

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

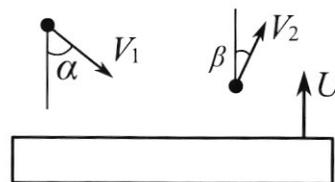
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

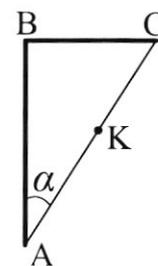


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

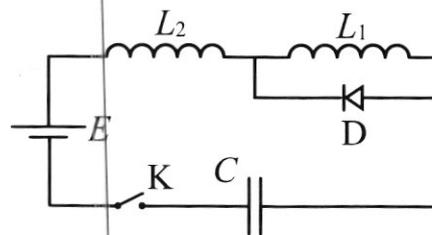
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

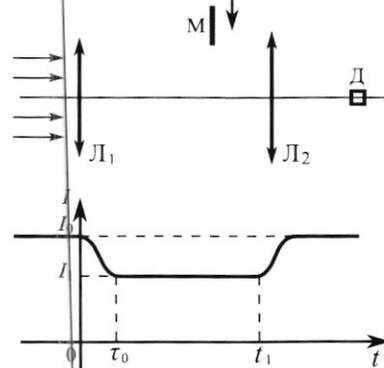
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L, L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0, D, τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$$y_1 = \frac{3y_0}{4}$$

№5.

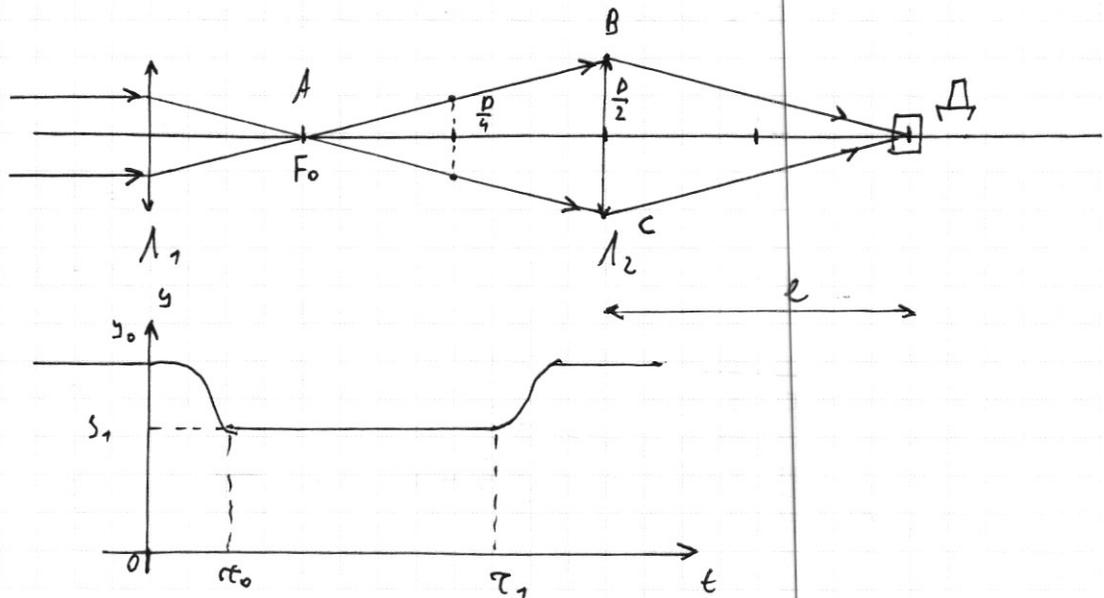
$\mu \downarrow \nu$

F_0, D, τ_0

1) $l = ?$

2) $\nu = ?$

3) $\tau_1 = ?$

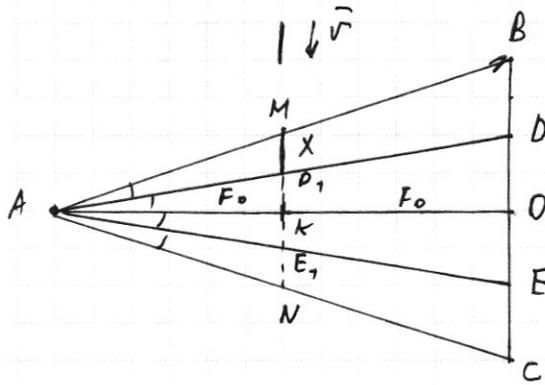


1) 1. Лучи, выходящие из L_1 ~~на~~ собираются в фокусе

2. В L_2 попадают лучи, выходящие из точки на двойном фокусном расстоянии на левой оптической оси. Значит, они собираются в двойном фокусе, там и будет располагаться детектор D
т.о. $l = 2F_0$

