Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

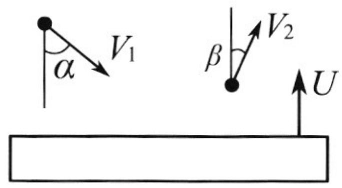
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3} \right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \dfrac{1}{3} \right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

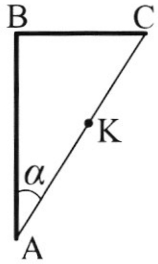
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

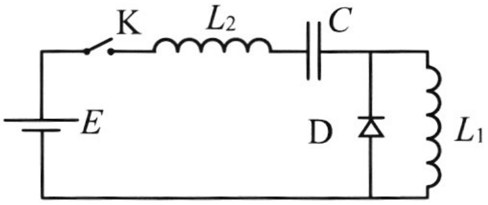
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.

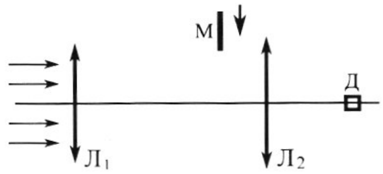


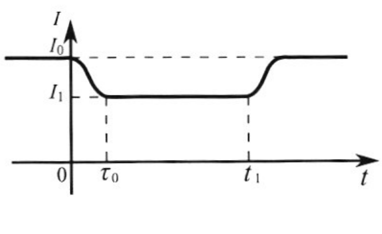
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

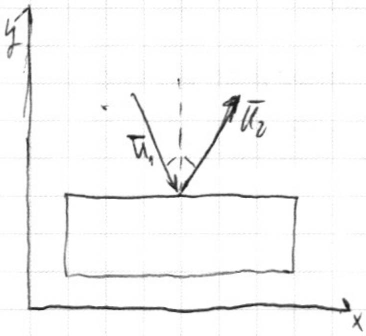
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Рассмотрим систему координат, связанную с клином. Пусть в ней шарик имел скорости $\bar{u}_1 = \bar{V}_1 - \bar{u}$ и $\bar{u}_2 = \bar{V}_2 - \bar{u}$ до и после столкновения. Тогда модули проекций u_1 и u_2 на оси x и y



равны, т. е.:

$$\begin{cases} |u_{1x}| = |u_{2x}| \\ |u_{1y}| = |u_{2y}| \end{cases}$$

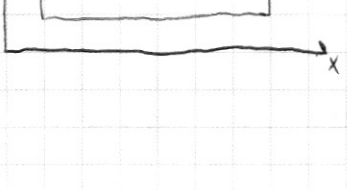
$$\begin{cases} V_{1x} = V_{2x} \\ |V_{1y}| + u = |V_{2y}| - u \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_1 \cdot \sin\alpha = V_2 \cdot \sin\beta \\ 2u = V_2 \cdot \cos\beta - V_1 \cdot \cos\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_2 = V_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \\ u = \frac{V_2 \cdot \sqrt{1-\sin^2\beta} - V_1 \cdot \sqrt{1-\sin^2\alpha}}{2} \end{cases}$$

Тогда $V_2 = 6\,м/с \cdot \frac{2/3}{1/3} = 12\,м/с$ и $u = \frac{12\,м/с \cdot \sqrt{1-\frac{1}{9}} - 6\,м/с \cdot \sqrt{1-\frac{4}{9}}}{2} = 6 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 3 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = 4\sqrt{2} - \sqrt{5}$

№2



$V_1 = V_2 = V \cdot \frac{6}{25}$

$T_1 = 330\,K \quad T_2 = 440\,K$

1) Здесь изначально газы занимали объёмы V_1 и V_2, а общий объём назовём V_0

~~Вначале~~ ~~Изначально~~ Давление в левой части изначально составляло $p_2 = \frac{V_2 RT_2}{V_2}$, в правой части $p_1 = \frac{V_1 RT_1}{V_2}$ из уравнения Менделеева-Клапейрона. Приравняв эти давления, получим:

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\frac{\nu_1 R T_1}{V_1} = \frac{\nu_2 R T_2}{V_2}$$

$$\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2}$$

$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330K}{440K} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Тогда изначальное отношение объёмов равнялось 0,75, можно также заметить что ~~~~ в конце процесса $\frac{T_{1к}}{T_{2к}} = 1$, т. е. $V_1 = V_2 = \frac{1}{2}V_0$, а изначально объёмы составляли $\frac{3}{7}V_0$ и $\frac{4}{7}V_0$ у гелия и неона соответственно.

