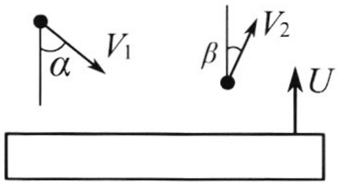
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11

Вариант 11-02

Шифр
(заполняется секретарём)

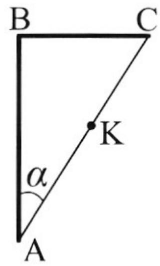
1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 6 м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3} \right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \dfrac{1}{3} \right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

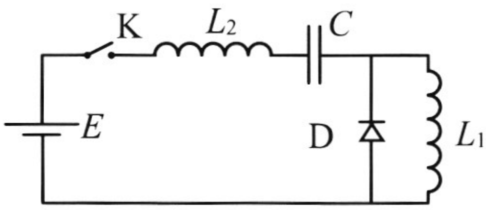
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия T_1 = 330 К, а неона T_2 = 440 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).
1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



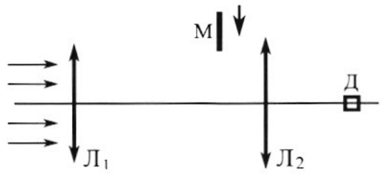
1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

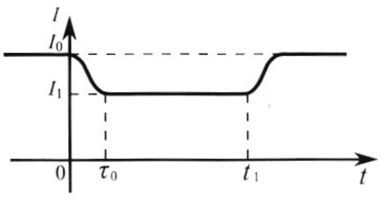
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.
Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

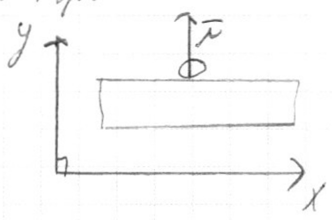
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

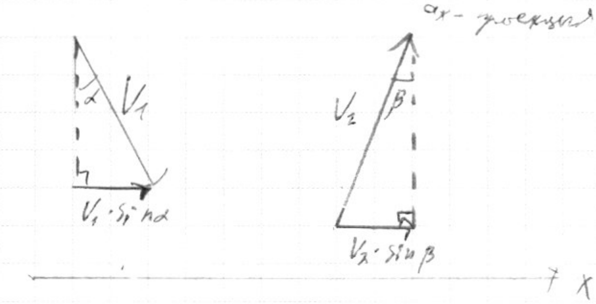
Во время удара ~~шайба~~ могла воздействовать на шарик с силой ~~перпен~~ ~~нормальной~~ перпендикулярной к поверхности. ~~U_2 - за этого проекция~~
(Сила нормальной реакции опоры)



Введём оси X, Y - параллельно и перпендикулярно плоскости плиты соответственно.
+ ось X лежит в ~~одной~~ плоскости ~~со скоростью~~ с вектором скорости шарика.

$\vec{N} = m\vec{a}$ (II зн. Н.), где $\vec{a}$ ускорение при ударе, $\vec{N}$ - сила нормальной реакции опоры, m - масса шарика

„X": $0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow$ Скорость вдоль оси X не изменилась
a_x - проекция $\vec{a}$ на ось X



Скорости вдоль оси X не изменилась $\Rightarrow V_1 \cdot \sin\alpha = V_2 \sin\beta \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V_2 = \frac{V_1}{\sin\beta}\sin\alpha = \frac{6\frac{м}{с}}{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2}{3} = 12\frac{м}{с}$

Ответ 1: $V_2 = 12\frac{м}{с}$

~~Если это был бы абсолютно упругий удар сохранялся бы закон сохранения энергии используя его и закон сохранения импульса (импульса) не наш~~

~~Удар~~ т.к. удар неупругий механическая энергия в результате удара уменьшилась $E_{м_1} > E_{м_2}$