2) 1. В момент τ_0 $y = \frac{3y_0}{4}$, значит четверть всех лучей, попадающих на детектор, закрыта шторкой.

2. расщеп $\triangle ABC$



K - точка пересечения и
левой осн. оси

$MN \perp AD$ MN - средняя

$\triangle ABC$

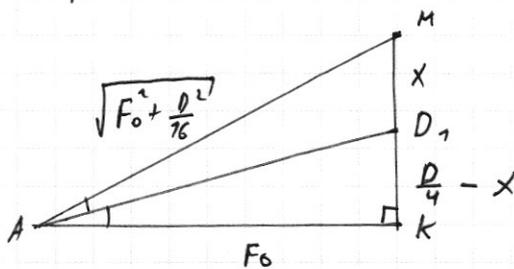
$$MN = \frac{1}{2} BC = \frac{D}{2}$$

$$MK = \frac{D}{4}$$

AD и AE - биссектрисы $\angle BAO$ и $\angle OAC$

Чтобы закрыть отверстие всех труб, диаметр
должен иметь диаметр, равный $MD_1 = x$

3. расщеп $\triangle AMK$



$$AM = \sqrt{F_0^2 + \frac{D^2}{16}}$$

по св. в. биссектрисы:

$$\frac{AM}{MD_1} = \frac{AK}{KD_1}$$

$$\frac{\sqrt{F_0^2 + \frac{D^2}{16}}}{x} = \frac{F_0}{\frac{D}{4} - x}$$

$$F_0 x = -x \sqrt{F_0^2 + \frac{D^2}{16}} + \frac{D}{4} \sqrt{F_0^2 + \frac{D^2}{16}}$$

т.к. $F_0 \gg D$, то $\sqrt{F_0^2 + \frac{D^2}{16}} \approx F_0$

$$F_0 x = -x F_0 + \frac{D}{4} F_0$$

$$2x = \frac{D}{4} \quad x = \frac{D}{8}$$

т.о. диаметр трубы равен $x = \frac{D}{8}$

тогда $\tau_0 = \frac{x}{v} = \frac{D}{8v}$

$$v = \frac{D}{8\tau_0}$$

3. $(t_1 - \tau_0) = \frac{MN}{v}$

$$t_1 - \tau_0 = \frac{D}{2v}$$

$$t_1 = \frac{D \cdot 8\tau_0}{2 \cdot 8} + \tau_0 = 5\tau_0$$

- Ответ: 1) $L = 2F_0$
 2) $V = \frac{D}{8\pi_0}$
 3) $t_1 = 5\tau_0$

№ 9.

Дано:

