

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

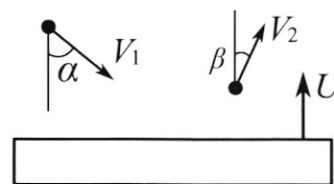
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

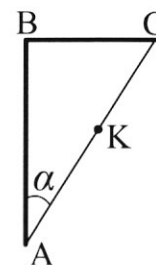


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

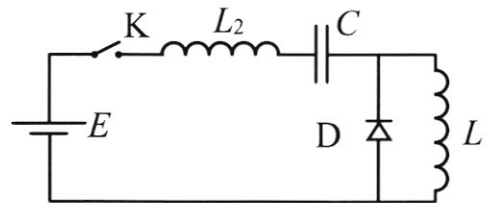
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



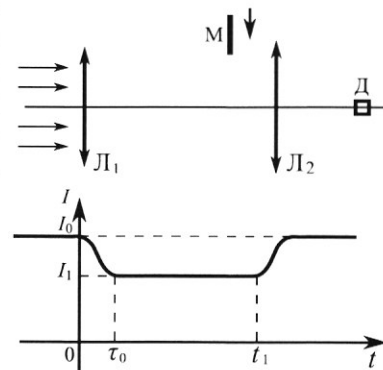
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

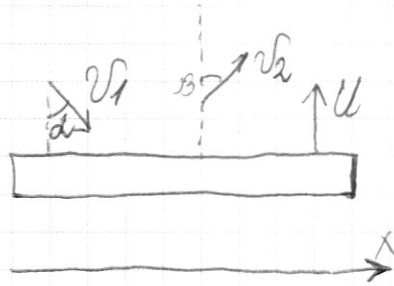
№1.

$$\sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3}$$

$$v_1 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

1)



Спроецируем на ось X:

Закон сохранения импульса.

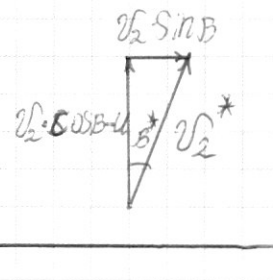
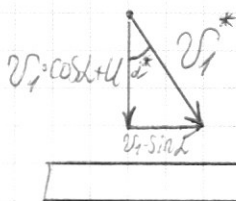
$m v_1 \cdot \sin \alpha = m v_2 \cdot \sin \beta$ т.к. поверхность
плиты гладкая возмущающие силы перп. ос.

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = v_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{1} = 6 \cdot 2 = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $v_2 = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

2) Масса плиты \gg массы шарика, поэтому
можно считать u постоянной и после удара.

Перейдём в систему отсчёта плиты.



v_1^* , v_2^* , α^* , β^* - скорости и углы в С.О. после.

$$\begin{cases} v_1^* \cdot \sin \alpha^* = v_1 \cdot \sin \alpha \\ v_1^* \cdot \cos \alpha^* = v_1 \cdot \cos \alpha + u \\ v_2^* \cdot \sin \beta^* = v_2 \cdot \sin \beta \\ v_2^* \cdot \cos \beta^* = v_2 \cdot \cos \beta - u \end{cases}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$v_2 \cdot \sin \beta = v_1 \cdot \sin \alpha \quad (\text{это уже было сказано})$$

Если бы удар был упругий, то $v_1 \cdot \cos \alpha + u = v_2 \cos \beta - u$

Если бы удар был абсолютно неупругий: $v_2 \cos \beta - u = 0$

Поэтому в нашем случае u принадлежит данному интервалу.

$$(1) \quad v_1 \cdot \cos \alpha + u = v_2 \cos \beta - u \Leftrightarrow 2u = v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha$$

$$u = \frac{12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{2} = 4\sqrt{2} - \sqrt{5} \quad \frac{m}{c}$$

$$(2) \quad v_2 \cdot \cos \beta - u = 0; \quad u = 12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 8\sqrt{2} \quad \frac{m}{c}$$

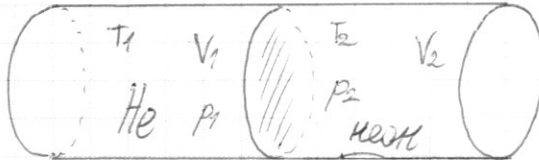
Ответ: $u \in (4\sqrt{2} - \sqrt{5}; 8\sqrt{2}) \frac{m}{c}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$T_1 = 330 \text{ K}$$

$$T_2 = 440 \text{ K}$$

$$\sqrt{v_1} = \sqrt{v_2} = \frac{6}{25} \text{ м/с}$$



газы одноатомные, идеальные.

