Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

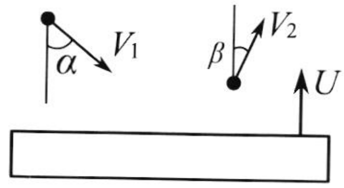
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 12 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



1) Найти скорость V_2.

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

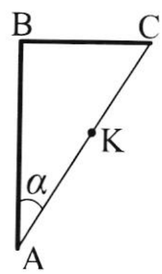
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода T_1 = 350 К, а азота T_2 = 550 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

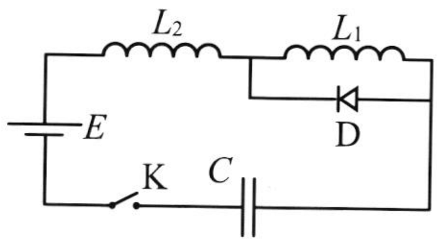
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.

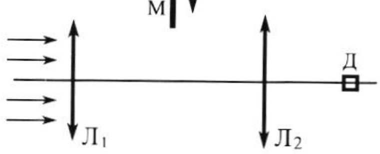


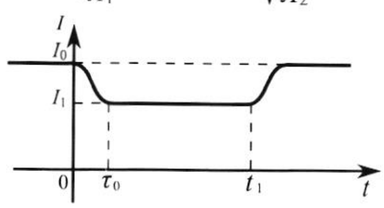
1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.

3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.

2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2 Уравнение Менделеева - Клапейрона

$PV = \nu RT$

В начальный момент ~~пр~~ поршень не двигается

$\Rightarrow P_1 = P_2$

(индекс „1" для водорода, „2" - для азота)

$$\begin{cases} P_1 V_1 = \nu R T_1 \\ P_2 V_2 = \nu R T_2 \end{cases}$$ поделим равенства $\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350}{550} = \frac{7}{11}$

Найдем установившуюся температуру.

~~Поскольку количество газов одинаковое~~,

В любой момент времени $|\Delta Q_1| = |\Delta Q_2|$

$\Delta Q = C_V \nu \Delta T$

Пусть $T_к$ - конечная температура

$|\Delta Q_1| = C_V \nu_1 (T_к - T_1)$

$|\Delta Q_2| = C_V \nu_2 (T_2 - T_к)$

② (продолжение)

Так как $\nu_1 = \nu_2$,

$$C_V \nu_1 (T_k - T_1) = C_V \nu_2 (T_2 - T_k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad T_k - T_1 = T_2 - T_k$$

$$2T_k = T_1 + T_2$$

$$T_k = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{350 + 550}{2} = 450 \ (K)$$

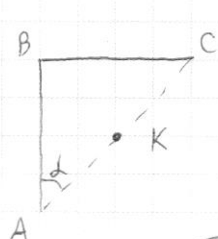
Теперь, зная, что $|\Delta T| = 100K$, можно посчитать переданное количество теплоты

$$\Delta Q = C_V \nu \Delta T = \frac{5}{2} R \cdot \frac{6}{7} \cdot 100 = \frac{3000 \cdot 8{,}31}{14} \approx$$

$$\approx 1781 \ (Дж)$$

Ответ: 1) $\frac{7}{11}$ 2) 450 K 3) 1781 Дж

③ 1)



$\angle \alpha = 45° \Rightarrow K$ лежит на биссектрисе $\angle ABC$

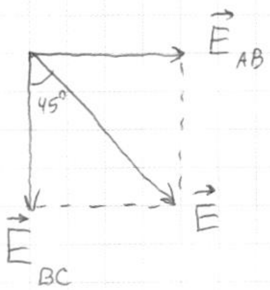
Пусть пластина BC создает напряженность E. Понятно, что этот вектор будет перпендикулярен BC.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 (продолжение)

Если добавить такой же вектор напряженности, создаваемый пластиной AB, получим результирующую напряженность (из принципа суперпозиции)

Не умаляя общности, примем заряд пластин положительным



Из геометрии $\vec{E} = \sqrt{2}\, E_{BC}$

Ответ: в 1,41 раза.

4 Наличие источника в колебательном контуре изменяет амплитуды напряжений на элементах, но не меняет гармоническую зависимость и период колебаний.