$L_1 = 2L$

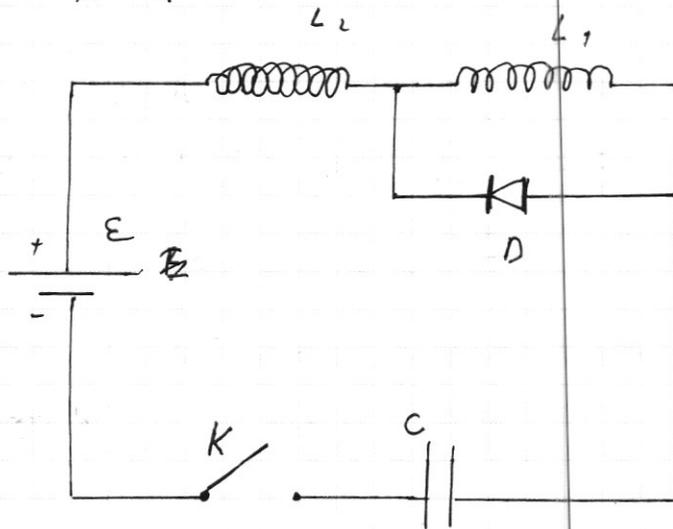
$L_2 = L$

C, \mathcal{E}

1) $T = ?$

2) $U_{L1} = ?$

3) $U_{L2} = ?$



- 1) 1. Когда ток течёт от "+" клеммы к "-", то диод закрыт, ток течёт через две катушки с суммарной индуктивностью $L_A = 3L$
 2. Когда ток течёт от "-" клеммы к "+", то диод открыт, ток через L_1 тем же течёт индуктивностью: $L_B = L$
 3. Если бы не было бы диода то период колебаний в цепи:

с L_1 и L_2 : $T_A = 2\pi\sqrt{L_A C} = 2\pi\sqrt{3LC}$

только с L_2 : $T_B = 2\pi\sqrt{L_B C} = 2\pi\sqrt{LC}$

4. тогда период колебаний ^{или пока в L_1} в цепи с диодом равен:

$$T = \frac{T_A}{2} + \frac{T_B}{2} = \pi\sqrt{3LC} + \pi\sqrt{LC} = \pi\sqrt{LC} = (1 + \sqrt{3})$$

~~т.о. период колебаний в L_1~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) по II кр-гу Карлсбада

$$E - Lx \ddot{y} = \frac{q}{C}$$

$$\frac{q}{Lx C} + \ddot{q} - E = 0$$

решением такого дифференциального уравнения является:

$$q(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t + C$$

$$B = 0$$

$$C = q_0$$

Косинус будет происходить относительно

«положения равновесия» - заряда q_0
при $t = 0$ $q = q_0$ $\dot{y} = 0$

$$E - 0 = \frac{q_0}{C} \quad q_0 = EC$$

$$A + C = q_{\max}$$

$$E q_{\max} = \frac{q_{\max}^2}{2C} \quad q_{\max} = 2CE$$

$$A = 2CE - CE = CE$$

$$i = 0 \quad q(t) = CE \sin \omega t + CE$$

~~$$q(t) = CE(1 + \sin)$$~~

когда ток течёт от "+" клеммы к "-", то

$$\omega = \omega_A = \frac{1}{\sqrt{3LC}}$$

когда ток течёт от "-" клеммы к "+", то

$$\omega = \omega_B = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$I(t) = CE \omega \cos \omega t \quad I_{\max} = CE \omega \quad I_{\max} = CE \omega_A$$

$$I_{\max} = CE \frac{1}{\sqrt{3LC}} = \frac{CE}{\sqrt{3LC}} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3) I_{2м} = C \varepsilon \omega_B \quad I_{2м} = C \varepsilon \frac{1}{\sqrt{LC}} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Ответ: 1) $T = \pi \sqrt{LC} (1 + \sqrt{3})$

2) $I_{1м} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$

3) $I_{2м} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{L}}$

№2.

Дано:

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

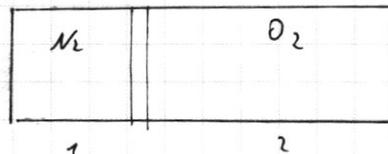
$$J = \frac{3}{2} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$C_V = \frac{5R}{2}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$$

1) $\frac{V_1}{V_2} = ?$



1) $pV_1 = \nu RT_1$

$pV_2 = \nu RT_2$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5} = 0,6$$

2) $T = ?$

2) Соезд теплоизолирован, значит:

3) $Q = ?$

$$U_1 + U_2 = 2U$$

$$U_1 = C_V \nu T_1 \quad U_2 = C_V \nu T_2$$

$$U = C_V \nu T$$

$$C_V \nu T_1 + C_V \nu T_2 = 2 C_V \nu T$$

$$T_1 + T_2 = 2T \quad T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$T = \frac{300 + 500}{2} = 400 \text{ K}$$

3) Теплопередача идет медленно, процесс

двухтелая медленная, значит нагревание азота, передача теплоты от кислорода можно считать

изобарным процессом.

