Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

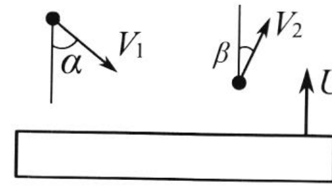
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

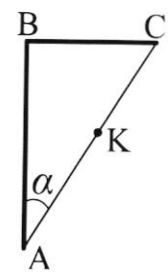
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

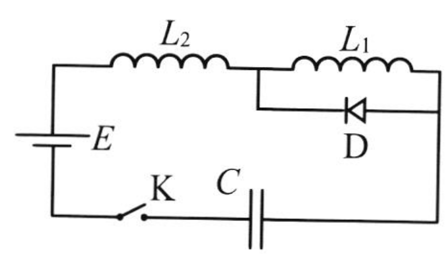
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

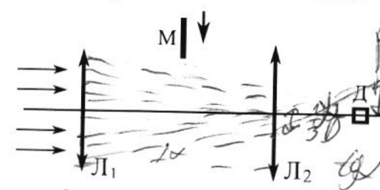


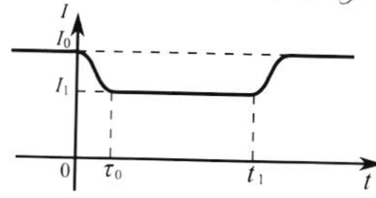
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

Т.к. поверхность гладкая, то на шарик действовала только сила реакции опоры плиты, направленная вертикально вверх (силой тяжести пренебрегаем согласно условию). Значит, импульс и скорость шара в проекции на горизонтальную ось x не изменились после удара. Значит,

$V_1 \sin\alpha = V_2 \sin\beta$

$V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 12\frac{м}{с} \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = 12 \cdot \frac{3}{2}\frac{м}{с} = 18\frac{м}{с}$

Для того, чтобы такое случилось, вертикальная проекция скорости V_2 должна быть больше или равна скорости плиты V.

$v_2 \cos\beta \geq v$

$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$v \leq v_2 \sqrt{1-\sin^2\beta}$

$v \leq \cancel{18}^{6} \frac{м}{с} \cdot \frac{\sqrt{8}}{\cancel{3}}$

$v \leq 12\sqrt{2} \frac{м}{с}$

~~Также~~ необходимо, чтобы относительно плиты проекция v_1 на вертикальную ось y была больше ~~или равна~~ проекции v_2 на эту же ось:

$v_1 \cos\alpha + v > v_2 \cos\beta - v$

$2v > v_2 \cos\beta - v_1 \cos\alpha$

$v > \frac{1}{2}(v_2 \cos\beta - v_1 \cos\alpha)$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$v > \frac{1}{2}(\cancel{18}^{6} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\cancel{3}} - \cancel{12}^{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}})$

$v > \frac{1}{2}(12\sqrt{2} - 6\sqrt{3})$

$v > 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

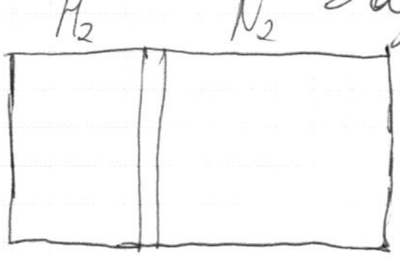
Ответ:

1) $v_2 = 18 \frac{м}{с}$

2) $6\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \frac{м}{с} < v < 12\sqrt{2} \frac{м}{с}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2



Так как поршень движется очень медленно, то давления газов одинаковы в любой момент времени.

$pV_1 = \nu R T_1$, V_1 - начальный объём H_2,

$pV_2 = \nu R T_2$ V_2 - начальный объём N_2

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350K}{550K} = \frac{7}{11} \approx 0,64$

Так как давления газов одинаковы, то их суммарная работа A равна нулю. Запишем ЗСЭ для всего цилиндра:

$\underset{0}{Q} = \underset{0}{A} + \Delta U$ ΔU - суммарное изменение внутр. энергии газов
Q - подв. тепло

Значит, изменение внутренней энергии $\Delta U = 0 \Rightarrow U = const$

$C_V \cdot \nu \Delta T_1 + C_V \nu \Delta T_2 = \cancel{C} C_V \cdot 2\cancel{\nu} \Delta T_x$, T_x - уст. температура

