

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

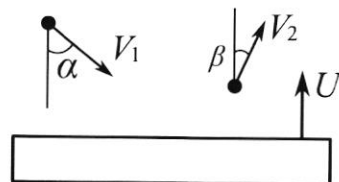
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

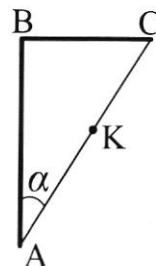


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

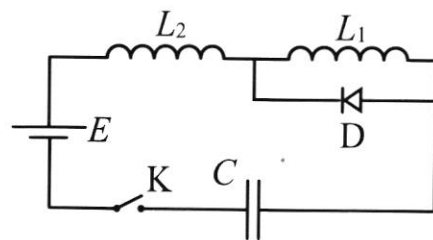
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



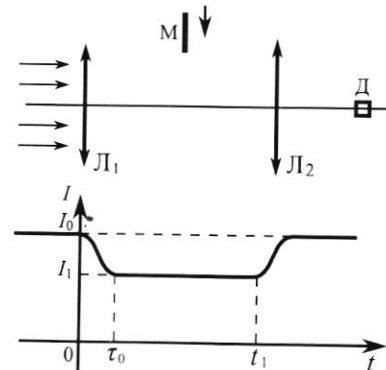
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

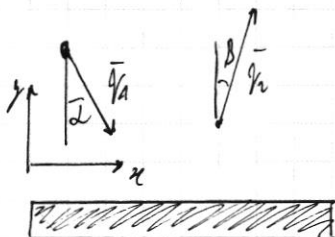
Задача № 1

Дано:
 $U, V_1 = 12 \text{ м/с}$
 $2 (\sin \alpha = \frac{1}{2})$

$B (\sin B = \frac{1}{3})$

$V_2 = ?$

$U = ?$



Путь или ось: ось параллельная
поверхности, ось Oy - перпендикулярная
поверхности

Рассмотрим проекции V_1 и V_2 на ось:

$$V_{1x} = V_1 \sin \alpha$$

$$V_{2x} = V_2 \sin B$$

из-за того, что ось параллельная поверхности
поверхности проекция скорости движения на ось
не увеличивается: $V_{1x} = V_{2x}$

$$V_1 \sin \alpha = V_2 \sin B$$

$$V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin B} = V_1 \cdot \frac{1/2}{1/3} = 1,5 \cdot V_1 = 1,5 \cdot 12 = 18 \text{ м/с}$$

т.к. ось Oy перпендикулярна поверхности и скорости, в момент столкновения
энергия движения переноса в тепло при соударении, то

энергия сохраняется U :

Проекция на ось Oy : $V_{1y} = V_1 \cos \alpha = V_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} V_1$

$V_{2y} = V_2 \cos B = V_2 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} V_2$

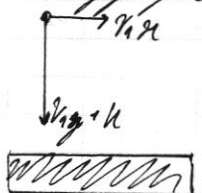
Скорость сверху: $U \ll V_{2y}$ т.к. скорость шаров и масса шаров

будут пренебрежимо малы по сравнению с U . т.к. масса шаров
маленькая.

$$U = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 12 = 8\sqrt{2}$$

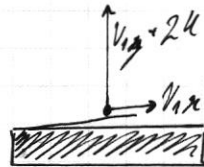
Скорость сверху сам шар V_2 пренебрежимо мало уменьшилась, то:

Переводим в С.С. массы:



[Handwritten signature]

U отпрыска в U.C.D.:



заменим u на $V_{1y} = V_{1y} + 2u$

$$U = \frac{V_{1y} - V_{2y}}{4} = \frac{1,5 V_1 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - V_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{4} = \frac{V_1 (2\sqrt{2} - \sqrt{3})}{4} = \frac{12 (2\sqrt{2} - \sqrt{3})}{4} = 3 (2\sqrt{2} - \sqrt{3}) \text{ м/с}$$