$$Q = A + (u - u_1)$$

$$A = \nu R (T - T_1)$$

$$Q = \nu R (T - T_1) + C_V (T - T_1)$$

$$Q = (C_V + R) (T - T_1) \nu$$

$$Q = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \nu (T - T_1)$$

$$Q = \frac{8,31}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 100 = 150 \cdot 8,31 \text{ Дж} = 1246,5 \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} 8,31 \\ \times 150 \\ \hline 4955 \\ + 831 \\ \hline 1246,50 \end{array}$$

Ответ: ~~1246,5 Дж~~

1) $\frac{V_1}{V_2} = 0,6$

2) $T = 400 \text{ К}$

3) $Q = 1246,5 \text{ Дж}$

Дано:

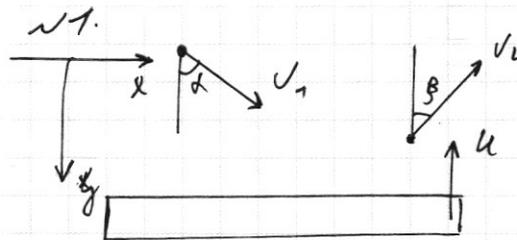
$$V_1 = 8 \text{ л}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$

1) $V_2 = ?$

2) $u = ?$



1) Билла наклонная, значит увеличилась ширина мата можно пренебречь.

тогда; по 3.С.У:

$$m V_{01y} = m V_2 y$$

$$m V_1 x = m V_2 x$$

где V_{01y} - скорость шарика вертикального мата.

$$V_{01y} = V_1 \sin \alpha + u = V_2 \cos \beta + u$$

$$\begin{cases} V_1 \cos \alpha + u = V_2 \cos \beta \\ V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{76}} = \frac{\sqrt{73}}{4}$$

$$\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$V_1 \cdot \frac{3}{4} = V_2 \cdot \frac{1}{2} \quad V_2 = \frac{3}{2} V_1$$

$$V_2 = 12 \frac{\mu\text{C}}{\text{C}}$$

$$2) \quad V_1 \frac{\sqrt{3}}{4} + u = V_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$u = V_2 \frac{\sqrt{3}}{2} - V_1 \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$u = 2 \cdot \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{2} \frac{\mu\text{C}}{\text{C}} - 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{\mu\text{C}}{\text{C}} = 2(3\sqrt{3} - \sqrt{3}) \frac{\mu\text{C}}{\text{C}}$$

Ответ: 1) $V_2 = 12 \frac{\mu\text{C}}{\text{C}}$

2) $u = 2(3\sqrt{3} - \sqrt{3}) \frac{\mu\text{C}}{\text{C}}$

р.з.

Дано:

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$$\frac{E_2}{E_1} = ?$$

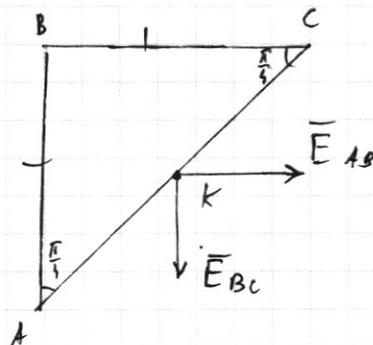
2) $G_1 = 2G$

$$G_2 = G$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$E_k = ?$$

1)



т.к. $\alpha = \frac{\pi}{4}$, то $G_{AB} = G_{BC}$

$$\text{так } AB = BC \Rightarrow$$

$$E_{AB} = E_{BC} = E$$

$$E_1 = E$$

$$E_2 = \sqrt{E^2 + E^2} = E\sqrt{2}$$

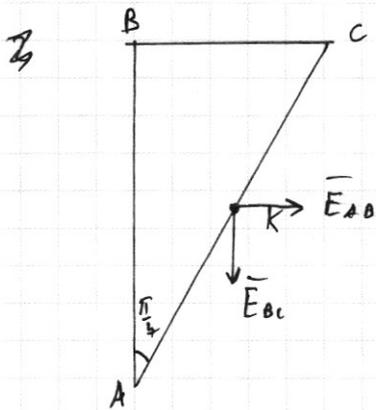
$$\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$$

2)

$$\frac{BC}{AB} = \epsilon_0 \frac{\pi}{2}$$

$$E_{AB} = \frac{G}{2\epsilon_0}$$

$$E_{BC} = \frac{2G}{2\epsilon_0} \cdot \epsilon_0 \frac{\pi}{4} = \frac{G \epsilon_0 \pi}{\epsilon_0}$$