мех. энергия до удара ↓ после удара

$$E_{м_1} = \frac{Mu_1^2}{2} + \frac{mV_1^2}{2}$$ где u_1 - скорость плиты до удара, M - масса плиты

$$E_{м_2} = \frac{Mu_2^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2}$$ u_2 - тоже самое но после удара

закон сохранения импульса системы:

$$M\vec{u}_1 + m\vec{V}_1 = m\vec{V}_2 + M\vec{u}_2$$ спроецируем его на ось y

$$Mu_1 - mV_1\cos\alpha = mV_2\cos\beta + Mu_2$$

$$\begin{cases} E_{м_1} > E_{м_2} \\ Mu_1 - mV_1\cos\alpha = mV_2\cos\beta + Mu_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{Mu_1^2}{2} + \frac{mV_1^2}{2} > \frac{Mu_2^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} \\ M(u_1 - u_2) = m(V_2\cos\beta + V_1\cos\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} M(u_1 - u_2)(u_1 + u_2) > m(V_2 - V_1)(V_2 + V_1) \\ M(u_1 - u_2) = m(V_2\cos\beta + V_1\cos\alpha) \end{cases} \Rightarrow u_1(V_2\cos\beta + V_1\cos\alpha)(u_1 + u_2) > m(V_2 - V_1)(V_2 + V_1)$$

$u_1 + u_2 \approx 2u$ т.к. плита массивная и столкновение почти не изменило скорости

$$\Leftrightarrow 2(V_2\cos\beta + V_1\cos\alpha)u > 2(V_2 - V_1)(V_2 + V_1) \Leftrightarrow u > \frac{(V_2 - V_1)(V_2 + V_1)}{V_2\cos\beta + V_1\cos\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow u > \frac{(12\frac{м}{с} - 6\frac{м}{с})(12\frac{м}{с} + 6\frac{м}{с})}{12\frac{м}{с}\sqrt{1-\sin^2\beta} + 6\frac{м}{с}\cdot\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \frac{6\frac{м}{с}\cdot 18\frac{м}{с}}{12\frac{м}{с}\sqrt{1-\frac{1}{9}} + 6\frac{м}{с}\cdot\sqrt{1-\frac{4}{9}}} = \frac{108\frac{м}{с}}{12\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3} + 6\cdot\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{108\frac{м}{с}}{8\sqrt{2} + 2\sqrt{5}} =$$

$$= \frac{54}{4\sqrt{2}+\sqrt{5}}\frac{м}{с} = \frac{54\frac{м}{с}}{32-5}\cdot(4\sqrt{2} - \sqrt{5}) = \frac{54}{27}(4\sqrt{2} - \sqrt{5})\frac{м}{с} = (8\sqrt{2} - 2\sqrt{5})\frac{м}{с}$$

И при этом скорость плиты не должна быть слишком большой иначе шарик не сможет от неё оттолкнуться

$$u_y < V_{2_y} \Leftrightarrow u < V_2\cdot\cos\beta \Leftrightarrow u < 12\frac{м}{с}\sqrt{1-\frac{1}{9}} = 12\frac{2}{3}\sqrt{2} = 8\sqrt{2}\frac{м}{с}$$

Ответ 2: $8\sqrt{2}\frac{м}{с} - 2\sqrt{5}\frac{м}{с} < u < 8\sqrt{2}\frac{м}{с}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$pV = \nu RT$ – ур. Клапейрона Менделеева

Поршень перемещается без трения и изначально от нагрузки силы которые на него действовали были скомпенсированы. ~~Давле~~ Давление гелия и давление неона равны. Запишем уравнения Менделеева для двух газов

$\cancel{p_{He} V_{He} = \nu_{He} R T_{He}}$

$\cancel{p_{Ne} V_{Ne} = \nu_{Ne} R T_{Ne}}$

$p_1 V_1 = \nu_1 R T_1$

$p_2 V_2 = \nu_2 R T_2$

⇔ ~~p_2 – давление гелия~~ p_1, V_1, ν_1, T_1 – начальные давление, объем и количество вещества гелия; p_2, V_2, ν_2 – ‖ неона