Напишем ур-ие Менделеева-Клапейрона для обеих частей.

$$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu_1 R T_1 \\ p_2 V_2 = \nu_2 R T_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \nu_1 = \nu_2 \text{ (по условию)} \\ p_1 = p_2 \text{ (благодаря поршню)} \end{cases}$$

1) $\frac{V_1}{V_2} = ?$

Поделим первое уравнение на второе

$$\frac{p_1 V_1}{p_2 V_2} = \frac{\nu_1 R T_1}{\nu_2 R T_2}$$

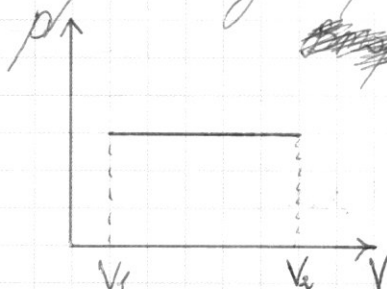
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4}$$

Ответ: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$.

2) Найти установившуюся температуру.

Рассмотрим изобарный процесс для одного моля
одноат. газа.
~~по~~ закон термодинамики:

Формула:



$$Q = \Delta U + A$$

$$Q = \frac{3}{2} p \Delta V + p \Delta V = \frac{5}{2} p \Delta V = \frac{5}{2} R \Delta T$$

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{5}{2} R, \text{ но это не наш случай, давшие не подходит.}$$

по первому пункту $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$

Напишем уравнение Менделеева Клапейрона для конечного состояния.

$$\begin{cases} p_1^* V_1^* = \nu R T \\ p_2^* V_2^* = \nu R T \end{cases} \quad \begin{aligned} \sqrt{p_1^*} &= \sqrt{p_2^*} \\ p_1^* &= p_2^* \text{ (нормаль)} \end{aligned}$$

поделим

$$\frac{V_1^*}{V_2^*} = 1 \Rightarrow V_1^* = V_2^*$$

Пусть весь объём цилиндра V_0

$$V_1 = \frac{3}{7} V_0$$

$$V_2 = \frac{4}{7} V_0$$

$$V_1^* = V_2^* = \frac{1}{2} V_0$$

Пусть установившаяся температура T_y .

~~Мы не можем сформулировать уравнение М-К в начале процесса, но помемто, что мемто~~

$$p_1 V_1 = \nu R T_1; \quad \Delta(p_1 V_1) = \nu R \Delta T_1$$

$$p_1^* \cdot \frac{1}{2} V_0 = \nu R T$$

$$p_1 \cdot \frac{3}{7} V_0 = \nu R T_1$$

Уравнение М-К в начале

$$\begin{cases} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 \end{cases}$$

Сложим:

$$p_1 \cdot V_0 = \nu R (T_1 + T_2)$$

Уравнение М-К в конце.

$$\begin{cases} p_1^* V_1^* = \nu R T \\ p_2^* V_2^* = \nu R T \end{cases}$$

Сложим

$$p_1^* \cdot V_0 = 2 \nu R T$$

Решение:

Суммарная внутр. энергия газа сохраняется т.к. работа газа слева равна (- работе газа справа).

$$U_1 + U_2 = \text{const.}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.2.

$$\frac{3}{2} \sqrt{RT_1} + \frac{3}{2} \sqrt{RT_2} = \frac{3}{2} \sqrt{RT} + \frac{3}{2} \sqrt{RT}$$

$$T_1 + T_2 = 2T$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330 + 440}{2} = 385 \text{ K}$$

Ответ: 385 K.

3). Какое кол-во Q передат неон газу.