наименее благоприятная ситуация для прыжка удачи, для прыжка это прыжок U наименее будет падать:

Следовательно 1) $V_2 = 18 \text{ м/с}$

2) $3 (2\sqrt{2} - \sqrt{3}) < U < 8\sqrt{2}$

Задача 2

Задача: В двух молекулярных газе $P_1 = P_2 = P$

Задача решается с помощью уравнения состояния идеального газа:

$$V_1 P = \nu R T_1$$

$$V_2 P = \nu R T_2$$

$$\frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$V_1 : V_2 = T_1 : T_2 = 350 : 550 = 7 : 11$$

Объемы обоих сосудов: $V : V_1 + V_2 = V$

$$V_1 + \frac{11}{7} V_1 = V$$

$$V_1 = \frac{V \cdot 7}{11 + 7} = \frac{7}{18} V \Rightarrow V_2 = \frac{11}{18} V$$

Заменим u на u , $P_1 = P_2 = P$ и применим уравнение состояния идеального газа (в обоих сосудах):

$$m_1 A_1 = -A_2$$

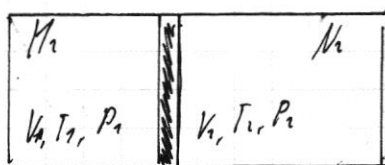
и u мембраны от середины m_1 , m_2 $A_1 = -A_2$

и I кинетический импульс: $Q = A \cdot u$, $Q_1 = -Q_2$

$$Q_1 = A_1 - A_2 \Rightarrow Q_1 = -Q_2$$

$$Q_1 = A_1 - A_2$$

Дано:
 $\nu = \frac{6}{4} \text{ моль}$
 $T_1 = 350 \text{ К}$
 $T_2 = 550 \text{ К}$
 $\nu = \frac{5 \nu}{2}$
 $R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}$
 $V_1 : V_2 = ?$
 $T = ?$
 $Q = ?$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\nu \nu (T - T_1) = -\nu (T - T_2) \cdot \nu$$

$$\bar{T} - T_1 = T_1 - T$$

$$2T = T_1 + T_1 \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_1}{2} = \frac{350 + 550}{2} = 450 \text{ K}$$

значит, что вытеснен минимальный и равен, а
масса ρ постоянна: значит $\rho = \text{const}$

и. а. процесс изобарный, и. а. $d = c_p \cdot \nu \cdot (T_2 - T)$

для изобарного процесса: $c_p = \frac{7}{2} R$

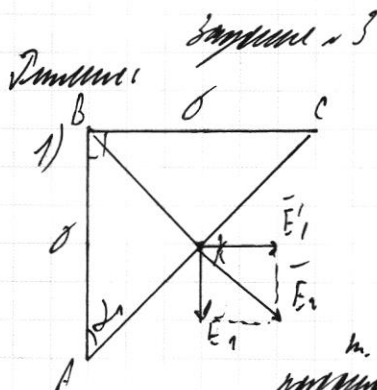
$$d = \frac{7}{2} \cdot \frac{600 \text{ R}}{7} (550 - 450) = \frac{600 \text{ R}}{2} = 300 \text{ R} \cdot 9,31 = 2493 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $V_1 : V_2 = 4 : 11$

2) $T = 450 \text{ K}$

3) $d = 2493 \text{ Дж}$

Дано:
 $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$
 $\alpha_2 = \frac{\pi}{3}$
 σ
 $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$
 $\angle B = 90^\circ$
K - центр K!