2) Т. к. ~~~~ цилиндр теплоизолирован, суммарное изменение ~~~~ Q равно 0. Тогда, верно, что: ~~~~

$$\Delta Q_1 + \Delta Q_2 = 0$$

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 + A_{г_1} + A_{г_2} = 0$$

~~~~ Заметим, что когда объём ~~~~ частей меняется на малую величину dV, то ~~~~ работы газов равны по модулю и противоположны по ~~~~ знаку, т. к. давление в ~~~~ левой и правой частях равны. Тогда $A_{г_1} = -A_{г_2}$, как суммы соответствующих работ при малых изменениях dV. Тогда:

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$$

$$\frac{3}{2}\nu_1 R(\theta - T_1) + \frac{3}{2}\nu_2 R(\theta - T_2) = 0$$

$$\frac{3}{2}\nu R\ (\theta - T_1 + \theta - T_2) = 0$$

$$2\theta - T_1 - T_2 = 0$$

$$\theta = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330K + 440K}{2} = 385K$$

Значит установившаяся температура равна 385K

3) Заметим, что сумма работ ~~~~ газов равна 0 в любой момент времени, а значит и сумма изменений
~~~~

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

внутренней энергии равна 0 в каждый момент времени. Тогда сумма внутренних энергий постоянна. Докажем тогда, что процесс изобарен. Пусть в какой-то момент давление в обеих частях равно p, а начальное давление в цилиндре — p_0. Тогда, т.к. $U = \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}pV$, ~~откуда~~ а сумма U постоянна:

$$U_{1н} + U_{2н} = U_{1к} + U_{2к}$$

$$\frac{3}{2}p_0V_{1н} + \frac{3}{2}p_0V_{2н} = \frac{3}{2}pV_{1к} + \frac{3}{2}pV_{2к}$$

$$p_0(V_{1н} + V_{2н}) = p(V_{1к} + V_{2к})$$

$$p_0V_0 = pV_0$$

$$p_0 = p$$

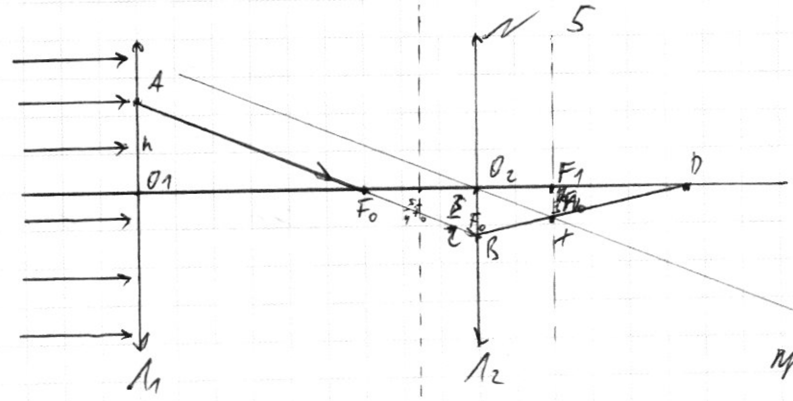
Значит давление постоянно. ~~откуда~~ Тогда $A_2 = p\Delta V = \nu R\Delta T$.