~~BC~~

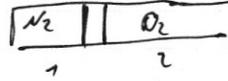
$$E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \frac{G}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{1}{4} + \epsilon_p^2 \frac{\pi}{4}} =$$

~ Ответ: 1) $\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$

2) $E_K = \frac{G}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{1}{4} + \epsilon_p^2 \frac{\pi}{4}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q = A + (U_{02} - U)$$



$$U_1(t) + U_2(t) = 2U(t)$$

$$dQ = dA + (U_{01} - U_{01}(t))$$

$$dQ = dA + (U_{N_2}(t) - U_M)$$

$$U_{01} - U_{02}(t) = U_{N_2}(t) - U_M$$

$$U_{01} + U_M = U_{02}(t) + U_M(t)$$

$$T_1 + T_2 = T_1' + T_2'$$

$$pV_1 = \nu RT_1 \quad p^2 = V_1' = \nu RT_1'$$

$$pV_2 = \nu RT_2 \quad p^2 \cdot V_2' = \nu RT_2'$$

$$p(t) dV = (T_1'(t) - T_2) \nu R p dV = (T_1' - T_2) \nu R \frac{dV}{T}$$

$$p dV = \nu dT \nu R$$

$$p dV = \nu R (T_1 - T_2)$$

$$pV = \nu RT$$

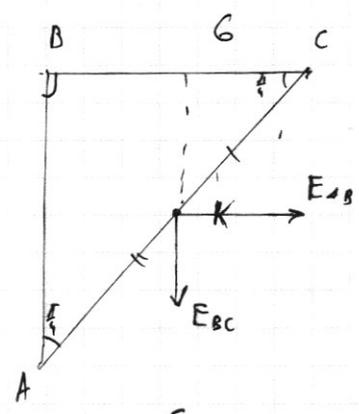
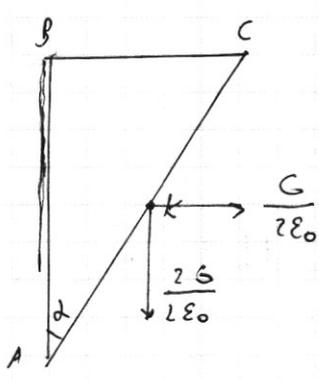
$$pV = \nu RT_1$$

$$pV = \nu RT_2$$

$$Q = (C_V + R)(T_{01} - T)$$

$$Q = \nu \left(\frac{5R}{2} + R \right) \cdot 100 = \nu \frac{7R}{2} \cdot 100 = 350R$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 50 R \cdot 100$$

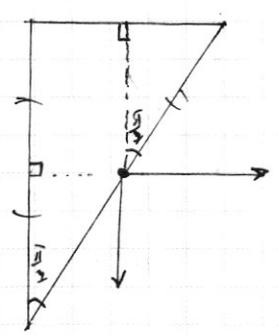


$$E_{BC} = \frac{G}{2\epsilon_0} \quad E_{AB} = \frac{G}{2\epsilon_0}$$

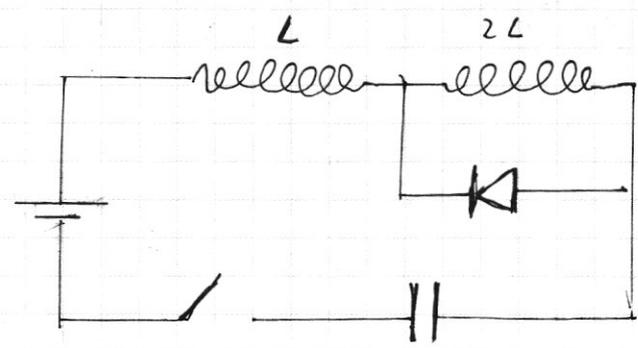
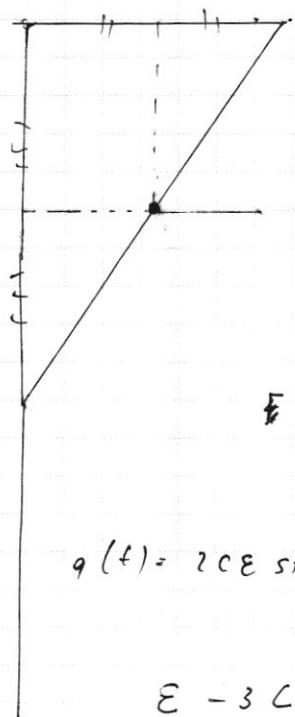
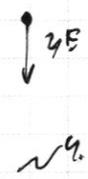
$$E = \frac{G\sqrt{2}}{2\epsilon_0}$$