$T_x = \frac{T_1 + T_2}{2} = 450K$

~~Запишем ЗСЭ для водорода:~~

$\cancel{Q = A + \Delta U}$

Запишем ЗСЭ для водорода:

$Q = A + \Delta U$

Q – переданное тепло

A – работа водорода

ΔU – изменение внутр. энергии водорода

$\Delta U = C_V \nu (T_x - T_1)$

$pV = \nu R T$

$d(pV) = \nu R dT$

$p dV + V dp = \nu R dT \; | : pV$

$\frac{dV}{V} + \frac{dp}{V} = \frac{dT}{T}$

$\ln\frac{V_*}{V_н} + \ln\frac{p_*}{p_н} = \ln\frac{T_*}{T_н}$ индекс $_н$ – начальный параметр

$\cancel{\ln\frac{p_*}{p_н} =}$

~~Ответ:~~

Продолжение задачи на стр. 10!!!

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

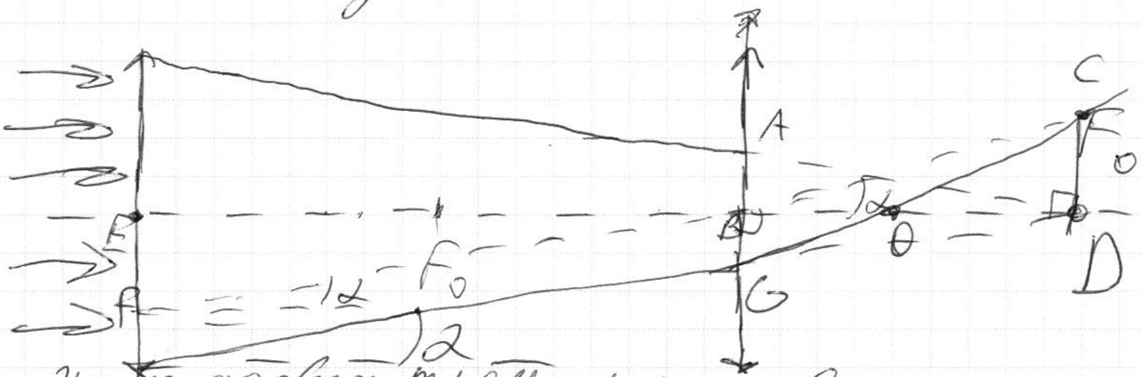
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5



Из подобия треугольников:

$$\frac{\frac{D}{2}}{3F_0} = \frac{AB}{F_0}$$

$$AB = \frac{D}{6}$$

Рассмотрим крайние лучи:
Крайний луч пройдёт через фокальную плоскость в точке C
Из подобия треугольников BEF и BCD:

$$\frac{EF}{2F_0} = \frac{CD}{F_0}$$

$$CD = \frac{EF}{2} = \frac{\frac{D}{2} - AB}{2} = \frac{D}{6}$$

$$BG = AB = \frac{D}{6}$$

Треугольники OBG и ODC равны по двум углам и стороне $BG = CD = \frac{D}{6}$.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Значит, $BO = OD = \frac{F_0}{2}$
Значит, $d = \frac{F_0}{2}$, где d — расстояние между линзой и датчиком.

Пусть l — диаметр мишени.
Тогда

$$\begin{cases} l = V\tau_0 & (1) \\ \frac{2}{3}D = Vt_1 & (2) \end{cases}$$

$\frac{2}{3}D$, так как мишень движется на расстоянии $2F_0$ от фокуса $3F_0$.
Также из $D_1 = \frac{5}{9}D_0$ следует, что

$\cancel{\frac{\pi l^2}{4}} = \cancel{\left(1-\frac{5}{9}\right)} \cdot \cancel{\frac{\pi\left(\frac{2}{3}D\right)^2}{4}}$ Мощность ~~D~~ прямо пропорциональна площади, которую не закрывает мишень.