$\nu_1 = \nu_2$

$p_1 = p_2$

$\Leftrightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330\,K}{440\,K} = \frac{3}{4}$

Ответ 1: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$

T^* – установившаяся температура, p_1^*, p_2^* – уст. давление гелия и неона

~~ν_1^*, ν_2^*~~ ~~уст~~ V_1^*, V_2^* – уст. объём гелия и неона

$p_1^* = p_2^* = p^*$

$$\begin{cases} p_1^* V_1^* = \nu_1 R T^* \\ p_2^* V_2^* = \nu_2 R T^* \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p^* V_1^* = \nu R T^* \\ p^* V_2^* = \nu R T^* \end{cases} \Rightarrow V_1^* = V_2^*$$

З. сохр. энергии

$U_1 + U_2 = U_1^* + U_2^*$ ⇔ U_1, U_2 – внутренняя энергия гелия и неона; U_1^*, U_2^* – внутренняя энергия гелия и неона после ~~установ~~ процесса

$\Leftrightarrow \frac{i}{2}\nu_1 R T_1 + \frac{i}{2}\nu_2 R T_2 = \frac{i}{2}\nu_1 R T^* + \frac{i}{2}\nu_2 R T^*$

$i = 3$ т.к. оба газа ~~одно~~ одноатомные

$\Leftrightarrow \nu T_1 + \nu T_2 = \nu T^* + \nu T^* \Rightarrow T^* = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{440\,K + 330\,K}{2} = 385\,K$

Ответ 2: $T^* = 385\,K$

Из ~~Количество~~ теплоты передание от него гелию

равно модулю изменению внутренней энергии Неона т.к. других

тепловых процессов не происходило. $Q^{\uparrow}_{нео} = Q^{\downarrow}_{не}$

$Q^{\uparrow} = |U_2 - U^{*}| = |\frac{i}{2}\nu RT_2 - \frac{i}{2}\nu RT^{*}| = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T^{*}) = \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{25}\text{моль} \cdot 8{,}34 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} |440\text{К} - 385\text{К}|$

отвечает должна быть с 10%

$= \frac{9}{25}\frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 55\text{К} \cdot 8{,}34 = \frac{9}{5} \cdot 11 \cdot 8{,}34\,\text{Дж} = \frac{99 \cdot 834}{5 \cdot 100}\text{Дж} \approx \frac{834\,\text{Дж}}{5} = 166{,}8\,\text{Дж}$

Ответ: $Q^{\uparrow} = 166{,}8\,\text{Дж}$

№3

~~Если ~~AB~~ и BC бесконечно и равномерно~~

~~заряжены они будут создавать~~

~~~~[illegible]~~ одинаковую напряженность в любой точке~~

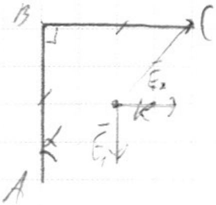
~~по одну сторону от пластины равную $E = \frac{6K}{2}$.~~

~~Если зарядить AB она будет создавать такую же по~~

~~модулю напряженность в точке K но направленную~~

~~перпендикулярно напряженности создаваемой BC. (по суперпозиции полей)~~

~~тогда суммарно они будут равны $\frac{E}{\cos}$~~



$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |BC| = |BA|$

пластины равны

и точка K равно удалена от них.

В силу симметрии напряженность создаваемая BC с точке K

будет направлена перпендикулярно BC

в силу симметрии

А напряженность AB в точке K будет $\perp$ AB. т.к. K ~~равноудаленная~~

от AB и BC напряженности будут равны по модулю.

При сложении равных по модулю вектора направленных перпендикулярно

~~[illegible]~~ получившийся вектор имеет ~~модуль~~ в $\sqrt{2}$ раза больше

чем у ~~одного~~ складываемых векторов из теоремы Пифагора!

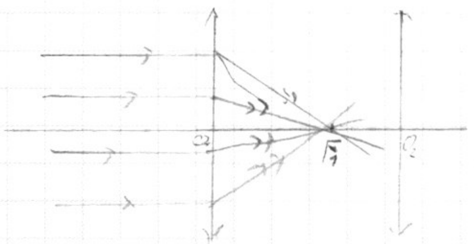
Ответ: в $\sqrt{2}$ раз или в 1,415 раз

$\cos\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{\cos\frac{\pi}{4}+1}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}+1}{2}} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}}$
~~~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