$\alpha_1 = 45^\circ$
 $\angle BPA = 90^\circ - \alpha_1 = 45^\circ$
 $\triangle ABC$ - равнобедренный

значит, что вытеснен минимальный
и равен, а масса ρ постоянна: значит $\rho = \text{const}$

и. а. BK - биссектриса, и
отмечает на K на BC и AB равны,
значит, что вытеснен минимальный
и равен, а масса ρ постоянна: значит $\rho = \text{const}$

и. а. векторы: $|\vec{E}_2| = \sqrt{E_1^2 + E_1^2} = \sqrt{2} |\vec{E}_1|$

$$E_2 = \sqrt{2} E_1$$

$$k = \frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2} \frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2}$$

$k = \frac{E_2}{E_1} ?$
 $E_2 = ?$

Найти напряженность E и потенциал ϕ :

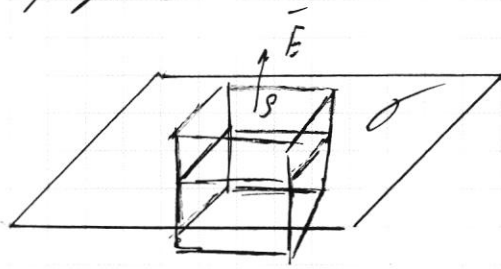
даны: напряженность электрического поля E и потенциал ϕ на поверхности σ ;

в м. Тунца: $E \cdot S + E \cdot S = \sigma \cdot S$

$2ES = \sigma \cdot S$

$E = \frac{\sigma}{2}$

\vec{E} - на м. заметен от плоскости на расстоянии; тогда:



на 2 уровне: AB направление: $E_A = \frac{\sigma}{2}$

BC направление: $E_C = \frac{3\sigma}{2}$

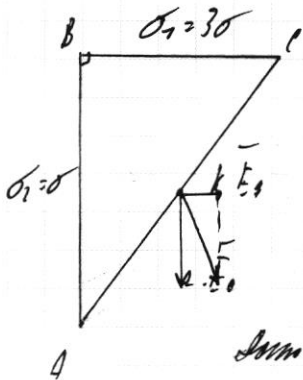
$\vec{E}_H = \vec{E}_A + \vec{E}_C$

в м. Тунца: $E_H = \frac{\sigma}{2} \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{2,5} \sigma$

Решим: 1) $k = \sqrt{2}$

2) $E_H = \sqrt{2,5} \sigma$

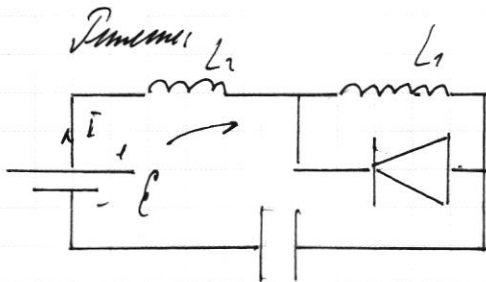
Задача 4



Дано:

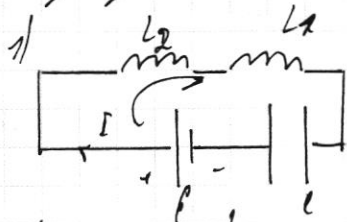
$L_1 = 4L$
 $L_2 = 3L$
 C, E

$T_1 = ?$
 $T_2 = ?$
 $T = ?$



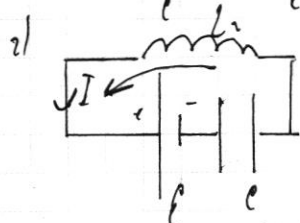
Когда мы будем "на какой элемент" рассчитываем все равно, а когда "спросим" "какой элемент" мы будем считать L_2 , м. к. мы будем считать L_1

маленькая ось эрвора от которой в м. к. направление вычисляется:



в формуле Шварца:

$T_1 = 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2) C} = 2\pi \sqrt{7LC}$



в формуле Шварца:

$T_2 = 2\pi \sqrt{L_1 C} = 2\pi \sqrt{3LC}$

если сложим все время $T_1 + T_2$ получим:

$T = \frac{2\pi \sqrt{7LC} + 2\pi \sqrt{3LC}}{2} = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{7} + \sqrt{3})$