Уравнение Менделеева-Клапейрона в нач момент:
и конечный

$$\begin{cases} p_1 \cdot \frac{3}{7} V_0 = \sqrt{RT_1} \\ p_1^* \cdot \frac{1}{2} V_0 = \sqrt{RT} \end{cases} \quad \text{Положим второе на первое}$$

$$\frac{p_1^* \cdot \frac{7}{6}}{p_1} = \frac{385}{330}$$

Напишем ещё ~~уравнение~~
уравнение для произвольного случая

$$p_1^* = p_1$$

$$\mu_1 + \mu_2 = \text{const} \Rightarrow \frac{3}{2} \sqrt{RT_1} + \frac{3}{2} \sqrt{RT_2} = \frac{3}{2} \sqrt{R(T_1 + T_2)} = \text{const}$$

$$\begin{cases} p_1^{**} \cdot k V_0 = \sqrt{RT_1^*} \\ p_2^{**} \cdot (1-k) V_0 = \sqrt{RT_2^*} \end{cases}$$

$$p_1^{**} = p_2^{**} \text{ т.к.}$$

$$T_1 + T_2 = \text{const.}$$

В одинаковые моменты по времени это
благодаря паритету.

⇓ сложим

$$p_1^{**} \cdot V_0 = \sqrt{R(T_1^* + T_2^*)} = \text{const}$$

$k \in (0, 1)$, он просто
коэффициент.

всегда

Значит давление всё таки остаётся постоянным!

Поэтому формула, может быть применена.

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{5}{2} R \quad \left(\begin{array}{l} \text{мощная} \\ \text{теплоемкость} \end{array} \right)$$

$$C = \int \cdot C = \frac{5}{2} \int R \quad \left(\begin{array}{l} \text{теплоемкость} \\ \int \text{ моль на моль газа} \end{array} \right)$$

$$Q = C \cdot \Delta T = \int \cdot C \cdot \Delta T = \frac{5}{2} \int R \Delta T = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot \frac{831}{100} \cdot (385 - 330) =$$

$$= \frac{5 \cdot 6 \cdot 831 \cdot 55}{2 \cdot 25 \cdot 100} = \frac{33 \cdot 831}{100} = \frac{24930 + 2493}{100} = \frac{27423}{100} \approx 274 \text{ Дж}$$

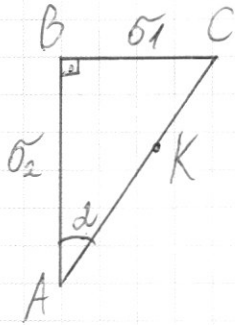
$$831 \cdot 3 = 2400 + 93 = 2493$$

$$\begin{array}{r} + 24 \ 930 \\ + 2 \ 493 \\ \hline 27 \ 423 \end{array}$$

Ответ: 274 Дж.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.1.



$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

K - середина AC

Пусть σ_1 - поверхностная плотность BC

σ_2 - поверхностная плотность AB

1) Во сколько раз увеличится напряжённость?

Напряжённость электрического

поля в точке K направлена

перп. BC т.к. в T₁ K T₂ C

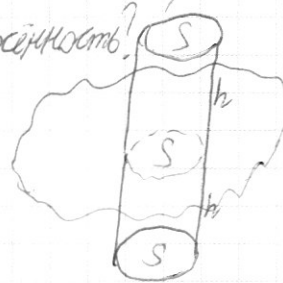
точки T₁ и T₂ в сумме

создают перп. поле

и для любой точки

из отрезка [BK] найдётся точка из [KC].

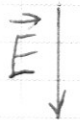
Аналогично AB.



$$E(h) \cdot 2S = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon_0}$$

$$E(h) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Было



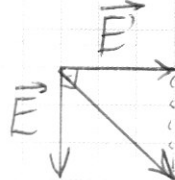
По Т. Пифагора

$$|\vec{E} + \vec{E}'| = |\vec{E}| \sqrt{2}$$

$$\frac{|\vec{E}| \sqrt{2}}{|\vec{E}|} = \sqrt{2}$$

Ответ: в $\sqrt{2}$ раз.