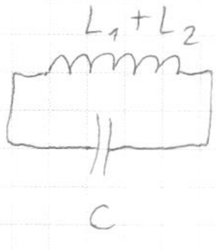
④ (продолжение)

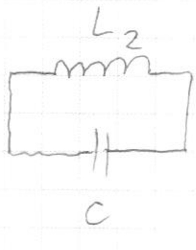
При переходе заряда по часовой стрелке в цепи находится две катушки, при переходе против часовой стрелки — одна, с индуктивностью L_2, так как L_1 параллельна с идеальным диодом

$$U_{L1} + U_{L2} = L_1 I' + L_2 I' = I'(L_1 + L_2)$$

Можно заменить на одну катушку с индуктивностью $(L_1 + L_2)$

Период колебания в данной схеме будет складываться из полупериодов колебаний в следующих схемах:

а) 

б) 

$$T_а = 2\pi\sqrt{(L_1+L_2)C}, \quad T_б = 2\pi\sqrt{L_2 C}$$

$$T = \frac{1}{2}T_а + \frac{1}{2}T_б = \pi\left(\sqrt{(L_1+L_2)C} + \sqrt{L_2 C}\right)$$

$$T = \pi\left(\sqrt{7LC} + \sqrt{3LC}\right)$$

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4 (продолжение)

После замыкания ключа заряд правой обкладки конденсатора начнет увеличиваться.

$U_L = L I'$ => I_{max} при $U_L = 0$, то есть при $U_C = \mathcal{E}_e$ (из II правила Кирхгофа)

$$\frac{q_0}{C} = \mathcal{E}_e \Rightarrow q_0 = C\mathcal{E}_e$$

(q_0 – заряд конденсатора в „положении равновесия" колебаний)

По З. С. Э. $A_{ист} = \Delta W_L + \Delta W_C$

$$\mathcal{E}_e \cdot q_0 = \frac{(L_1+L_2) I_{м1}^2}{2} + \frac{q_0^2}{2C}$$

$$I_{м1}^2 = 2\left(C\mathcal{E}_e^2 - \frac{C\mathcal{E}_e^2}{2}\right)\cdot\frac{1}{L_1+L_2}$$

$$I_{м1} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}_e^2}{L_1+L_2}} = \mathcal{E}_e\sqrt{\frac{C}{7L}}$$

(в начальный момент $U_C = 0$ => $q = 0$, это одно из амплитудных значений заряда, а q_0 – заряд при максимальном токе.

Именно поэтому в ЗСЭ пишем, что через источник прошел заряд q_0)

4 (продолжение)

Аналогично, после того, как заряд конденсатора достигнет некоторого максимального значения, конденсатор начнет разряжаться, ток потечет через диод и катушку с индуктивностью L_2

Аналогично, максимума ток достигает тогда, когда его производная по времени равна нулю, то есть падение потенциала на катушке отсутствует и по II правилу Кирхгофа

$$U_c = \mathcal{E}_e \iff \frac{q_0}{C} = \mathcal{E}_e \iff q_0 = C\mathcal{E}_e$$

~~З. С. Э.:~~

$$\cancel{-\mathcal{E}_e q = \frac{q_0^2}{2}}$$

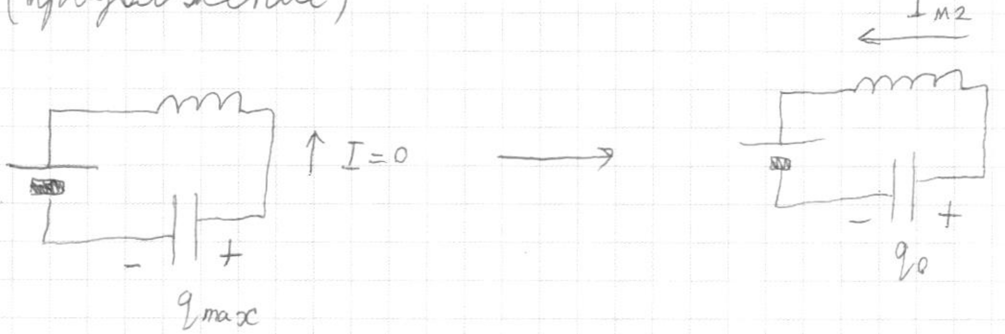
Чтобы найти изменение энергии конденсатора между ситуацией с максимальным зарядом и ситуацией с максимальным током, нужно найти q_{max}

В момент максимальной зарядки, тока в цепи нет, энергия поля катушек нулевая

З. С. Э.: $\mathcal{E}_e \cdot q_{max} = \frac{q_{max}^2}{2C} \iff q_{max} = 2C\mathcal{E}_e$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4 (продолжение)



З. С. Э. (для такого перехода)

$$-\mathcal{E}_e\left(q_{max} - q_0\right) = \frac{q_{\cancel{max}\,0}^2}{2C} - \frac{q_{max}^2}{2C} + \frac{L_2 I_{m2}^2}{2}$$

$$-C\mathcal{E}_e^2 - \frac{C\mathcal{E}_e^2}{2} + \frac{4C\mathcal{E}_e^2}{2} = \frac{L_2 I_{m2}^2}{2}$$

$$I_{m2} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}_e^2}{L_2}} = \mathcal{E}_e\sqrt{\frac{C}{3L}}$$

(очевидно, это больше, чем I_{m1}, т.к. знаменатель дроби меньше.)