минимум энергии на L_1 и L_2 в сумме равносильно на L цепи:

3. п. 9.: $A_0 = W_0 + W_{L_1} + W_{L_2}$

минимум на непрерывной проводке:

A_0 - проводка без индуктивности

W_0 - энергия конденсатора

W_{L_1} и W_{L_2} - энергия катушки L_1 и L_2

заряд на конденсаторе: $q = C U$

(т. е. $I = I_{max}$ и $I' = 0$)

$$(C U)^2 = \frac{C^2 U^2}{2} + \frac{L_1 I_{max}^2}{2} + \frac{L_2 I_{max}^2}{2}$$

$$I_{max}^2 = \frac{2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{C^2 U^2}{2} = \frac{C^2 U^2}{L_1 + L_2}$$

$$I_{max} = C \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = C \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

минимум энергии на I_{max} в сумме на 2 катушки;

по 3. п. 9.: $A_0 = W_0 + W_{L_2}$

$$C^2 U^2 = \frac{C^2 U^2}{2} + \frac{I_{max}^2 L_2}{2}$$

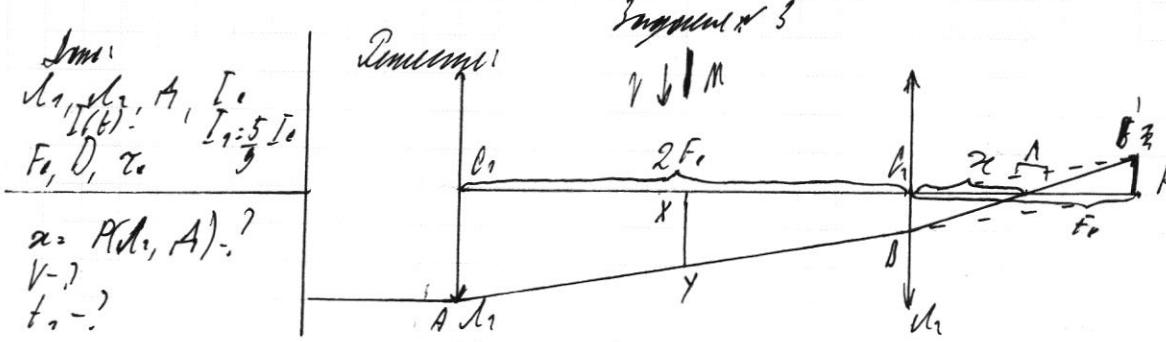
$$I_{max}^2 = \frac{2}{L_2} \frac{C^2 U^2}{2} = C^2 \frac{C}{3L}$$

$$I_{max} = C \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

Ответ: 1) $T = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{3} + \sqrt{7})$

2) $I_{max} = C \sqrt{\frac{C}{7L}}$

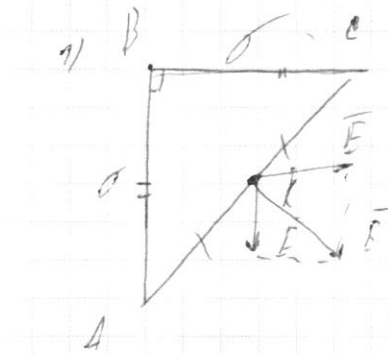
3) $I_{max} = C \sqrt{\frac{C}{3L}}$



Дано:
 L_1, L_2, C, I_0
 $I(t) = I_0 \sin \omega t$
 F_0, D, α
 $\alpha = R(L_1, A) \cdot ?$
 $V = ?$
 $t_0 = ?$

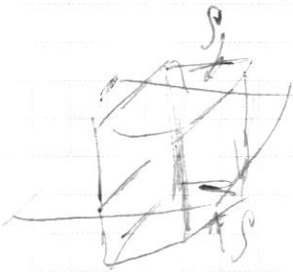
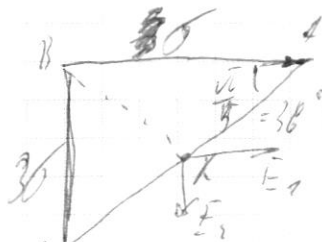
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3



$$|\vec{E}'| = |\vec{E}| \cdot \sqrt{2}$$

2)