Стало



$$|\vec{E}| = |\vec{E}'| \text{ т.к.}$$

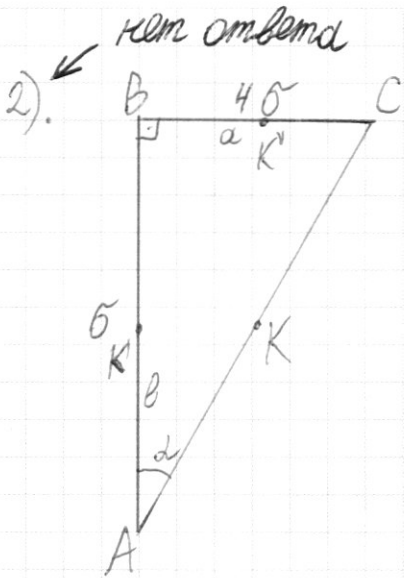
ABC равнобедр.

и расстояние

от K до AB =

= от K до BC.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$



$$\sigma_1 = 40$$

$$\alpha = \frac{\pi}{8}$$

$$\sigma_2 = \sigma$$

Пусть $BC = a$

$$AB = b$$

$$AC = c$$

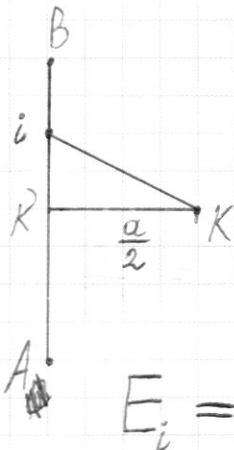
K' - проекция K на AB

K'' - проекция K на BC

$$KK' = \frac{a}{2}$$

$KK'' = \frac{b}{2}$, как средняя линия.

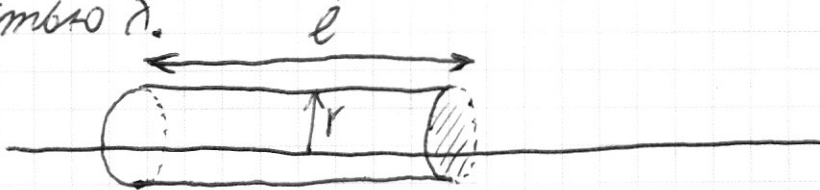
$$\frac{a}{b} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}$$



Разделим маленько отрезок $K'B$ на маленькие части Δi .

$$E_i =$$

Рассмотрим трубку, заряженную с линейной плотностью λ .



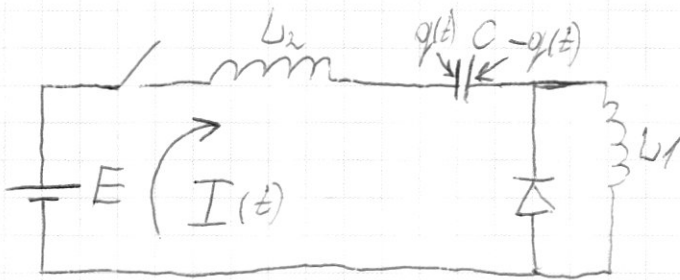
$$E(r) \cdot l \cdot 2\pi r = \frac{l \cdot \lambda}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

N4.1,

$$L_1 = 3L$$

$$L_2 = 2L$$



→ фаза I.

$$\mathcal{E}_S = -\dot{\varphi} = -L \cdot \dot{I}$$

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_{S_1} - U_C + \mathcal{E}_{S_2} = 0$$

$$\dot{I}(t) = \dot{q}(t)$$

$$\mathcal{E} - L_2 \cdot \dot{I} - \frac{q}{C} - L_1 \cdot \dot{I} = 0$$

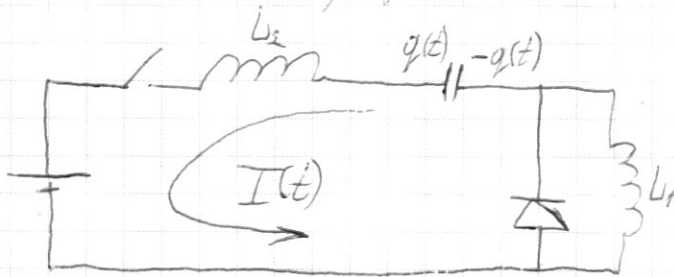
$$2L \cdot \dot{q}(t) + 3L \cdot \ddot{q}(t) + \frac{q}{C} - \mathcal{E} = 0$$

$$\ddot{q}(t) + \frac{q}{5CL} - \frac{\mathcal{E}}{5L} = 0 \quad \omega^2 = \frac{1}{5CL}$$