Тогда $Q_{отд_{Ne}} = -(\frac{3}{2}\Delta U_2 + A_2) = -\frac{5}{2}\nu R\Delta T_2 = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - \theta) =$

$= \frac{5}{2}\cdot\frac{6}{25}$ моль $\cdot 8{,}31$ Дж/(моль·К) $\cdot (440 - 385)$ К $= \frac{5}{2}\cdot\frac{6}{25}\cdot 8{,}31\cdot 55$ Дж $=$

$33 \cdot 8{,}31$ Дж $= 274{,}23$ Дж

№ 5



1) Рассмотрим луч, падающий на $Л_1$ в точке A ($O_1A = h$). Т.к. он параллелен главной оптической оси, он преломляется в фокус F_0. Отметим его точку падения на $Л_2$ B. Из подобия $\Delta AO_1F_0 \sim \Delta F_0O_2B$, с коэффициентом $\frac{O_2F_0}{O_1F_0} = \frac{1}{2}$, $O_2B = \frac{1}{2}O_1A =$

$=\frac{1}{2}h$. Проведём через O_2 прямую параллельно F_0B до пересечения с фокальной плоскостью X. Тогда, в силу подобия ΔO_1AF_0 и ΔO_2F_1X с коэффициентом в $\frac{1}{3}$ $\frac{O_2F_1}{O_1F_0}=\frac{1}{3}$, $F_1X=\frac{1}{3}h$. Тогда, т.к. ~~луч~~ рассматриваемый луч после преломления $Л_2$ пройдёт через X, ~~он~~ и достигнет D, но в силу подобия ~~O_2D~~ ΔO_2DB и ΔX_1BX, где X_1 – проекция X на $Л_1$, $O_2D = XX_1\cdot\frac{BO_2}{BX_1} =$

$$= \frac{\frac{1}{3}F_0\cdot\frac{1}{2}h}{\frac{1}{2}h-\frac{1}{3}h} = \frac{\frac{1}{6}F_0h}{\frac{1}{6}h} = F_0.$$

Значит ~~сам~~ фотодетектор находился на расстоянии F_0 от линзы.

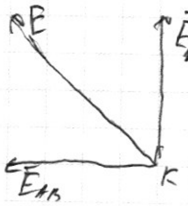
2) ~~Рассмотрим~~ Заметим, что поскольку центр мишени проходит через главную оптическую ось, а ток не падает до 0, то ~~мишень~~ ~~тень~~ ~~то~~ радиус мишени меньше радиуса сечения светового пучка на расстоянии в $\frac{5}{4}F_0$ от $Л_1$. Очевидно предположение, что интенсивность света в этом сечении также одинакова, т.к. равным площадям сечения этого соответствуют равные площади ~~сам~~ сечения у линзы. Тогда интенсивность, а следовательно и ~~сила~~ сила тока ~~прямо~~ прямо пропорциональна площади ~~этого~~ сечения на $\frac{5}{4}F_0$, не закрытого мишенью. В силу подобия его радиус R равен $\frac{1}{4}$ радиуса $Л_1$, т.е. $R=\frac{1}{8}D$. Пусть радиус мишени равен r. Тогда в момент максимального перекрытия $I=I_1$, а $S=S_0-S_M=\pi R^2-\pi r^2$.

Тогда:

$$\frac{\pi R^2-\pi r^2}{\pi R^2}=\frac{I_1}{I_0}$$

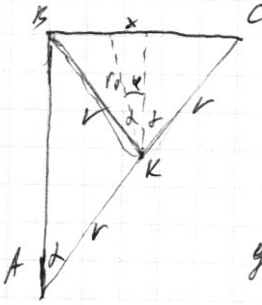
$$\frac{R^2-r^2}{R^2}=\frac{8}{9}$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)



по направлению. Тогда общая напряжённость E в точке K больше E_{BC} в ~~$\sqrt{2}$ раз~~ $\sqrt{2} \approx 1,41$ раз

2)



Пусть $BK=KC=AK=r$. Разобьём пластину BC на множество тонких пластин толщины dx бесконечной длины и найдём напряжённость, ~~этой~~ создаваемую такой пластиной на расстоянии r_0 от K.