Ответ: $T = \pi\left(\sqrt{7LC} + \sqrt{3LC}\right)$

$$I_{m1} = \mathcal{E}_e\sqrt{\frac{C}{7L}}$$

$$I_{m2} = \mathcal{E}_e\sqrt{\frac{C}{3L}}$$

(1) Вдоль горизонтальной оси силы не действуют (трения нет) => импульс сохраняется (вдоль оси)

$$m \cdot v_1 \cdot \sin\alpha = m \cdot v_2 \cdot \sin\beta$$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 12 \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 18 \ (м/с)$$

~~Перейдем в систему отсчета плиты.~~

Найдем возможные U. Очевидно, что U_{max} будет при абсолютно неупругом ударе, когда шарик как бы приклеется к ~~ней~~ плите вдоль вертикальной оси

То есть $U_{max} = v_2 \cdot \cos\beta = v_2 \cdot \sqrt{1-\sin^2\beta} =$

$$= 18 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = 18 \cdot \frac{2}{3}\sqrt{2} = 12\sqrt{2} \ (м/с)$$

Перейдем в систему отсчета плиты.
Начальная скорость по вертикальной оси равна $v_1 \cdot \cos\alpha + U$,
конечная — $v_2 \cdot \cos\beta - U$

Если удар будет близок к абсолютно упругому, то импульс по вертикальной оси сохранится, то есть

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1 (продолжение)

$$m(v_1 \cdot \cos\alpha + U) = m(v_2 \cdot \cos\beta - U)$$

$$2U = v_2 \cdot \cos\beta - v_1 \cdot \cos\alpha$$

$$U = \frac{v_2 \cdot \cos\beta - v_1 \cdot \cos\alpha}{2} = \frac{v_2\sqrt{1-\sin^2\beta} - v_1\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{2}$$

$$U = \frac{18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}{2} = 6\sqrt{2} - 1{,}5\sqrt{3} \ (м/с)$$

Понятно, что, чем более неупругий удар, тем больше кинетической энергии теряется (переходит в тепло) и тем больше должна быть скорость плиты, чтобы обеспечить необходимую конечную скорость в системе отсчета земли

Ответ: 1) $V_2 = 18$ м/с

2) $\left(6\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{3}\right)$ м/с $< U < (12\sqrt{2})$ м/с

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

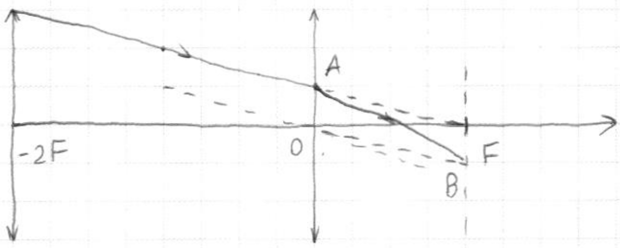
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

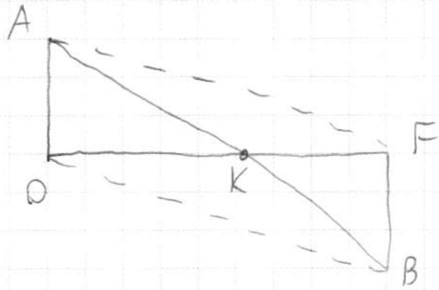
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5





точка F является точкой фокуса сразу для обеих линз

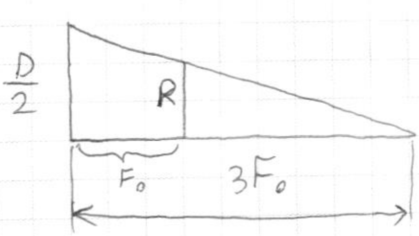
$OA \parallel FB$, $AF \parallel OB$ $\Rightarrow$ $AOBF$ – параллелограмм

$\Rightarrow OK = KF$ (K – точка пересечения диагоналей)

$$OK = \frac{F_0}{2}$$

Это и есть расстояние между $Л_2$ и фотодетектором

Рассмотрим сечение пучка в месте прохождения мишени



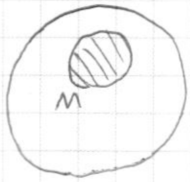
Из подобия Δ радиус сечения пучка будет равен

$$\frac{D}{2 \cdot 3F_0} = \frac{R}{2F_0} \Rightarrow R = \frac{D}{3}$$

☐ черновик ☒ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(5) (продолжение)