Пусть теперь

$$T_1 = 2\pi\sqrt{5CL}$$

конденсатор зарядился и начинает разряжаться.



$$\mathcal{E}_{S_2} - \mathcal{E} + U_C = 0$$

$$I = -\dot{q}$$

$$-2L \dot{I} - \mathcal{E} + \frac{q}{C} = 0$$

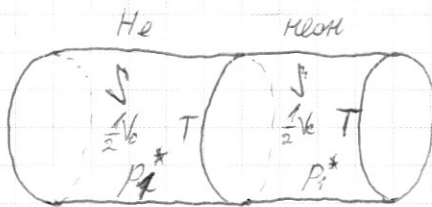
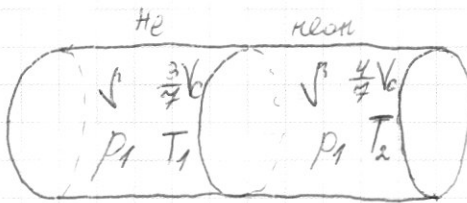
$$2L \dot{q} + \frac{q}{C} - \mathcal{E} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{1}{2LC}$$

$$\dot{q} + \frac{q}{2LC} - \frac{\mathcal{E}}{2L} = 0$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{2LC}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\sqrt{\beta} = \frac{6}{25}$$

$$T_1 = 330 \text{ K}$$

$$T_2 = 440 \text{ K}$$

$$p_1 \frac{3}{4} V_0 = \sqrt{\beta} R T_1$$

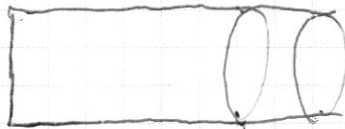
$$p_1 \frac{1}{4} V_0 = \sqrt{\beta} R T_2$$

$$p_1^* \frac{1}{2} V_0 = \sqrt{\beta} R T$$

$$p_1^* \frac{1}{2} V_0 = \sqrt{\beta} R T$$

$$\Delta C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A ; \quad \Delta A = 0 \quad T_1, T_2$$



если рассм. вместе то работа газа слева + справа = 0

Поэтому внутренняя энергия сохраняется.

$$\frac{3}{2} \sqrt{\beta} R T_1 + \frac{3}{2} \sqrt{\beta} R T_2 = \frac{3}{2} \sqrt{\beta} R T + \frac{3}{2} \sqrt{\beta} R T$$

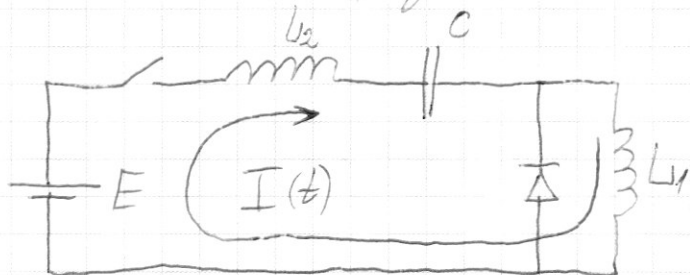
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4, 2.

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \pi \sqrt{5CL} + \pi \sqrt{2CL} = \pi \sqrt{CL} (\sqrt{5} + \sqrt{2})$$

Ответ: $T = \pi \sqrt{CL} (\sqrt{5} + \sqrt{2})$

2) Найти MAX I_{01} через L_1



Из пункта 1 получается ур-ие

$$\ddot{q}(t) + \frac{q}{5CL} - \frac{E}{5L} = 0$$

Пусть $q(t) = p(t) + CE$

$$\ddot{p}(t) + \frac{p(t)}{5CL} = 0$$

$$p(t) = A \cdot \cos\left(\frac{1}{\sqrt{5CL}} t + \varphi_0\right)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{5CL}}$$