$l^2 = \cancel{\frac{4}{9}} \cdot \frac{4}{9}D^2$

$l = \cancel{D \cdot \frac{2\sqrt{5}}{9}} \; \frac{4}{9}D$

Подставим это в уравнение (1):

$D \cdot \cancel{\frac{\sqrt{20}}{9}} \; \frac{4}{9} = V\tau_0$

$V = \cancel{\frac{D\sqrt{20}}{9\tau_0}} \approx \cancel{\frac{D}{2\tau_0}} \quad \frac{4D}{9\tau_0}$

$t_1 = \frac{2D}{3V} = \frac{2D}{3 \cdot \frac{4D}{9\tau_0}} = \cancel{\frac{4}{3}\tau_0 \approx 1{,}33\tau_0} \quad 1{,}5\tau_0$

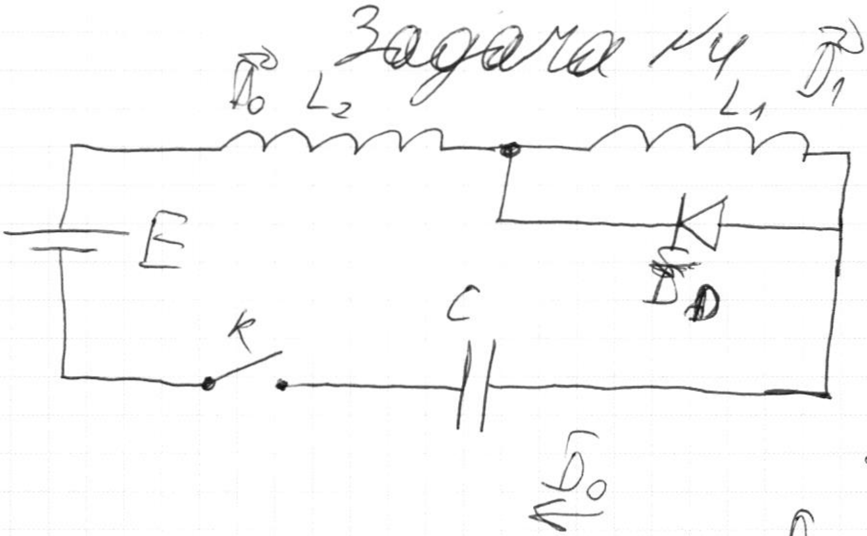
Ответ: 1) $d = \frac{F_0}{2}$
2) $\cancel{V = \frac{D}{2\tau_0}}$ $V = \frac{4D}{9\tau_0} = 0{,}44\frac{D}{\tau_0}$
3) $\cancel{t_1 = 1{,}33\tau_0}$. $t_1 = 1{,}5\tau_0$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4



I_0 — ток через источник.
I_1 — ток через L_1
I_D — ток через диод.

$$\cancel{\begin{cases} I_0 + I_D = I_1 \\ I_1 \end{cases}}$$

~~Так как в L_1 возникают колебания,~~

$$E I_0 = L_2 \frac{dI_0}{dt} \cdot I_0 + L_1 \frac{dI_1}{dt} \cdot I_1 + \frac{q I_0}{C} \quad (1)$$

$$E = L_2 \frac{dI_0}{dt} + L_1 \frac{dI_1}{dt} + \frac{q}{C} \quad (2)$$

(1) — производная от ЗСЭ

Домножим (2) на I_0 и вычтем из (1):

$$I_1 \cancel{dI_1} = I_0 \cancel{dI_1}$$

$$I_1 = I_0.$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Значит,

$$\mathcal{E} = L_1\ddot{q} + L_2\ddot{q} + \frac{q}{c}$$

$$\cancel{\frac{q}{c} =} \quad (L_1+L_2)\ddot{q} + \left(\frac{q}{c} - \mathcal{E}\right) = 0$$

$$(L_1+L_2)\ddot{q} + \frac{1}{c}(q - c\mathcal{E}) = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{(L_1+L_2)c}(q - c\mathcal{E}) = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{(L_1+L_2)c}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{c(L_1+L_2)}$$

$$\cancel{\mathcal{E}\cdot\Delta q =}$$

~~$\mathcal{E}$ ЗСЭ~~:

$$\mathcal{E}q = \frac{L_1 I_0^2}{2} + \frac{L_2 I_0^2}{2} + \cancel{\frac{q}{c}}\frac{q^2}{2c}$$

$$\frac{L_1+L_2}{2} I_0^2 = \mathcal{E}q - \frac{q^2}{2c}$$

I_0 максимальна, когда производная от правой части равна нулю (ветви параболы вниз):

$$\mathcal{E} - \frac{q}{c} = 0$$

$$q = c\mathcal{E}$$

$$\frac{L_1+L_2}{2} I_{0max}^2 = c\mathcal{E}^2 - \cancel{c}\frac{1}{2}c\mathcal{E}^2$$

$$I_{0max}^2 = \frac{c\mathcal{E}^2}{L_1+L_2}$$

$$I_{0max} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{c}{L_1+L_2}}$$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