Проходя через первую линзу свет фокусируется с фокуса ~~F~~ линзы ~~A~~ $Л_1$. F_1 - фокус линзы 1. O_1, O_2 оптические центры линз 1 и 2



Таким образом появ создание изображения

Найдем расстояние до второй линзы от изображения

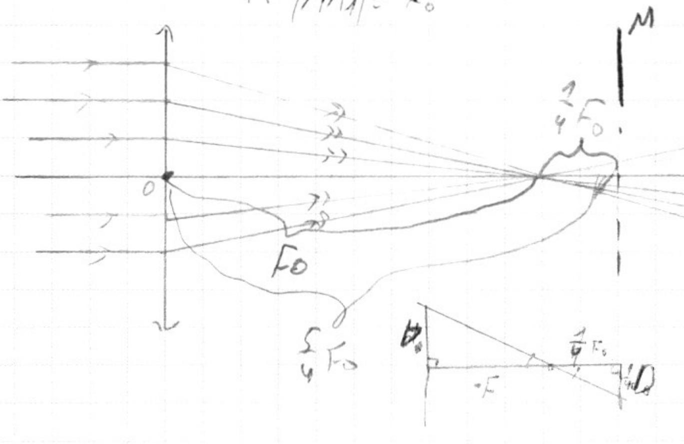
$|F_1O_2| = |O_1O_2| - |F_1O_1| = 1{,}5F_0 - F_0 = \frac{1}{2}F_0$

Используем формулу чтобы понять куда ~~сходится~~ ~~от~~ изображение пройдя через линзу 2: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ где F - фокусное расстояние, d - расстояние до источника, f - расстояние до получившегося изображения.

$\frac{1}{\frac{1}{3}F_0} = \frac{1}{\frac{1}{2}F_0} + \frac{1}{f} \Leftrightarrow \frac{1}{f} = \frac{\frac{1}{2}F_0 - \frac{1}{3}F_0}{\frac{1}{6}F_0^2} \Leftrightarrow f = \frac{\frac{1}{6}F_0}{\frac{1}{6}} = F_0.$

Значит лучи после прохождения $Л_2$ будут сфокусированы на расстоянии F_0 от $Л_2$. Именно там и стоит детектор