$$q(0) = A \cdot \cos \varphi_0 + CE = 0$$

$$q(t) = -CE \cdot \cos(\omega t) + CE$$

$$I(0) = \frac{-A}{\sqrt{5CL}} \cdot \sin \varphi_0 = 0 \quad \varphi_0 = 0$$

$$A = -CE$$

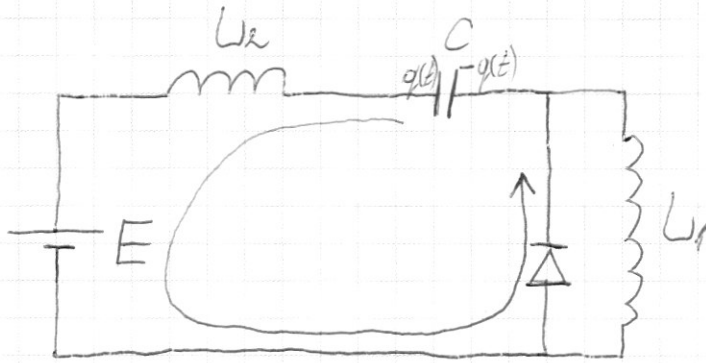
$q(t)_{\text{MAX}} = 2CE$ при $I(t) = 0$
исп. в пункте 3.

$$I(t) = \frac{CE}{\sqrt{5CL}} \cdot \sin \omega t$$

$$I_{\text{MAX}} = \frac{CE}{\sqrt{5CL}} = \sqrt{\frac{C}{5L}} \cdot E$$

Ответ: $I_{\text{MAX}} = \sqrt{\frac{C}{5L}} \cdot E$

3).

MAX I_{02} - ?

$q_{\max} = 2CE$ при $I=0$
 ↑
 новые начальные условия

$$\mathcal{E}_{L2} - \mathcal{E} + U_C = 0$$

$$-2L \cdot \dot{I}(t) - \mathcal{E} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\ddot{I}(t) = -\dot{q}(t)$$

$$\ddot{q}(t) + \frac{q}{2CL} - \frac{\mathcal{E}}{2L} = 0$$

$$\text{Пусть } q(t) = p(t) + \mathcal{E}C$$

$$\ddot{p}(t) + \frac{p(t)}{2CL} = 0$$

$$\omega^2 = \frac{1}{2CL}$$

$$p(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$q(0) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) + \mathcal{E}C = 2\mathcal{E}C \Rightarrow A = \mathcal{E}C$$

$$-\dot{q}(0) = \dot{I}(0) = \frac{A}{\sqrt{2CL}} \cdot \sin \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$$

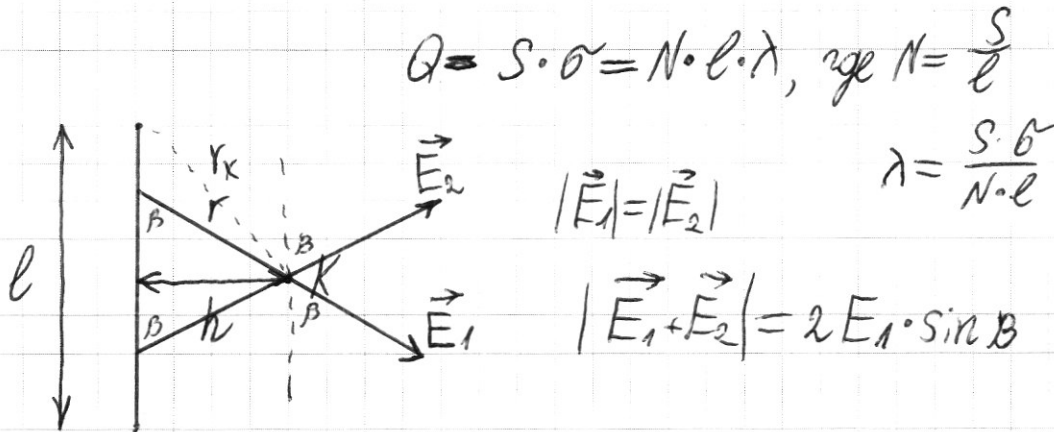
$$\cancel{I(t)} \quad I(t) = -\dot{q}(t) = -\frac{A}{\sqrt{2CL}} \cdot (-\sin(\omega t)) = \frac{A}{\sqrt{2CL}} \cdot \sin \omega t = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{2CL}} \cdot \sin \omega t$$

$$I_{\max} = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{2CL}} = \sqrt{\frac{C}{2L}} \cdot \mathcal{E}$$

$$\text{Ответ: } I_{\max} = \sqrt{\frac{C}{2L}} \cdot \mathcal{E}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2.