~~$N = \int (I_1 + T_1)$~~
 ~~$dQ = \int \epsilon_0 dT$~~

a) Answer: $\sqrt{2}$



2)



$$E q = \frac{q^2}{2C}$$

$$q(t) = 2CE \sin \omega t$$

~~$$E = \epsilon_0 L \ddot{q} + 2L \dot{q}$$~~

$$q(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

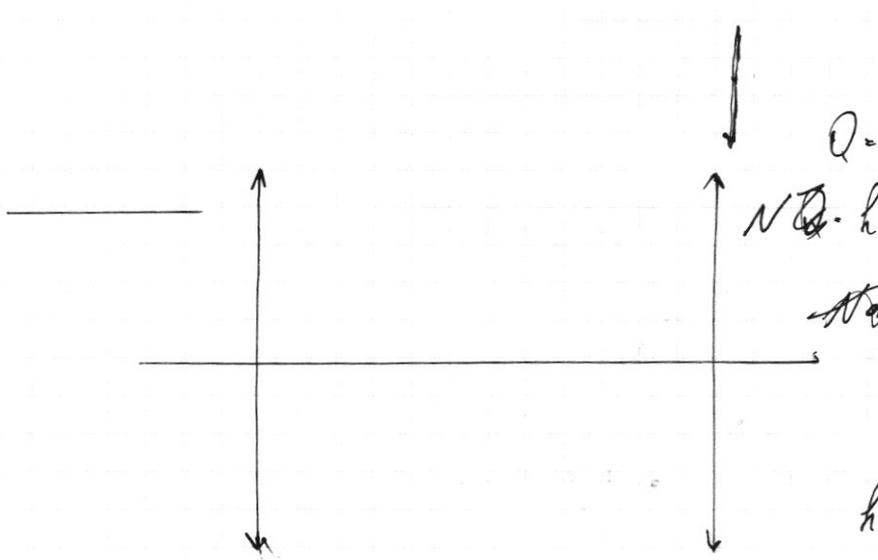
$B = 0$

$$E = \epsilon_0 L \ddot{q} = L \dot{q}$$

$$E - 3L \dot{q} = \frac{q}{C}$$

$$E - 3L \dot{q} = \frac{q}{C}$$

$$\frac{q}{3L} + \ddot{q} - \frac{E}{3L} = 0$$

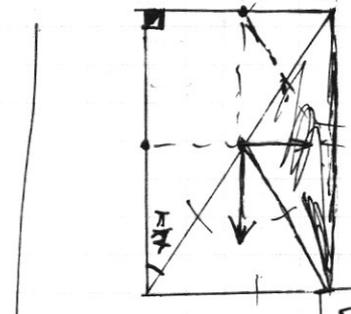
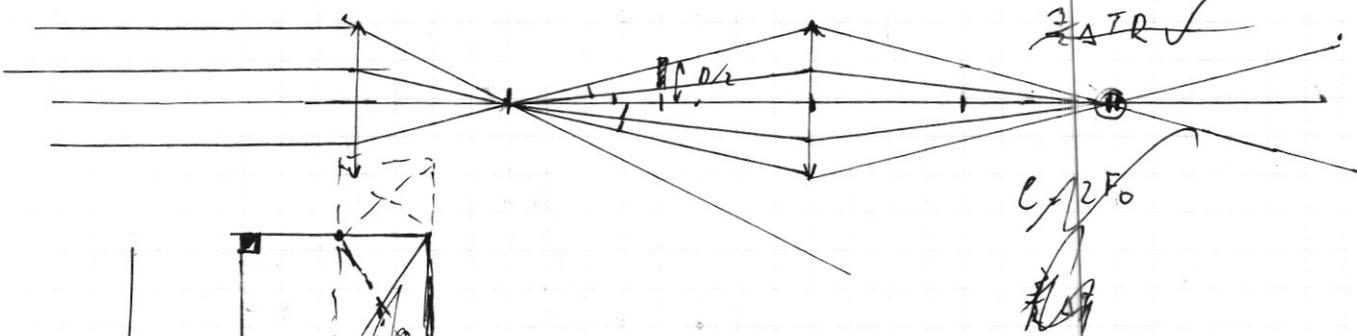