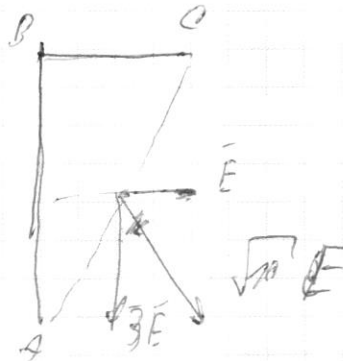
по н. в. Косинус:

$$E \cdot \cos 30^\circ = E' \cdot \cos 45^\circ$$

$$E = \frac{E' \cdot \sqrt{2}}{2}$$

Напряженность поле не зависит от расстояния до проводника

$$E = \frac{\sigma \cdot \sqrt{2}}{2}$$



$$E_2 = \sqrt{2} \cdot \frac{\sigma \cdot \sqrt{2}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

r_1, r_2 - радиусы шаров r_1 и r_2 , F - их заряды

Изобразим $\sigma_1 A F$ и $\sigma_2 B F$: на шариках $\frac{\sigma_1 B}{r_1 A} = \frac{\sigma_2 F}{r_2 F}$

$$\sigma_2 B = \sigma_1 A \cdot \frac{F_0}{3F_0} = \frac{1}{3} \sigma_1 A$$

равенства получены непосредственно из $\sigma_1 F' \parallel BF$

$\sigma_1 B F F'$ - равнодействующая, и следовательно

~~она~~ равнодействующая сил друг друга

получим: ~~равно~~ $\sigma_2 F \parallel BF' = A$ - сила Coulomb на единицу

$$\sigma_2 A = A F = \frac{\sigma_1 F}{2} = \frac{F_0}{2} = \sigma$$

$$\sigma = \frac{F_0}{2}$$

Прямоугольник M находится на прямой XY - прямой

или прямой AB и B : $XY = r_1 + \frac{1}{2} r_2 = \frac{2}{3} r_1 A$

~~XY - расстояние между~~

XY - расстояние между шариками. В этом же

расстоянии прямоугольник

$$D = 2XY = \frac{4}{3} r_1 = \frac{2}{3} D$$

D' - расстояние в известном расстоянии

в диаметре r_0 и r_1 прямоугольник находится в центре:

в т. е. в центре круга, а в r_1 - середине круга

прямой d - диаметр прямоугольника

Сила тока I и ρ - мощность световой лампы в

площади поверхности.