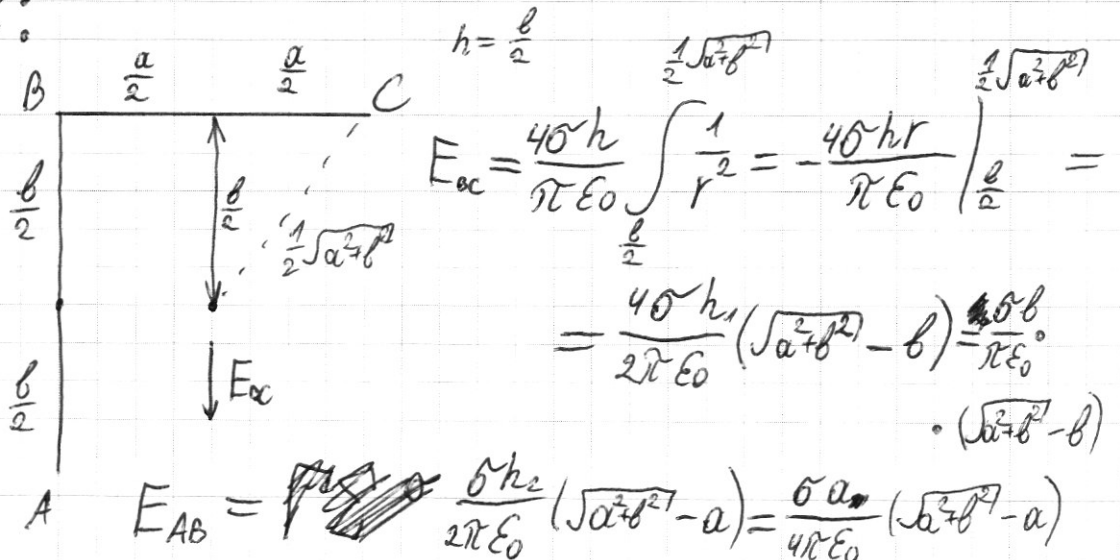


$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$2 E(r) \cdot \sin \beta = \frac{\lambda \cdot h}{\pi\epsilon_0 r^2 \sqrt{h^2 + \frac{b^2}{4}}}$$

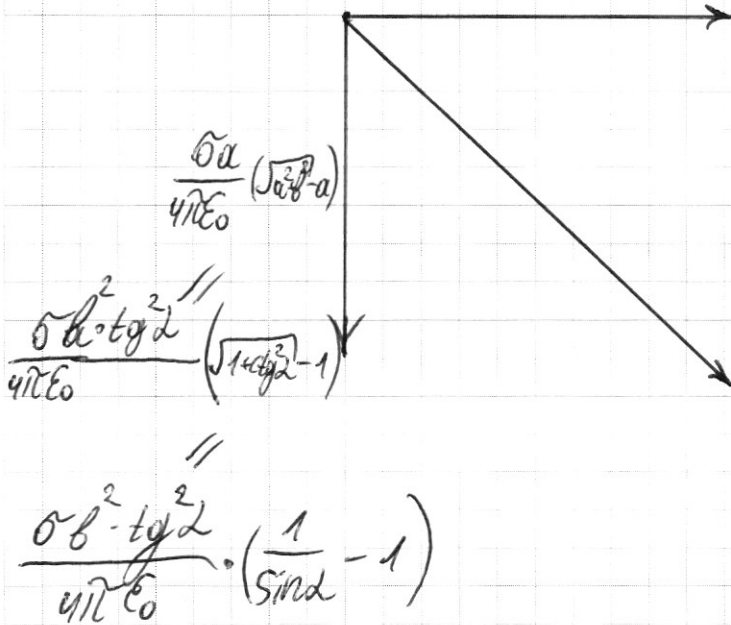
$$E = \int \frac{\sigma h}{\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma h}{\pi\epsilon_0} \int \frac{1}{r^2}$$

Поле BC:



$$a = b \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$\frac{\sigma b}{\pi \epsilon_0} (\sqrt{a^2 + b^2} - b) = \frac{\sigma b^2}{\pi \epsilon_0} (\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1) = \frac{\sigma b^2}{\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)$$



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$