$$h(\frac{cV}{h \Delta T} = A + V \Delta T)$$

$$h \Delta T$$

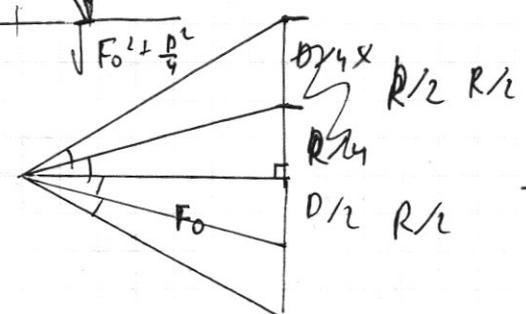
$$A = h_1 \Delta T$$

$$cV \Delta T + \frac{\sum \Delta T R V + \Delta T R V}{\sum \Delta T R}$$



$$\frac{x}{\tau_0} = V$$

$$V = \frac{2R}{4\tau_0} = \frac{D}{8\tau_0}$$



$$\frac{F_0}{\frac{D}{2} - x} =$$

$$\frac{\sqrt{F_0^2 + \frac{D^2}{4}}}{x}$$

$$F_0 x = \frac{D}{2} \sqrt{F_0^2 + \frac{D^2}{4}} - x \sqrt{F_0^2 + \frac{D^2}{4}}$$

$t_1 =$

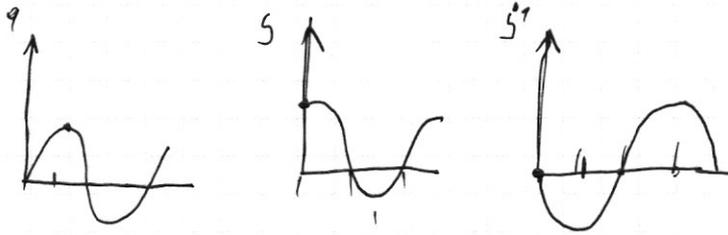
$$t_1 = \frac{2R}{2V} = x (F_0 + \sqrt{F_0^2 + \frac{D^2}{4}}) = \frac{D}{2} \sqrt{F_0^2 + \frac{D^2}{4}}$$

$$= \frac{D \cdot 8\tau_0}{2D} = 4\tau_0$$

$$x \cdot 2F_0 = \frac{D F_0}{2}$$

$$x = \frac{D}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\varepsilon = \frac{q_0}{C}$$

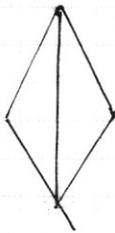
$$\varepsilon - 3$$

$$\varepsilon \cdot q_{max}^2 = 0 + \frac{q_{max}^2}{2C}$$

$$q(t) = CE +$$

$$2CE = q_{max}$$

$$\varepsilon = \frac{q_0}{C}$$



$$q(t) = CE + CE \sin \omega t$$

$$q(t) = CE (1 + \sin \omega t)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{3LC}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2}$$

$$T = \pi \sqrt{3LC} + \pi \sqrt{LC}$$

$$= \pi \sqrt{LC} \cdot (1 + \sqrt{3})$$

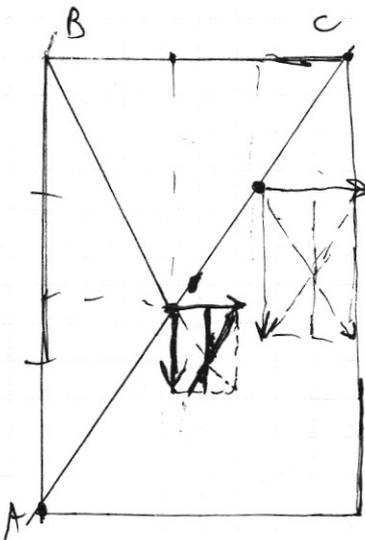
2)