$$\begin{cases} I_0 = k P_0 \\ I_{\text{от}} = k (P_0 - P_n) \end{cases}$$

$$P_0 = \frac{\pi D^2}{4} \text{ - масса металла на единицу длины}$$

$$P_n = \frac{\pi d^2}{4} \text{ - масса металла на единицу длины}$$

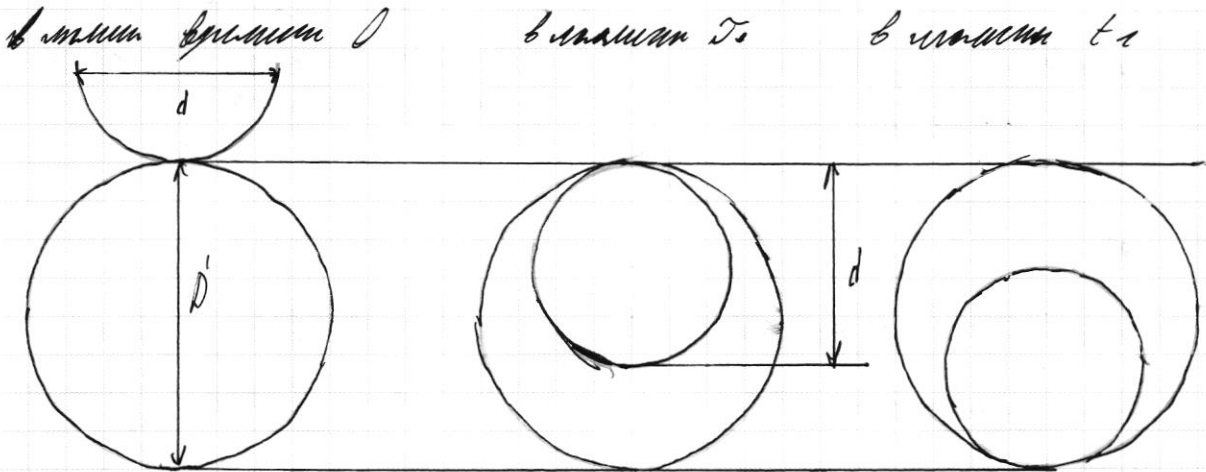
Реш. $I_1 = k P_0 - k P_n$

$$I_1 = I_0 - k P_n$$

$$P_n = \frac{I_0 - 5 I_0}{k} = \frac{4 P_0}{9}$$

$$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{4}{9} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow d = \frac{2}{3} D' = \frac{4}{9} D$$

нужен металл на единицу длины
составляется из двух частей:



нужен V - масса цилиндра:

за L_0 он составляет πd , а за L_1 - $\pi D'$:

$$\begin{cases} V_{L_0} = d \\ V_{L_1} = D' \end{cases} \quad V = \frac{d}{\tau_0} = \frac{4}{9} \frac{D}{\tau_0}$$

$$\frac{4}{9} \frac{D}{\tau_0} \cdot L_1 = \frac{2}{3} D$$

$$\frac{L_1}{\tau} = \frac{3}{2} \Rightarrow L_1 = 1,5 \tau$$

- Ответ: 1) $\tau = \frac{Fe}{2}$
 2) $V = \frac{4}{9} \frac{D}{\tau_0}$
 3) $L_1 = 1,5 \tau$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)



Угол отскока в п.о. равен α



а в п.о. $v_{2x} = v_{1 \cos \alpha} + 2U$

$$v_{1 \cos \alpha} = v_1 \cos \alpha$$

$$v_2 = v_1 \frac{1}{3} = 1,5 v_1 = 18 \text{ м/с}$$

$$m v_1 + M U = m v_2 + M U_2$$

$$U_{\text{ср}} B = v_{1 \cos \alpha} + 2U$$

$$1,5 v_1 m = M (U_2 - U)$$

$$U = \frac{v_{1 \cos \alpha} B - v_{1 \cos \alpha}}{2}$$

$$U = \frac{18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \sqrt{3} \cdot 11}{2} = \frac{3 \cdot 2\sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3(2\sqrt{2} - \sqrt{3})}{2}$$

при условии упругого удара

2) $J = \frac{1}{2} m v^2$

$T_1 = 350 \text{ K}$ $T_2 = 550 \text{ K}$

$C_V = \frac{5}{2} R$

Состояние $P_1 = P_2 = P$

$$\left\{ \begin{aligned} V_1 P &= J R T_1 \\ V_2 P &= J R T_2 \end{aligned} \right.$$

$$\frac{J R T_1}{V_1} = \frac{J R T_2}{V_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{550}{350} = \frac{11}{7}$$