Без мишени мощность пучка создает ток I_0, с мишенью − I_1

$$\frac{S_{пуч} - S_м}{S_{пуч}} = \frac{I_1}{I_0}$$

$$-\frac{S_м}{S_{пуч}} = \frac{I_1}{I_0} - 1$$

$$S_м = S_{пуч}\left(1 - \frac{5}{9}\right) = \frac{4}{9} S_{пуч}$$

Пусть r − радиус мишени

$$\pi r^2 = \frac{4}{9}\pi R^2 \Rightarrow r = \frac{2}{3} R = \frac{2}{9} D$$

За время T_0 мишень полностью заходит в пучок, то есть проходит свой диаметр

$$V = \frac{2r}{T_0} = \frac{4}{9}\frac{D}{T_0}$$

t_1 − момент, в который нижний край мишени выходит из пучка. К этому моменту он проходит расстояние в диаметр пучка

$$t_1 = \frac{2D}{3} \cdot \frac{1}{v_0} = \frac{2}{3}\frac{D}{v_0} = \frac{3}{2} T_0$$

Ответ: 1) $\frac{F_0}{2}$ 2) $\frac{4}{9}\frac{D}{T_0}$ 3) $1{,}5\ T_0$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3

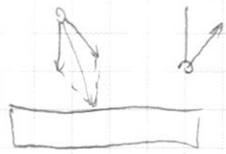
$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$P_1V_1 = P_2V_2$

$PV_1 = \nu RT_1$
$PV_2 = \nu RT_2$

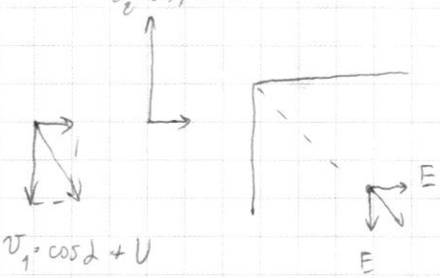
$v_2 \cdot \cos\beta - U$

$V_1 = V_2$



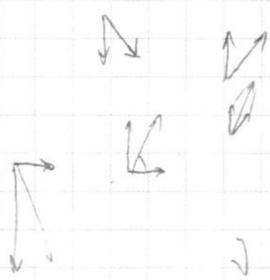
$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

в $\sqrt{2}$ раз



$v_1 \cdot \cos\alpha + U$

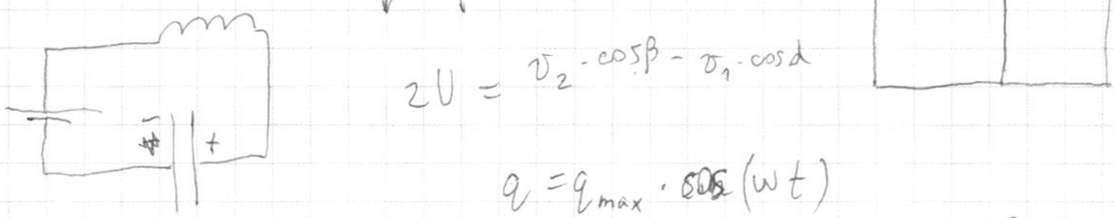
$v_1 \cdot \cos\alpha + U$



$v_1 \cdot \cos\alpha + U = v_2 \cdot \cos\beta - U$

4

$2U = v_2 \cdot \cos\beta - v_1 \cdot \cos\alpha$



$q = q_{max} \cdot \cos(\omega t)$

.8

$I = -I_{max}\omega \cdot \sin(\omega t)$

$\left(\frac{D}{3}\right)^2 \cdot \pi$

$\frac{2 \cdot 4}{9}$

$\varepsilon_c = L I' + \frac{q}{C}$

$I' = -\omega^2 I'_{max} \cdot \cos(\omega t)$

$\frac{\pi D^2}{9x} = \frac{I}{5}$ 9

$\varepsilon_c = L$

$\frac{\sqrt{2}\ 2}{3}$

$\varepsilon_c = LI' - \frac{q_m}{C}$

$\frac{2\cdot 4 C^2 \varepsilon_c^2}{2C} = \frac{L I_{max}^2}{2} - \varepsilon_c \cdot 2C\varepsilon_c$

$\frac{CU^2}{2} = \varepsilon_c \cdot$

$\frac{q^2}{2C} = \varepsilon_c q$

$\sqrt{\frac{8C\varepsilon_c^2}{L}} = I_{max}$

$q_{max} = 2C\varepsilon_c$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$

