

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

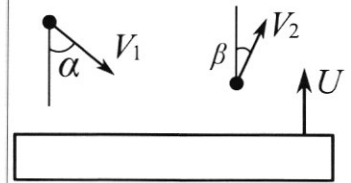
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

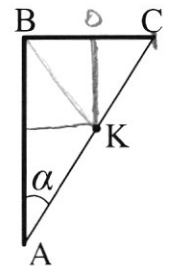


1) Найти скорость V_2 .
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

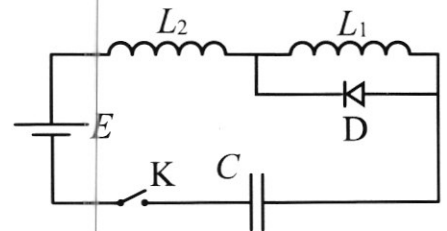
- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



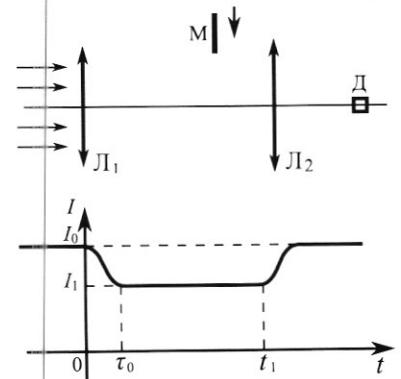
1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени.
- 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

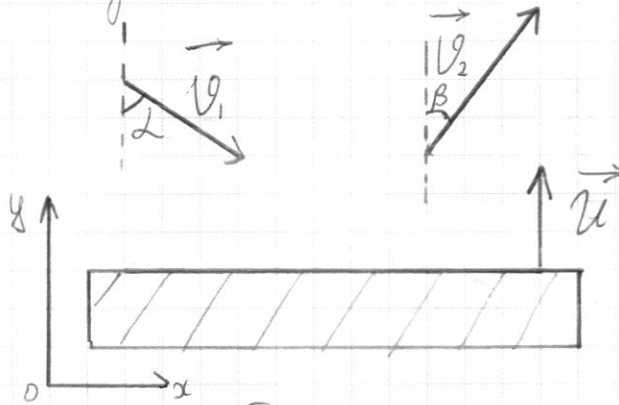
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 1

$$v_1 = 8 \text{ м/с}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{2}$$



- 1) П.к. удар произошёл об горизонтальную плиту, то изменились лишь направление и модуль скорости в проекции на Oy , на Ox же и модуль, и направление остались неизменными

$$v_1 \cdot \sin \alpha = v_2 \cdot \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{8 \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = 8 \cdot \frac{3}{4} \cdot 2 = 12 \text{ м/с}$$

- 2) Введём коэффициент k — на часть скорости, которая отразилась от поверхности соев $k \in (0, 1)$ [не выходя 0 т.к. на границе мы видим, что после удара шарик отделился от плиты, не выходя 1 т.к. по оси удар не происходит]

Соев: $v_2 \cdot \cos \beta = (v_1 \cdot \cos \alpha + u) \cdot k + u$ — получили это так:

а) Берём проекцию v_1 на Ox ,

б) Укладываем v_{0x} отн. плиты: $v_1 \cdot \cos \alpha + u$

в) и скорость отразившая: $(v_1 \cdot \cos \alpha + u) \cdot k$

г) переходим в С.О. Земли $(v_1 \cdot \cos \alpha + u) \cdot k + u$

Задача № 1 (усложнен)

$$v_2 \cdot \cos \beta = (u + v_1 \cos \alpha)k + u$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 12 = (u + 8 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4})k + u = u(k+1) + 2\sqrt{7} \cdot k$$