масс

равновесия: $T_1 = T_2 = T$

$P_1 = P_2 = P$

$V_1 = V_2 = \frac{V}{2}$

$V_1 = \frac{11V}{16}$

V - общий объем

$$\frac{V}{2} P = J R T$$

$$4V = \frac{11V}{16} - \frac{4V}{16} = \frac{1V}{4}$$

наименьшая температура, которую можно достичь при адиабатическом расширении: $2U_1 = 2U_2$

$$C_V J (T_2 - T) = C_V J (T - T_1)$$

$$T = \frac{T_2 + T_1}{2} = \frac{350 + 550}{2} = 450 \text{ K}$$

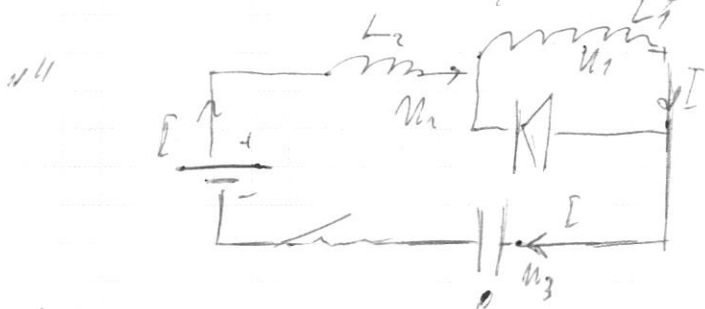
$$\frac{I_2}{V_2} = \frac{55 \text{ A}}{11 \text{ V}} = \frac{50 \cdot 10}{10} = \frac{500}{10}$$

$$\frac{I}{V} = \frac{115 \text{ A} \cdot 2}{V} = \frac{230 \text{ A}}{V}$$

Тепловая мощность
 $A = P_0 V = \frac{1}{9} PV$

$$\frac{11}{10} PV = \sqrt{RT}$$

$$dU = C_V \Delta T = \frac{5}{2} \cdot 2,31 \cdot \frac{C}{100}$$



$$L_2 = 3L$$

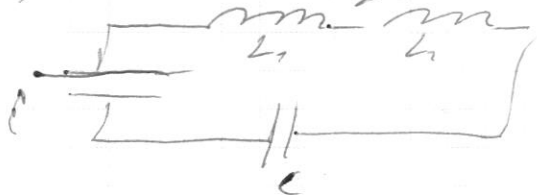
$$L_1 = 4L$$

$$I = 0,113$$

$$L I' = U_1$$

$$L I' = U_2$$

Аналогичная цепь:



2) Точка разветвления цепи:

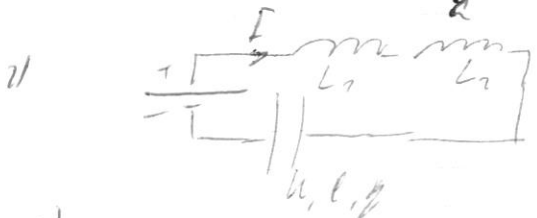


Сопротивления суммируются

$$L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} = U \quad (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = U$$

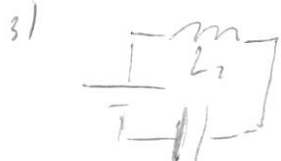
получим минимальное значение энергии в индукциях, получаем

$$\Delta T = \frac{2\sqrt{L_1 C} + 2\sqrt{L_2 C}}{2} = \sqrt{L_1 C} (\sqrt{7} + \sqrt{3})$$