Ответ 1: $|Л_2Л_1| = F_0$

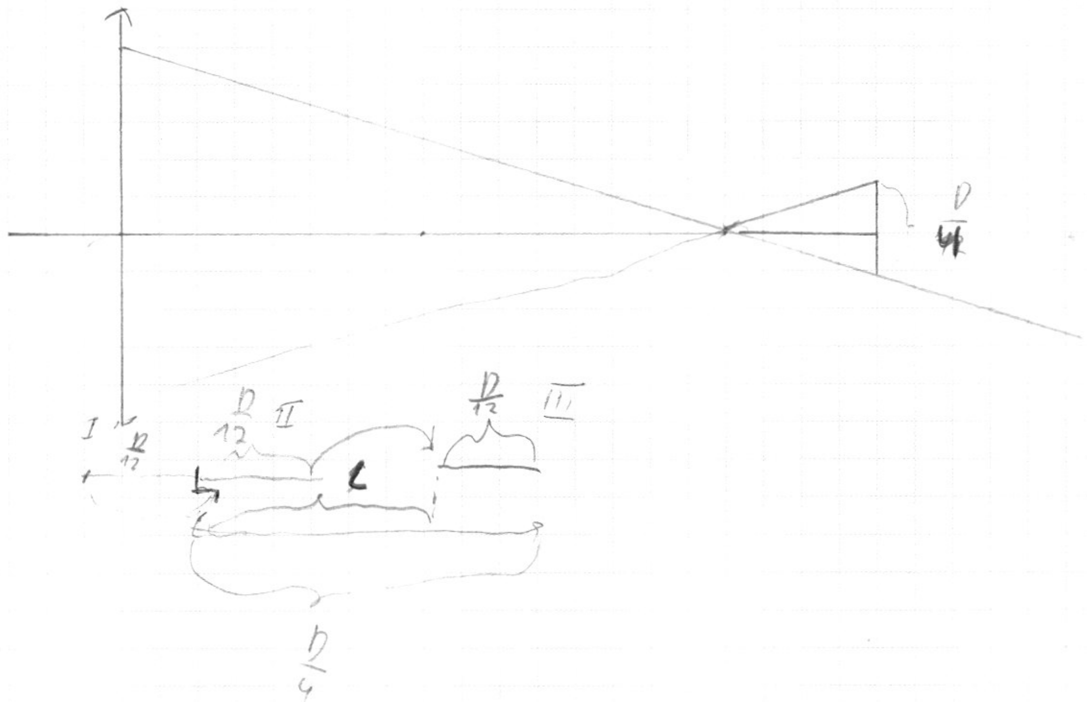


Начальный диаметр пучка лучей такой же как у линзы. На расстоянии $\frac{5}{4}F_0$ от $Л_1$ он будет в 4 раза меньше в силу подобия треугольников. Значит площадь пучка в плоскости M

$S_{п.м} = \pi\frac{d_м^2}{4} = \pi\frac{D^2}{4\cdot 4^2} = \pi\frac{D^2}{64}$

Т.к. мишень снижает интенсивность света ~~$\frac{8}{8}$ ...~~ и имеет ... $\frac{1}{9}$ от начальной то и площадь м $S_м = \frac{1}{9}S_{п.м} = \pi\frac{D^2}{64\cdot 9}$

Тогда диаметр $d_м = \sqrt{\frac{4}{\pi}S_м} = \sqrt{\frac{4}{\pi}\cdot\frac{\pi D^2}{64\cdot 9}} = \frac{D}{12}$



линза продвинулась на $\frac{D}{12}$ за τ_0. Значит скорость линзы

$$V = \frac{\frac{D}{12}}{\tau_0} = \frac{D}{12\tau_0}$$

Ответ: $V = \frac{D}{12\tau_0}$

За время $t_1 - \tau_0$ линза проходит из положения II в положение III

для этого проходит $L = \frac{D}{4} - \frac{D}{12} = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{1}{3}\right)D = \frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}D = \frac{2}{12}D = \frac{1}{6}D$

$$t_1 - \tau_0 = \frac{L}{V} = \frac{\frac{1}{6}D}{\frac{D}{12}\tau_0} = 2\tau_0$$

$\Rightarrow t_1 = 3\tau_0$

Ответ: $t_1 = 3\tau_0$

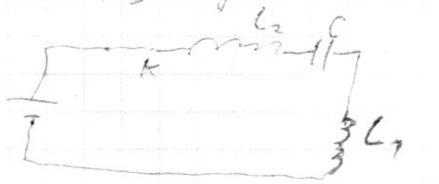
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

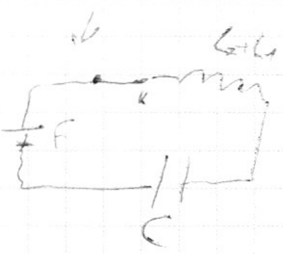
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

В начальный период времени, когда ток течёт по часовой стрелке на схеме, диод не будет пропускать ток. Поэтому можно перерисовать схему



теперь катушки можно объединить



$L_{общ} = L_1 + L_2 + \ldots + L_n$ при посл соединении

В первой схеме $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{(L_1+L_2)C}}$