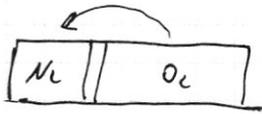
$$q_1(t) = CE + CE \sin \omega_1 t$$

$$s(t) = CE \cdot \frac{1}{\sqrt{3LC}} \cdot \cos \omega_1 t$$

$$s_{max} = s_{m1} = \frac{CE}{\sqrt{3LC}}$$

$$s_{m2} = \frac{CE}{\sqrt{LC}}$$





$$V_1 = V_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300}{500} = 0.6$$

$$pV_1 = \nu R T_1$$

$$pV_2 = \nu R T_2$$

$$u_1 + u_2 = u$$

$$u = c_v \nu T$$

$$\frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2$$

$$\cancel{c_v \nu T_1} + \cancel{c_v \nu T_2} = c_v (\nu + \nu) T$$

$$T_1 + T_2 = 2T$$

$$T = \frac{300 + 500}{2} = 400 \text{ K}$$

3)

$$Q = \Delta u + A$$

$$\Delta u_{O_2} - \Delta u_{N_2} = 2A$$

$$-A$$

$$A + (u_{O_2} - \frac{u}{2}) = A +$$

$$-A + \Delta u_{O_2} = A + \Delta u_{N_2}$$

$$(u - u_{N_2})$$

$$-A + (u_{O_2} - u) = A + (u - u_{N_2})$$

$$u_{O_2} + u_{N_2} = 2u$$

$$-A + u_{O_2} - u = A + u - u_{N_2}$$

$$-A + u - u = A + u$$

$$Q = A + (u_{O_2} - u)$$

$$Q = A + (u - u_{N_2})$$

$$A =$$

$$pV_1 = \nu R T$$

$$T_1 + T_2 = 2T$$

$$dQ = dA + (u_{O_2} - u)$$

$$2T - T_1 = T_2$$

T

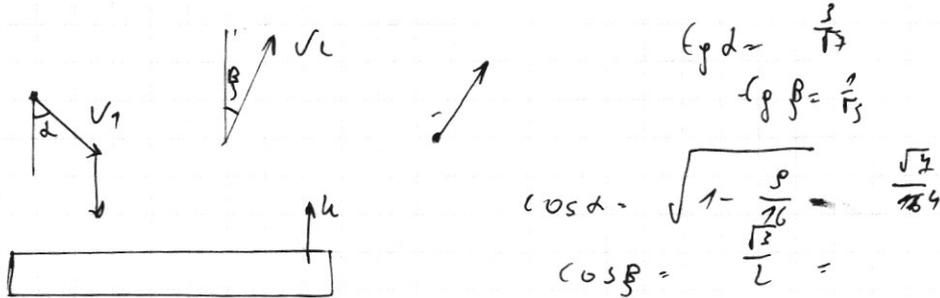
P

$$p(V_1 - V_2) = \nu R (T_1 - T_2)$$

$$A = \int p dV$$

$$p dV = \nu R (T_1 - T_2) = \nu R (T_1 - 2T + T_1) = 2\nu R (T_1 - T)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

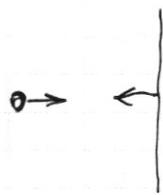


$$m v_1 \cos \alpha - M u = m v_2 \cos \beta - M u'$$

$$m v_1 \cos \alpha - M u = m v_2 \cos \beta - M u'$$

$$m v_1 \quad v_1 \cos \alpha = v_2 \cos \beta$$

$$m (v_1 \quad v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$



$$m v = -m v' + M u$$

$$\frac{m v^2}{L} = \frac{m v'^2}{L} + \frac{M u^2}{L}$$

$$m v^2 = M u^2 - 2 m v' u + m v'^2$$

$$m v - M u = -m v' + M u'$$

$$m (v_1 + u) = m v_2 \quad m (v + v') = M (u - u')$$

~~$$m v_1 \cos \alpha - M u = m v_2 \cos \beta - M u'$$~~

$$m (v_1 + u) = M v_2$$

$$v_1 \cos \alpha + u = v_2 \cos \beta$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = v_2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} + u = \frac{16 \cdot 3}{4} = v_2$$

$$u = \underline{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}$$