarrow
 ток через неё постоянен.

В этом случае $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 2L\dot{I} + \frac{q}{C} = 2L\ddot{q} + \frac{q}{C}$
 $\frac{q}{C} - \mathcal{E} + 2L\ddot{q} = 0 \quad (q - CE) + 2CL(\ddot{q} - \dot{C}\mathcal{E}) = 0$ если поучимся
 уравнение гармонических колебаний с $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{2CL}}$

Когда диод закрыт, ток через обе катушки одинаков.

$\mathcal{E} = 2L\dot{I} + 3L\dot{I} + \frac{q}{C} = 5L\ddot{q} + \frac{q}{C} \quad q - CE + 5L\ddot{q} = 0$
 $(q - CE) + 5CL(\ddot{q} - \dot{C}\mathcal{E}) = 0$
 $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{5CL}}$

Токи. Колебания тока через L_1 состоит из 2-х частей:
 когда диод ~~от~~ закрыт (тока ток течёт в положительное
 направлении и т. т) $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{2CL}}$, а когда
 открыт (ток течёт против действит. направления), $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2}$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$q_m = \Delta \mathcal{E} \quad - \quad m v_1 \cos \alpha - m v_2 \cos \beta = \Delta(Mv) = M \Delta v = Mv - M u$$

$$- (v \cos \alpha + u) \quad \frac{p^2}{2m} = \mathcal{E}_k \quad 3m^2 v_1^2 = p^2$$

$$\frac{m v_1^2}{2} = -\frac{p^2}{2m} + \frac{m v_2^2}{2} \quad \frac{m v_1^2}{2} - 4 \frac{m v_1^2}{2} = -\frac{3m v_1^2}{2} \quad 3 \frac{m v_1^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

$$v_1^2 (v_1 \cos^2 \alpha + 4 \cos^2 \beta) \quad \frac{5}{9} + 4 \cdot \frac{8}{9} = \frac{37}{9} \quad - \left(\frac{3 v R \cdot 55 + A}{2} \right) =$$

$$- m v_1 (\cos \alpha + 2 \cos \beta) = p = M v - M u \quad = -\frac{3 v R \cdot 55 - A}{2}$$

$$u = \frac{M v + m v_1 (\cos \alpha + 2 \cos \beta)}{M} = \frac{M(u - \Delta v) + m v_1 (\cos \alpha + 2 \cos \beta)}{M}$$

$$\frac{T_{He}}{V_{He}} = \frac{T_{Ne}}{V_{Ne}} \quad \delta A = p dV = \frac{v R T}{V} dV \quad dV_{He} = -dV_{Ne}$$

$$\delta A_{He} = v R T_{He} \frac{dV}{V_{He}} = v R \frac{T_{He}}{V_{Ne}} dV = -\delta A_{Ne} \quad \delta Q_{He} = \frac{3 v R dT_{He}}{2} + v R T_{He} \frac{dV_{He}}{V_{He}}$$

$$\delta Q_{Ne} = -\delta Q_{He} = \frac{3 v R dT_{He}}{2} - v R T_{He} \frac{dV_{He}}{V_{He}}$$

$$p_1(V_1 + \Delta V) = v R T \quad V_1 + \Delta V = V_2 - \Delta V \quad 2 \Delta V = V_2 - V_1 = 0,25 V_2$$

$$p_2(V_2 - \Delta V) = v R T \quad \Delta V = 0 \frac{V_2}{8} \quad V_2 \leftarrow \Delta V$$

He

$\frac{p_1}{V_1} \uparrow$

$\frac{p_2}{V_2} \downarrow$

$\frac{dQ}{dt} = I = 0$

$q_{max} = 2 \mathcal{E}$

Ne

$\frac{p_1}{V_1} \downarrow$

$\frac{p_2}{V_2} \uparrow$

$2 \mathcal{E} = \mathcal{E}_{He}$

$V_{He} \uparrow \quad V_{Ne} \downarrow \quad Q_{Ne} = 0$

$Q_0 = q = q_{max}$

$$\frac{U_1}{L_1} = \frac{U_2}{L_2} = \frac{2}{3} \quad \mathcal{E} = U_1 + U_2 + U_3 = \frac{2}{3} U_1 + U_3$$

$$\frac{3 L I^2}{2} + \frac{8 L I^2}{2} = \frac{5 L I^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = q \mathcal{E}$$