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{\frac{\omega}{2\pi}} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C} = 2\pi\sqrt{(3L+2L)C} = 2\sqrt{5}\cdot\pi\sqrt{LC}$$

~~Когда диод будет~~

$I \to U$

$C = \frac{1}{\omega L}$

$\omega = \sqrt{\frac{1}{CL}}$

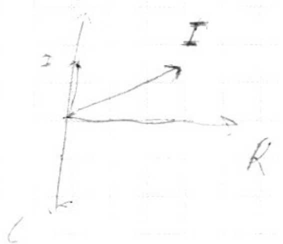
$C = \frac{K}{B} = \frac{A \cdot c}{B} \cdot \frac{1}{R\omega}$

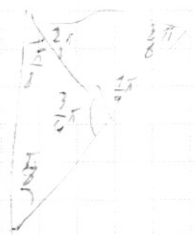
$L = \frac{B}{A} = \frac{B}{A} \cdot c = \frac{B}{\frac{k}{c}} \cdot c = \frac{B}{K} c^2$

$Z =$

$U = IR$

$U = I \cdot Z$





$R = \frac{B}{A}$

$C = \frac{B}{A} \cdot c$

ΔU

$Z_1 = R + \omega L i - \frac{i}{\omega C}$

$R + \omega L$

$U \Rightarrow I$

$Z_2 = R + \omega(L_1 + L_2) i - \frac{i}{\omega C}$

$I \to U$

$R + \omega L_1$

64

3

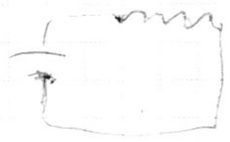
12

18

192

16

$4 \cdot 2 \quad 2 \cdot 3$



~~cos~~

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$ab = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos \alpha^2 = \sqrt{\frac{\cos 2\alpha + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\cos\frac{\pi}{4} + 1}{2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + 1}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}} =$

$a^2 b^2 = 1$

$a = \frac{1}{\sqrt{2} b}$

$\frac{1}{2b^2} + b^2 = 1$

$b^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 2}}{}$

$\frac{1}{2} + b^4 - b^2 = 0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \frac{Mu_1^2}{2} + \frac{v_1^2 m}{2} = \frac{Mu_2^2}{2} + \frac{v_2^2 m}{2} \\ u_1 M + v_1 m = v_2 m + u_2 M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(u_1-u_2)(u_1+u_2) = m(v_2-v_1)(v_2+v_1) \\ M(u_1-u_2) = m(v_2-v_1) \end{cases}$$

$$u_1 + u_2 = v_1 + v_2 \overset{u_1=u_2=u}{\Leftrightarrow} v_1 + v_2 = u$$

$$Mu_1^2 + v_1^2 m > Mu_2^2 + v_2^2 m$$

$$Mu_1 + mv_1\cos\alpha = mv_2\cos\beta + Mu_2$$

$$\Leftrightarrow M(u_1-u_2)(u_1+u_2) > m(v_2-v_1)(v_2+v_1)$$

$$M(u_1-u_2) = m(v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha)$$

$$(v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha)(u_1+u_2) = (v_2-v_1)(v_2+v_1)$$

u_2 u_1

$$U = \frac{i}{2}\nu RT$$

$\downarrow u$ $\uparrow v$

σ

$v - u$

$$E = \frac{\sigma}{}$$

$$v_2^{\cos\beta} = v_1\cos\alpha + 2u$$

$$\Leftrightarrow 2u = -v_1\cos\alpha + u_1\cos\beta =$$

$$F = \frac{Qq}{r^2}k$$

$$E = \frac{q}{r^2}k$$

$$pV = \nu RT$$

$$E = \frac{\sigma k}{2}$$

$E(h)$

$\sigma(\rho) = \int$

$$\int \frac{\sigma\, dy}{y^2 + x^2}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)