Проинтегрируем напряжённость малых участков ~~этой~~ пластины на ~~расстоянии h~~ высоте $h \in (-\infty; +\infty)$ от пл-ти ABC.

$$E_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{kq}{r_0^2+h^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k\,dx\cdot dh\cdot\sigma}{r_0^2+h^2} = \frac{k\,dx\,\sigma}{r_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dh}{1+\left(\frac{h}{r_0}\right)^2} = \frac{k\cdot dx\cdot\sigma}{r_0}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\left(\frac{h}{r_0}\right)}{\left(1+\left(\frac{h}{r_0}\right)^2\right)} =$$

$$= \frac{k\cdot dx\cdot\sigma}{r_0}\cdot\left(\lim_{h\to+\infty}\left(\operatorname{arctg}\frac{h}{r_0}\right) - \lim_{h\to-\infty}\left(\operatorname{arctg}\frac{h}{r_0}\right)\right) = \frac{\sigma k\,dx}{r_0}\cdot\left(\frac{\pi}{2}-\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = \frac{\pi\sigma k}{r_0}dx$$

Тогда $E = \int_{-r\sin\alpha}^{r\sin\alpha} E_0 = \int_{-r\sin\alpha}^{r\sin\alpha}\frac{\pi\sigma k}{r_0}dx = \pi\sigma\cdot k\cdot\int_{-r\sin\alpha}^{r\sin\alpha}\frac{dx}{\sqrt{x^2+r^2\cos^2\alpha}} =$

$$= \frac{\pi\sigma k}{r\cdot\cos\alpha}\cdot\int_{-r\sin\alpha}^{r\sin\alpha}\frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{x}{r_0\cos\alpha}\right)^2+1}} = \frac{\pi\sigma k}{\cancel{r\cos\alpha}}\cdot\int_{-r\sin\alpha}^{r\sin\alpha}\frac{d\frac{x}{r\cos\alpha}}{\sqrt{\left(\frac{x}{r\cos\alpha}\right)^2+1}} = \pi\sigma k\cdot\int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{d\,tg\varphi}{\sqrt{tg^2\varphi+1}} =$$

$$= \pi\sigma k\cdot\int_{-\alpha}^{\alpha}\cos\varphi\cdot d\,tg\varphi = \pi\sigma k\cdot\int_{-\alpha}^{\alpha}\cos\varphi\cdot\frac{1}{\cos^2\varphi}\cdot d\varphi = \pi\sigma k\cdot\int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{d\varphi}{\cos\varphi} =$$

$$= \pi\sigma k\cdot\int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{d\sin\varphi}{1-\sin^2\varphi} = \pi\sigma k\cdot\int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{d\sin\varphi\cdot(1-\sin\varphi+\sin\varphi)}{1-\sin^2\varphi} = \begin{bmatrix}\sin\varphi = t\\ \alpha\to\sin\alpha\end{bmatrix} =$$

$$= \pi\sigma k\left(\int_{-\sin\alpha}^{+\sin\alpha}\frac{dt\,(1-t)}{(1-t)(1+t)} + \frac{1}{2}\int_{-\sin\alpha}^{+\sin\alpha}\frac{dt^2}{1-t^2} = \pi\sigma k\left(\ln(1+t)\Big|_{-\sin\alpha}^{\sin\alpha} \mp \frac{1}{2}\ln\left(t^2-1\right)\Big|_{-\sin\alpha}^{\sin\alpha}\right) =\right.$$

$$= \pi\sigma k\cdot\left(\ln\frac{\sin\alpha+1}{1-\sin\alpha} - \ln\sqrt{\frac{\sin^2\alpha-1}{1-\sin}}\right.$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

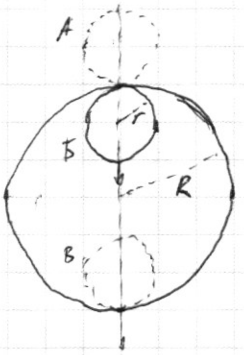
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$9R^2 - 9r^2 = 8R^2$