$I_{max} = \omega \cdot q_{max}$

$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$

$\omega = \frac{I_{max}}{q_{max}}$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

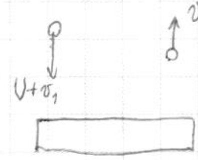
$\Delta Q = C_v \nu \Delta T$

$\Delta Q_1 = C_v \nu (T_1 - T_k) = c \nu (T_k - T_1)$

$\frac{m v_1^2}{2} = Q + \frac{m v_2^2}{2}$

$\frac{3000}{14} = \frac{1500 \cdot 8,31}{7}$

$$\begin{array}{r} \times\, 831 \\ 15 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 87{,}65 \end{array}$$



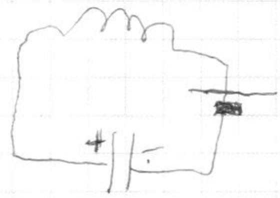
2 − 1 = 1

−2 + 4 − 1

15 · 831

$$\begin{array}{r} 831 \\ 15 \\ \hline 4155 \end{array}$$

$q = C\mathcal{E}$



$\frac{CU^2}{2}$ $\frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{L_1 + L_2\, I^2}{2}$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \hline 12465 \mid 7 \\ -7 \quad 1780{,}7 \\ \hline 54 \\ -49 \\ \hline 56 \\ -56 \\ \hline 050 \end{array}$$

$\frac{5\pi D}{81}$

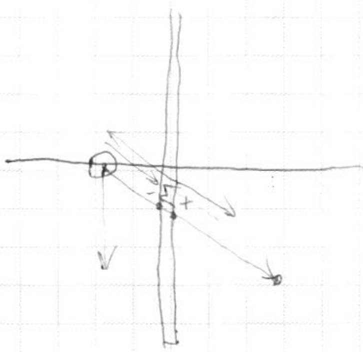
$U_L = U_C + \mathcal{E}$

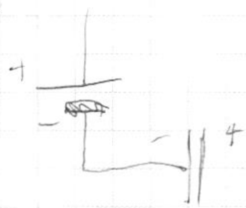
$\cancel{2}\ \frac{C\mathcal{E}^2}{\cancel{8}}$

1780,7 $- \frac{4}{81}\pi R + \frac{\pi D^2}{9}$

$$\begin{array}{r} \times\, 1781 \\ 7 \\ \hline 12467 \end{array}$$

$U = U_m \cdot \cos(\omega t)$

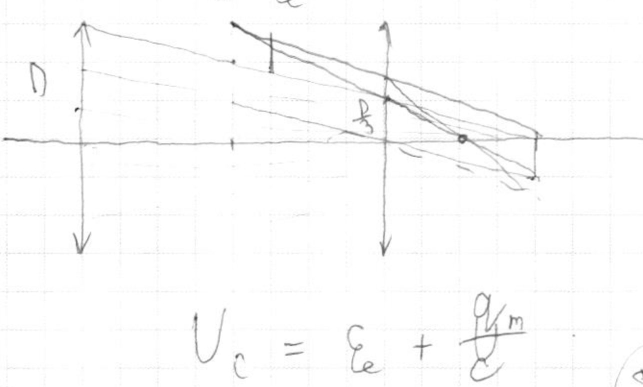




$q_0^2 = \frac{C^2 \mathcal{E}^2}{2C}$

$q =$

$U = \mathcal{E}$



$C\mathcal{E}^2$

$\frac{\cancel{2} \cdot \cancel{9}^{3}\, D}{\cancel{3} \cdot \cancel{4}_{2}\, D}$ T_0

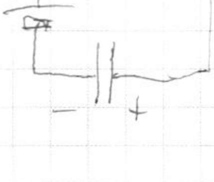
$\frac{2}{3} = \frac{8X}{D}$

$\frac{D}{23} = \frac{X}{8}$

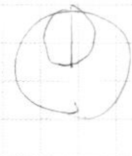
$\left(\frac{D}{3}\right)^2 \pi = \frac{\pi D^2}{9}$

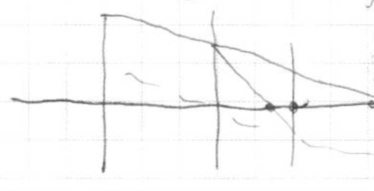
$U_C = \mathcal{E} + \frac{q_m}{C}$

$\pi R^2 - \pi \cdot \frac{4}{9} R^2$



$\frac{\pi D^2}{9}$





$\frac{5}{9}\pi R^2$

$\pi\left(\frac{D^2}{9} - r^2\right) =$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)