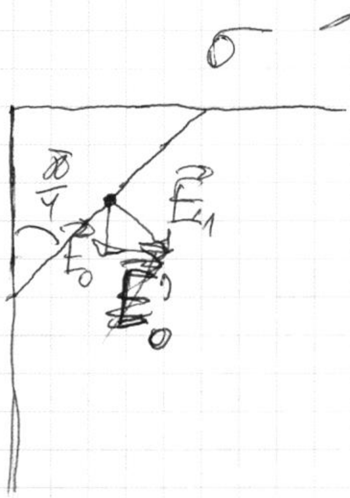
ответ:

1) $T = 2\pi\sqrt{C(L_1+L_2)} = 2\pi\sqrt{7CL} \approx 16{,}4\sqrt{CL}$

2) $I_{m1} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{7L}} \approx 0{,}39\,\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}$

3) $I_{m2} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L_1+L_2}} = \mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{7L}} \approx 0{,}39\,\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}$

Задача №3



$E_0 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

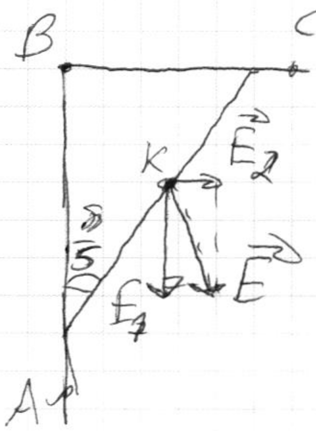
$\vec{E}_0$ – поле при одной заряженной плоскости

$\vec{E}_1$ – поле при двух заряженных плоскостях.

$\vec{E}_0'$ – поле, создаваемое AB.

$E_1 = \sqrt{E_0^2 + E_0^2} = E_0\sqrt{2}$

$\frac{E_1}{E_0} = \sqrt{2} \approx 1{,}4$



$\vec{E}$ – напряжённость в точке к.
$\vec{E}_1$ – поле от BC
$\vec{E}_2$ – поле от AB

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2} =$$
$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{10} \approx 3{,}2\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Ответ:
1) В $\sqrt{2} \approx 1{,}4$ раза
2) $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{10} \approx 3{,}2\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

Задача №2 (продолжение)

$pV_1 = \nu R T_1$ (1) здесь V_1, T_1 – параметры в 1-ый случайный момент,
$pV_2 = \nu R T_2$ (2) V_2, T_2 – параметры во 2-й случайный момент.
Сложим (1) и (2):

$$p\underbrace{(V_1 + V_2)}_{V_0} = \nu R T_1 + \nu R T_2$$

, V_0 – объём всего цилиндра

$$pV_0 = \frac{2}{i}\underbrace{\left(\frac{i}{2}\nu R T_1 + \frac{i}{2}\nu R T_2\right)}_{\Sigma U_0}$$

ΣU_0 – ~~в~~ суммарная внутренняя энергия водорода и азота, $\Sigma U_0 = const$

$$p = \frac{1}{V_0}\cdot\frac{2}{i}\left(\frac{i}{2}\nu R T_1 + \frac{i}{2}\nu R T_2\right) = const.$$

$$C_p = C_V + R = \frac{7}{2}R$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Так как $p = const$, то

$$Q = \nu C_p \Delta T = \frac{7}{2}\nu R(T_4 - T_1) =$$

$$= \frac{\cancel{7}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{7}} \cdot 831 \text{ Дж} = 2493 \text{ Дж}$$

Ответ:

1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11} \approx 0,64$
2) $T_4 = 450 K$
3) $Q = 2493$ Дж.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$7 : 11 = 0,636$

-0
70
-66
40
-33
70

44×44
176
1760
6

45×45
225
$+1800$
2025

26×26
$+156$
520
676

$5,3 \times 3,1$
53
$+1590$
16,43

$10 : 26 = 0,39$

-0
100
-78
220

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)