$R^2 = 9r^2$

$R = 3r$

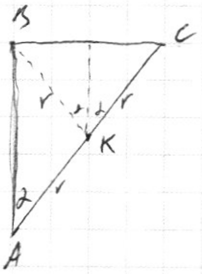
$r = \frac{1}{24}D$



Заметим, что в момент 0 мишень находится в положении А, в момент τ_0 в положении Б, в момент t_1 в положении В. Тогда за ~~промежуток~~ время τ_0 она прошла $2r$. Тогда $V = \frac{2r}{\tau_0} = \frac{\frac{1}{12}D}{\tau_0} = \frac{D}{12\tau_0}$,

3) За время t_1 мишень перешла из положения А в положение В, т. е. прошла путь в $2R$. Тогда $t_1 = \frac{2R}{V} = \frac{2R\cdot\tau_0}{2r} = \frac{3r\cdot\tau_0}{r} = 3\tau_0$

№3



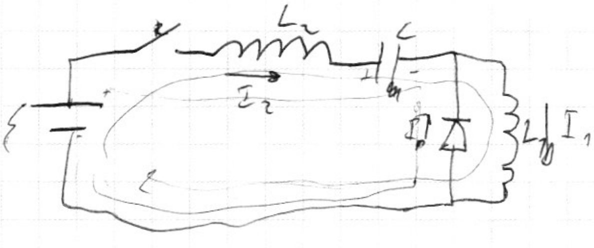
~~Разобьём сторону~~ ~~вектор~~ ~~AB+BC на малые промежутки, равные dx и найдём напряжённость в точке K, когда~~

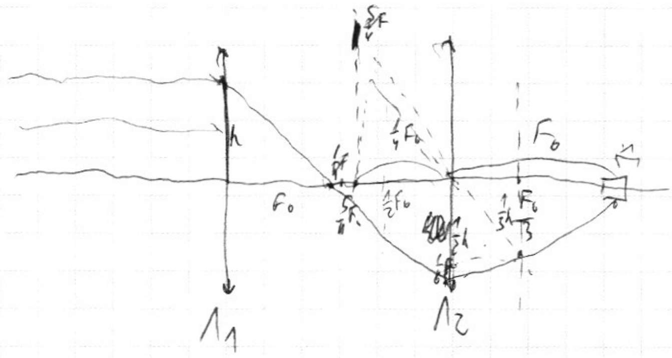
1) Заметим, что $\triangle ABC$ — прямоугольный и равнобедренный. Тогда можно заметить, что BC при повороте на $\frac{\pi}{2}$ относительно точки K переходит в AB. Тогда, т. к. плотность заряда на BC равна плотности заряда на AB, результирующая напряжённость AB равна результирующей на BC по модулю и перпендикулярна по

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$\mathcal{E} + L_2 I_2' + u + L I_1' = \mathcal{E}$$

$$-L_2 I_2' + u + u_p = \mathcal{E}$$

$$L_1 I_1' + u_D = 0$$

$$I_1 - I_p = I_2$$

$$I_1' - I_p' = I_2'$$

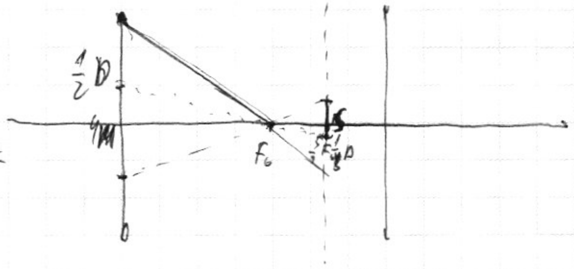
$$u = \frac{\int_0^t I_2(t)\,dt}{C} = I_2(t)\cdot t$$