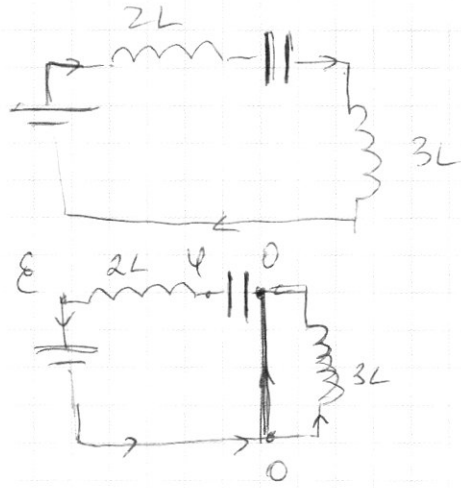
$$5 L \frac{dI}{dt} + \frac{R q I}{C} = \mathcal{E}$$

$$\left(\frac{\mathcal{E} - q}{5L} \right) t = I(t) \quad \frac{C \mathcal{E} - q}{5 C L}$$

$$I \mathcal{E} = I_0 L_1 + I_1 L_1 + I_2 L_2 + U_3 I = L_1 I + I L_2 + U_3 I$$

$$U_1 + U_2 = \mathcal{E}$$

$$\begin{aligned} \text{Eq } 2CE^2 &= \frac{4CE^2}{2} \quad \dots \\ \text{Eq } &= \frac{2LI^2}{2} + \frac{3LI_0^2}{2} + \frac{CE^2}{2} \\ 2CE^2 &= LI^2 + 3LI_0^2 \\ 2CE - 2LI^2 - \frac{q^2}{C} &= 3LI_0^2 \end{aligned}$$



$$\cancel{2EI = 4L \frac{dI}{dt}}$$

$$\frac{dL \cdot dI}{dt} = E - \varphi = E - \frac{q}{C} = \dots$$

$$2L \ddot{q} = E - \frac{q}{C} \quad | \cdot C \quad [q - CE] = y \quad \ddot{y} = \ddot{q}$$

$$\begin{aligned} q - CE + 2CL \ddot{q} &= 0 \\ y + 2CL \ddot{y} &= 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{2CL} = \omega \quad q - CE =$$

$$\cancel{I(t) = A \cos(\omega t)}$$

$$q = Y \cos(\sqrt{2CL} t) + CE$$

$$q(t) = Q \cos(\sqrt{2CL} t) + CE$$

$$\sqrt{2CL}$$

$$\sqrt{2CL} Q \sin(\sqrt{2CL} t)$$

$$\frac{\sqrt{2CL}}{2}$$

$$E = \frac{5U_2}{2} + U_c = \frac{5U_2}{2} + \frac{q}{C}$$

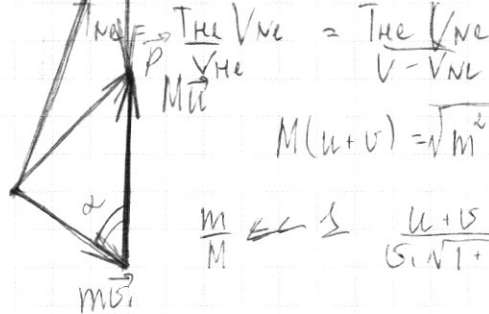
$$P_{\text{avg}} = \sqrt{R} I_{\text{eff}}$$

$$CE - q = \frac{5CL \frac{dI}{dt}}{2}$$

$$q - CE + \frac{5CL \ddot{q}}{2} = 0$$

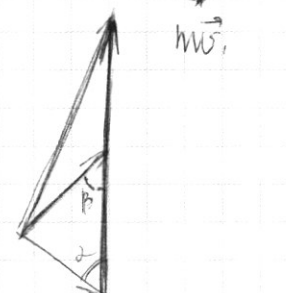
$$y + \frac{5CL \ddot{y}}{2} = 0$$

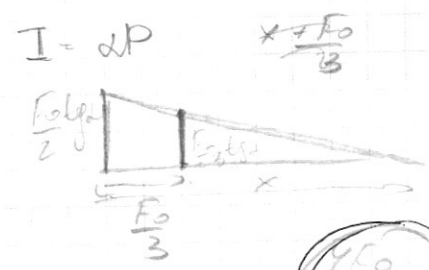
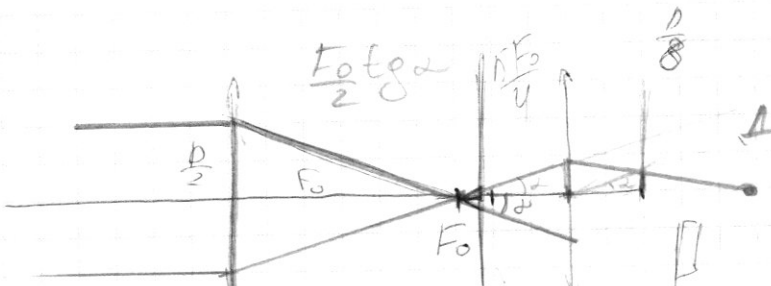
$$2MB_2 \frac{2LI^2}{2} + \frac{3LI^2}{2} \dots$$