$$dE = \frac{C d^2}{2} + \frac{I^2 R_1 + L_2}{2}$$

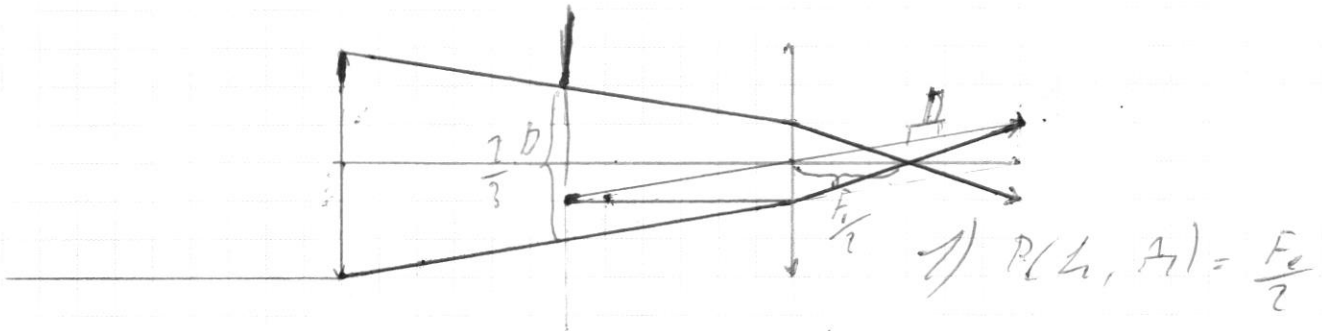
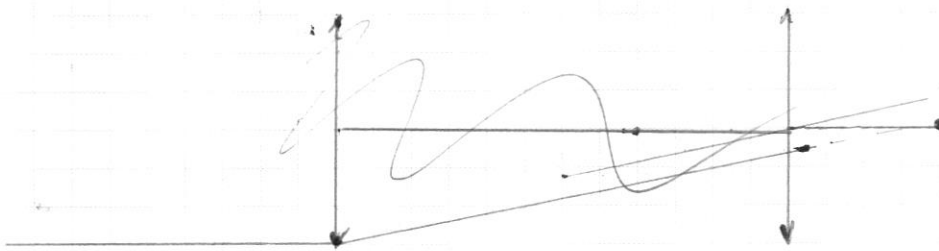
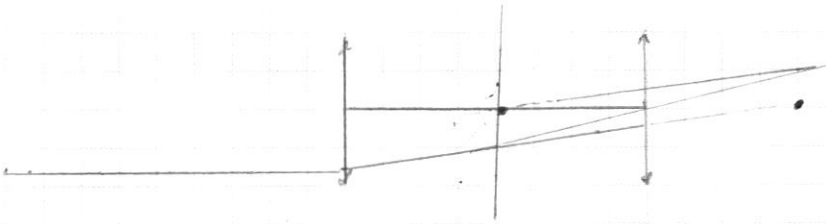
$$I = I_{max}$$



$$C^2 E = \frac{C^2 E}{2} - \frac{I_{max}^2}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

45



$$P_M = \frac{4}{d} \cdot \frac{\tilde{P} D^2}{4} = \frac{\tilde{v} d^2}{4}$$

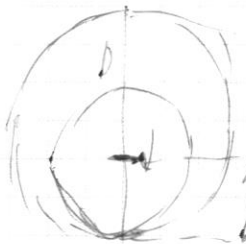
$\Gamma \sim 8$

$$d = \frac{2D}{3}$$

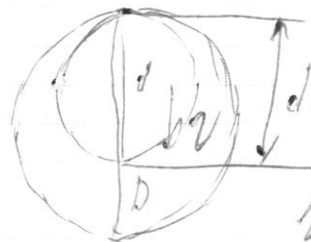
↑ диаметр цилиндра

выражение M в момент τ_0 :

Найти диаметр цилиндра τ_0 :



$$V = \pi \cdot V_0 \cdot D$$

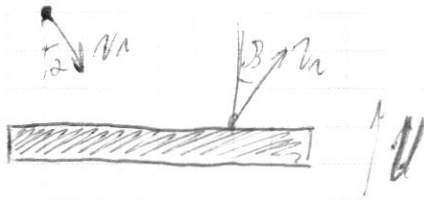


$$V \cdot \tau_0 = d = \frac{2D}{3}$$

$$V = \frac{2D}{3\tilde{v}}$$

Выражение V в $\frac{2}{3} D$ (из условия)

17



$$V_1 = 1,5 V_2$$

$$N \geq 3(2\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

сложив все уравнения

и выведем V_2 , т.е. отсюда

получим, что для того чтобы блок не соскользнул, нужно $N \leq V_2$