$C = \frac{q}{u}$

$u = \frac{q}{C}$

$D \ll F_0$

$$y' = \frac{\frac{1}{6}h}{\frac{1}{3}F_0} = \frac{\frac{1}{2}h}{F_0}$$

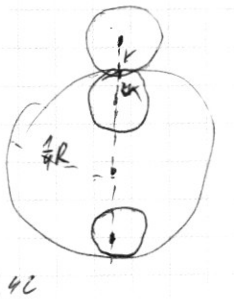


$D = 2R$

$\frac{\pi D^2}{16 S} = \frac{8}{9}$

$S = \frac{9\pi D^2}{128}$

$r \to 4r$



1,4 × 1,4 = 5,6

1,41 × 1,41 = 1,9881

1,42 × 1,42 = 2,0164

$\frac{\pi R^2}{\pi (4r)^2} = \frac{8}{9}$

$\frac{R^2}{16r^2} = \frac{8}{9}$

$\frac{R}{4r} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$$\frac{\pi R^2 - \pi(4r)^2}{\pi R^2} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{R^2 - 16r^2}{R^2} = \frac{8}{9}$$

$$9R^2 - 144r^2 = 8R^2$$

$$R^2 = 144r^2$$

$$R = 12r$$

$$r = \frac{1}{12}R = \frac{1}{24}D$$

$$V = \frac{2r}{\tau_0} = \frac{3D}{8\sqrt{2}\,\tau_0} \qquad r = \frac{3R}{8\sqrt{2}}$$

$$t_1 = \frac{\frac{1}{4}D}{V} = \frac{\frac{1}{4}R}{\frac{3R}{8\sqrt{2}\,\tau_0}} = \frac{8\sqrt{2}\,\tau_0}{3\cdot 4} = \frac{2\sqrt{2}}{3}\tau_0$$

$$V = \frac{2r}{\tau_0} = \frac{\frac{1}{12}D}{\tau_0} = \frac{D}{12\tau_0} \qquad t_1 = \frac{\frac{1}{4}D}{V} = \frac{D}{4\cdot\frac{D}{12\tau_0}}$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\int \frac{dt}{1-t} - \frac{1}{2}\int \frac{dt^2}{1-t^2} = \frac{1}{2}\int \frac{d(t^2-1)}{(t^2-1)} - \int \frac{d(t-1)}{t-1} = \frac{1}{2}\ln(t^2-1) - \ln(t-1) = \frac{1}{2}\ln\sqrt{\frac{1+t}{1-t}}$

$\sqrt{2-\sqrt{2}} = a+b\sqrt{2}$

$2-\sqrt{2} = a^2+2b^2+2\sqrt{2}ba$

$2ba = -1$ $\qquad b = -\frac{1}{2a}$

$a^2+2b^2 = 1$ $\qquad a^2 + \frac{1}{2a^2} = 1$

$(a+b)^2 + b^2 = 0$ $\qquad a^2 = t$

$b=0 \quad a=0$ $\qquad t + \frac{1}{2t} = 1$

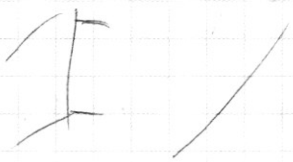
$2t^2 - 2t + 1 = 0$

$t = \frac{1 \pm \sqrt{1-2}}{}$

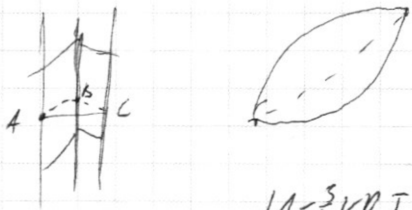
Верно ли, что указанные ~~полосы~~ бесконечные пластинки представляют собой пересечение полуплоскостей?

Верно ли, что

полуплоскости



Полосы



$\int_{V_1}^{} p(V)\,dV = \nu R \int_{V_1} \frac{T_1}{V_1} dV =$

$= \nu R \int \frac{T_2}{V_0 - V_1} dV$

$p = \frac{\nu RT}{V}$

$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$

$T_1 = \frac{V_1 T_2}{V_0 - V_1} =$

! Сумма работ газов равна 0!