$$M(u+v) = \sqrt{m^2 u^2 + 4m^2 v^2 - 4m^2 u v \cos(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{m}{M} \ll 1 \quad \frac{u+v}{5\sqrt{1+4-\cos(180-\alpha-\beta)}} \quad c \ll 1$$





$$\frac{3x - F_0}{3x} = \frac{F_0 \frac{D}{2}}{3 F_0 \frac{D}{2}} \cdot \frac{2}{3}$$

$$6x = 9x - 3F_0$$

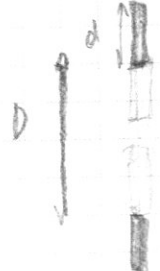
$$3x = 3F_0 \quad x = F_0$$

$$P_{max} = I_0$$

$$P_{y_{cr}} = \frac{8I_0}{9}$$

$$\frac{4F_0}{3}$$

$$P_{y_{cr}} = \frac{8}{9}$$



$$\frac{D-d}{5} = \frac{D}{12}$$

$$kS = P$$

$$k \frac{\pi D^2}{4} = P_m$$

$$k \left(\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right) = \frac{k \pi (D-d)^2}{4} = P_{y_{cr}}$$

$$\frac{D^2 - d^2}{4} = \frac{9}{8}$$

$$D^2 - d^2 = 9d^2$$

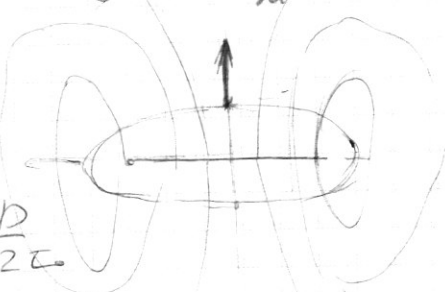
$$3d = D$$

$$\frac{2D}{3} = \frac{D}{3} - \frac{D}{3}$$

$$\frac{2D + 2L}{3 \cdot 4D}$$

$$L_0 = \frac{d}{5} = \frac{D}{30}$$

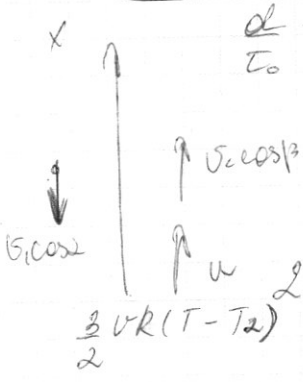
$$\frac{D}{30} = 5$$



$$\frac{3}{2} v R T$$

$$\frac{2L}{30} = \frac{2D + 2L}{3 \cdot 4D}$$

$$\frac{3}{2} v R (T - T_2) + \frac{3}{2} v R (T_1 - T)$$



$$\frac{d}{L_0} = 5 = \frac{D}{12 L_0}$$

$$-v \cos \alpha - u = v \sin \alpha$$

$$P = v \cos \alpha - u + v \cos \alpha + u$$

$$\delta A = p d V = \frac{v R T d V}{V}$$

$$2L = L_1 + L_2$$

$$Q = A + \Delta K$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\epsilon I = \frac{\Delta W_c}{dt} + \frac{\Delta W_L}{dt} + P_0$$



$$- \phi_0 I_0 + \dots - \phi_0 I_L +$$

$$+ (\phi + \phi_0) I + (\phi - \phi_0) I = I E$$

$$I_L \phi_0 + I_0 \phi_0 = I (\phi_0 - \phi + \phi - \phi_0)$$

$$\phi_0 (I_L + I_0) = I (\phi_0 - 2E)$$

$$2SE = \frac{\partial S}{\partial \epsilon}$$

$$\phi_0 = \phi_0 - 2E$$

$$\frac{D}{4}$$

$$P_m = \frac{k \pi D^2}{16 \cdot 4}$$

$$\frac{P_m}{P_{y_{cr}}} = \frac{I_0}{\frac{8I_0}{9}}$$

$$\frac{P_m}{P_{y_{cr}}} = \frac{9}{8}$$

$$P_{y_{cr}} = \frac{k \pi D^2}{16 \cdot 4} - \frac{k \pi d^2}{4}$$

$$\frac{D^2}{16 \left(\frac{D^2}{16} - d^2 \right)} = \frac{D^2}{D^2 - 16d^2} = \frac{9}{8}$$