$U = \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}pV$

$\frac{3}{2}p_H V_1 + \frac{3}{2}p_H V_2 = \frac{3}{2}p_K V + \frac{3}{2}p_K V =$

☑ черновик ☐ чистовик

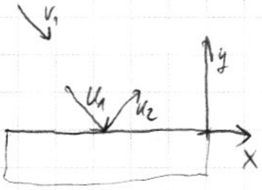
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



$\bar{u}_1 = \bar{v}_1 - \bar{u}$

$\bar{u}_2 = \bar{u}_{1x} - \bar{u}_{1y} = \cancel{v_1 \cdot \sin\alpha + u_2}$

$u_{2x} = v_1 \cdot \sin\alpha$

$u_{2y} = v_1 \cdot \cos\alpha + u$

$v_2 \cdot \sin\beta = v_1 \cdot \sin\alpha$

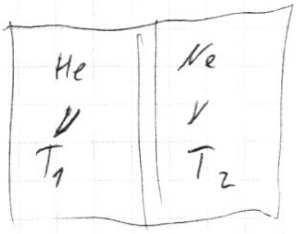
$v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 6\,м/с \cdot \frac{2/3}{1/3} = 12\,м/с$

$v_2 \cdot \cos\beta = u + v_1 \cdot \cos\alpha$

$u = v_2 \cdot \cos\beta - v_1 \cdot \cos\alpha = v_2 \cdot \sqrt{1-\sin^2\beta} - v_1 \cdot \sqrt{1-\sin^2\alpha} =$

$= 12 \cdot \sqrt{1-\frac{1}{9}} - 6 \cdot \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \frac{12}{3} \cdot \sqrt{8} - \frac{6}{3} \cdot \sqrt{5} = \boxed{8\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}$

№2



$p_1 = p_2$

$\frac{\nu_1 R T_1}{V_1} = \frac{\nu_2 R T_2}{V_2}$

$p\,dV = \nu R \Delta T$

$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \boxed{\frac{3}{4} = 0{,}75}$

$\frac{3}{2}\nu R(2T - T_1 - T_2) + \int_{T_1}^{T} \nu R\, dT = 0$

$2T - T_1 - T_2 = 0$

$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{770}{2} = \boxed{385\,К}$

$\frac{1}{V_1} = \frac{1}{V_2}$

$V_1 = V_2$

$V_1 = \frac{3}{7}V = \frac{6}{14}V$

$V_2 = \frac{4}{7}V = \frac{8}{14}V$

$8{,}31 \times 33 = 2493$
2493
$274{,}23$

$\cancel{\frac{3}{2}\nu_1 R \Delta T_1 + A_1 = \frac{3}{2}\nu_2 R \Delta T_2}$

$Q_П = \frac{5}{2}\nu R(T - T_2) =$

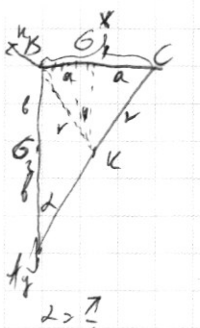
$\frac{3}{2}\nu R \Delta T_1 + \frac{3}{2}\nu R \Delta T_2 + A_1 + A_2 = Q_1 + Q_2 = 0$

$= \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8{,}31 \cdot 55 =$

$\frac{3}{2}\nu R(T - T_1 + T - T_2) + \cancel{\ldots} = 0 + A_1 + A_2 = 0$

$= 3 \cdot 11 \cdot 8{,}31 = \boxed{274{,}23\,Дж}$

№3



$\alpha > \frac{\pi}{4}$

$$\vec{E} = \int_{-a}^{a} E_0$$

$$E_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k\sigma dx \cdot dh}{r_0^2 + h^2} = k\sigma dx \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dh}{r_0^2+h^2} = \frac{k\sigma dx}{r_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dh}{1+\left(\frac{h}{r_0}\right)^2} = \frac{k\sigma dx}{r_0}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\left(\frac{h}{r_0}\right)}{\left(1+\left(\frac{h}{r_0}\right)^2\right)} =$$

$$= \frac{k\sigma dx}{r_0} \cdot \operatorname{arctg}\frac{h}{r_0}\Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{k\sigma dx}{r_0}\cdot\left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = \frac{\pi k\sigma dx}{r_0}$$

$$\cancel{E = \int_{-a}^{a} E_0 = \int_{-a}^{a}\frac{\pi k\sigma dx}{r_0} = \pi k\sigma \cdot \int_{-a}^{a}\frac{dx}{\sqrt{x^2+b^2}} = \frac{\pi k\sigma}{b}\int_{-a}^{a}\frac{dx}{\sqrt{\frac{x^2}{b^2}+1}}}$$

1) $B\sqrt{2}$

$$E = \int_{-\alpha}^{\alpha} E_0 = \int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{\pi k\sigma dx}{r_0} = \pi k\sigma \cdot \int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{(\operatorname{tg}(\varphi+d\varphi) - \operatorname{tg}\varphi)\cdot r\cos\alpha}{\frac{r\cos\alpha}{\cos\varphi}} =$$

$$= \pi k\sigma \cdot \int_{-\alpha}^{+\alpha}(\operatorname{tg}(\varphi+d\varphi) - \operatorname{tg}\varphi)\cdot\cos\varphi = \pi k\sigma \cdot \int_{-\alpha}^{+\alpha}\frac{\sin d\varphi}{\cos\varphi\cos\varphi}\cdot\cos\varphi = \pi k\sigma \cdot$$

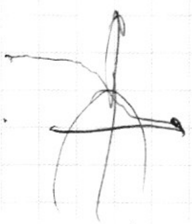
$\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta =$
$= \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\sin\beta}{\cos\beta} =$
$= \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$

$$= \pi k\sigma \cdot \int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{d\varphi}{\cos\varphi} = \pi k\sigma \cdot \int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{d\sin\varphi}{\cos^2\varphi} = \pi k\sigma \int_{-\alpha}^{\alpha}\frac{d\sin\varphi}{1-\sin^2\varphi} = \pi k\sigma \cdot \int_{-\sin\alpha}^{\sin\alpha}\frac{dt}{1-t^2} =$$

$$\cancel{= \pi k\sigma \cdot \int \frac{1}{t}} = \pi k\sigma \ln\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha} = \pi k\sigma \cdot \ln\left(1+\frac{2\sin\alpha}{1-\sin\alpha}\right) \ln\left(\frac{2}{1-\sin\alpha} - 1\right)$$

$\operatorname{tg}'\varphi = \frac{\sin d\varphi}{\cos\varphi \cdot d\varphi} = \frac{1}{\cos^2\varphi}$

$$\cancel{\int\frac{dt}{1-t^2}} \quad \cancel{\int\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}}$$

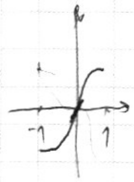


$$\int\frac{dt}{1-t^2} = \int\frac{dt(1-t)}{1-t^2} + \int\frac{t\,dt}{1-t^2} = \int\frac{dt}{1+t} + \frac{1}{2}\int\frac{dt^2}{1-t^2} = \ln(1+t) -$$

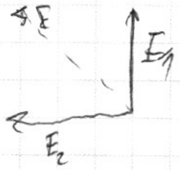
$$-\frac{1}{2}\int\frac{d(t^2-1)}{t^2-1} = \ln(1+t) - \frac{1}{2}\ln(t^2-1) = \ln\sqrt{\frac{1+t}{1-t}}$$

$(\arcsin x)'$

$$\int_{-\sin\alpha}^{\sin\alpha}\frac{dt}{1-t^2} = \ln\sqrt{\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}} - \ln\sqrt{\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}} = \ln\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}$$



1)



$E = E_1\sqrt{2}$

$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\sin\frac{\pi}{8} = \sqrt{\sin^2\frac{\pi}{8}} =$
$= \sqrt{\frac{2\sin^2\frac{\pi}{8}}{2}} = \sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{2}} =$
$= \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

$\sin\frac{3\pi}{8} = \cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

2) $E_1 = \pi k\sigma \cdot 4\ln\left(\frac{2}{1-\sin\frac{\pi}{8}} - 1\right) = \pi k\sigma \cdot 4\ln\frac{2}{1-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}} - 1 = \pi k\sigma \cdot 4\ln$

$E_2 = \pi k\sigma \cdot \ln\left(\frac{2}{1-\sin\frac{3\pi}{8}}\right.$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)