$$8D^2 - D^2 = 9 \cdot 16d^2$$

$$d = \frac{D}{12}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

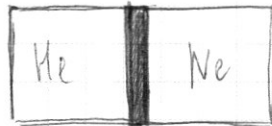
$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 2v_1 = 12 \text{ см/с}$$

$$-mv_1 \cos \alpha + Mv = mv_2 \cos \beta + Mv \quad m \ll M \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$m(v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha) = M(u - v)$$

$$Mv = m v_1 (\cos \alpha + 2 \cos \beta)$$

$$E = \frac{Q}{2\epsilon_0}$$



$$\frac{v_{He}}{V_{He}} = \frac{v_{Ne}}{V_{Ne}}$$

$$V_{He} = V_{Ne}$$

$$\frac{v_{He}}{V_{He}} = \frac{v_{Ne}}{V_{Ne}}$$

$$\frac{v_1}{V_1} = \frac{v_2}{V_2}$$

$$\frac{v_{He}}{V_{He}} = \frac{v_{Ne}}{V_{Ne}}$$



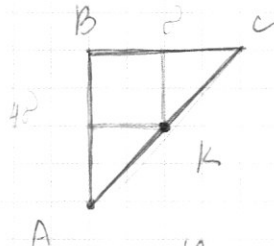
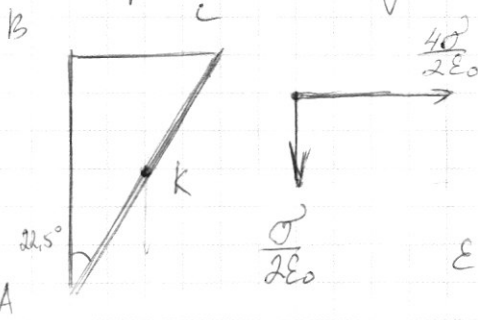
$$\frac{v_1 + v_2}{L}$$

$$\oint p_{me} S \int p_{me} dx = A$$

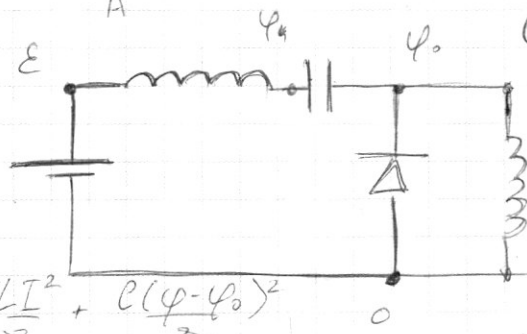
$$dx = \frac{dW}{S}$$

$$\frac{v_{He}}{V_{He}} = \frac{v_{Ne}}{V_{Ne}}$$

$$\delta A = p_{me} \cdot dW = \frac{v_{He}}{V_{He}} dW$$



$$\frac{4Q^2}{\epsilon_0^2} + \frac{Q^2}{4\epsilon_0^2} = \frac{14Q^2}{4\epsilon_0^2}$$



$$Q = 0$$

$$\Delta U_{He} + \Delta U_{Ne} + A = 0$$

$$2L \frac{dI_2}{dt} = E - \varphi$$

$$\varphi - \varphi_0 = \frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{dt} = I_2$$

$$2\epsilon_0 q = 5LI^2 + C(\varphi - \varphi_0)^2$$

$$\frac{\varphi_0}{3A} = \frac{E - \varphi}{2A} \quad 2\epsilon_0 q = 5LI^2 + \frac{q^2}{C}$$

$$3E - 3\varphi = 2\varphi_0$$

$$C(\varphi - 3\frac{E - \varphi}{2}) = (5\varphi - 3E)C = q$$

$$p_1 = p_2$$

$$\frac{V_1}{V_1} = \frac{V_2}{V_2}$$

$$T_1 \uparrow \quad T_2 \downarrow$$

$$p = \frac{v_{He}}{V_{He}}$$

$$q_{max} = CE$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{C}{2} \frac{d(5\varphi - 3E)}{dt} = \frac{C}{2} 5 \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\frac{v_{He}}{V_1} = \frac{V_2}{V_2}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$3I_2 = I_1 + I_0$$

$$D_0 = uI_0 = u(I_2 - I_1)$$

$$M - mv_1(\cos \alpha + 2 \cos \beta) = M(u - v_x)$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)