Найдём

$$u = \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}k}{k+1}$$

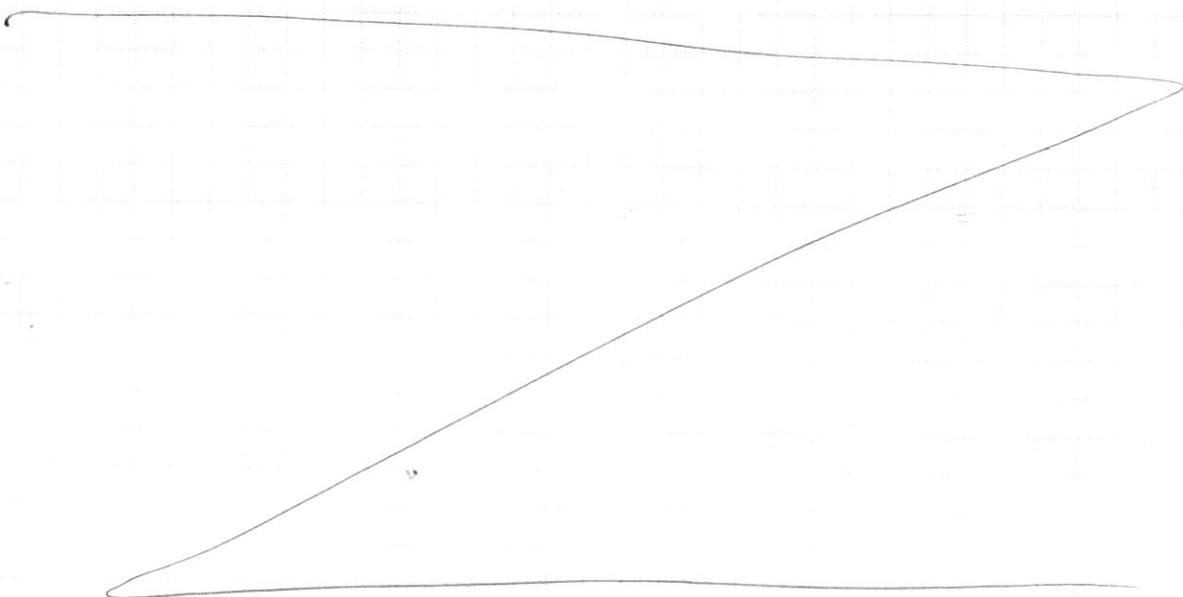
\downarrow \Rightarrow $u(k)$ \downarrow
 \uparrow \Rightarrow $\frac{1}{k+1}$ \downarrow

т.к. $u(k)$ на отрезке $k \in (0; 1)$ монотонно найдём u_{\min} и u_{\max} на крайних точках

$$u_{\max}_{k=0} = \frac{6\sqrt{3} - 4}{1} = 6\sqrt{3}$$

$$u_{\min}_{k=1} = \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2} = 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$$

Ответ: а) $v_2 = 12$ м/с ; б) $u \in (3\sqrt{3} - \sqrt{7}; 6\sqrt{3}) \sim u \in (2,4; 10,2)$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 2

$$\nu_1 = \nu_2 = \frac{3}{7} \text{ моль}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$$

$$PV = \nu RT$$

1) П.к. система в равновесии, т.е. поршень
покоится $\Rightarrow P_1 = P_2$

$$P = \frac{\nu RT}{V}$$

V_1 и P_1 - объём и давление азота

V_2 и P_2 - кислорода соотв.

$$\frac{\nu_1 R T_1}{V_1} = \frac{\nu_2 R T_2}{V_2}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300 \text{ K}}{500 \text{ K}} = \frac{3}{5}$$

$$(\nu_1 = \nu_2 \text{ моль})$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{3}{8} V$$

$$V_2 = \frac{5}{8} V$$

, где V - объём сосуда

$$2) Q = \Delta U + A$$

п.к. сосуд темперируется и поршень перемещается медленно без трения
то $A_{г2} = -\Delta A - A_{г1}$ т.е. система не теряет энергии, а лишь
перераспределяет между газами.

п.к. поршень проводит тепло, то $T_{\text{цент}1} = T_{\text{цент}2}$

$$U = \frac{5}{2} \nu RT$$

$$\frac{5}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{5}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{5}{2} \nu_1 R T_{\text{цент}} + \frac{5}{2} \nu_2 R T_{\text{цент}}$$

$$\nu_1 = \nu_2 \text{ (моль)}$$

$$T_1 + T_2 = 2 T_{\text{цент}} = 2 T_{\text{цент}2}$$

$$T_{\text{цент}} = \frac{300 \text{ K} + 500 \text{ K}}{2} = 400 \text{ K}$$

3. $A_{г} = \int P \cdot dV$ п.к. поршень перемещается медленно, то считаем $\Delta P \rightarrow 0$
, где $\Delta P = |P_1 - P_2|$ и $A_{г} \rightarrow 0$, тогда $\Delta U = Q = \frac{5}{2} \nu_2 R (T_2 - T_{\text{цент}})$

Задача № 2 (продолжение)

$$Q = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot 8,31 \cdot (500 - 400) = \frac{15}{14} \cdot 831 = 890,3571 \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 15 \\ \hline 4155 \\ + 831 \\ \hline 12465 \end{array}$$

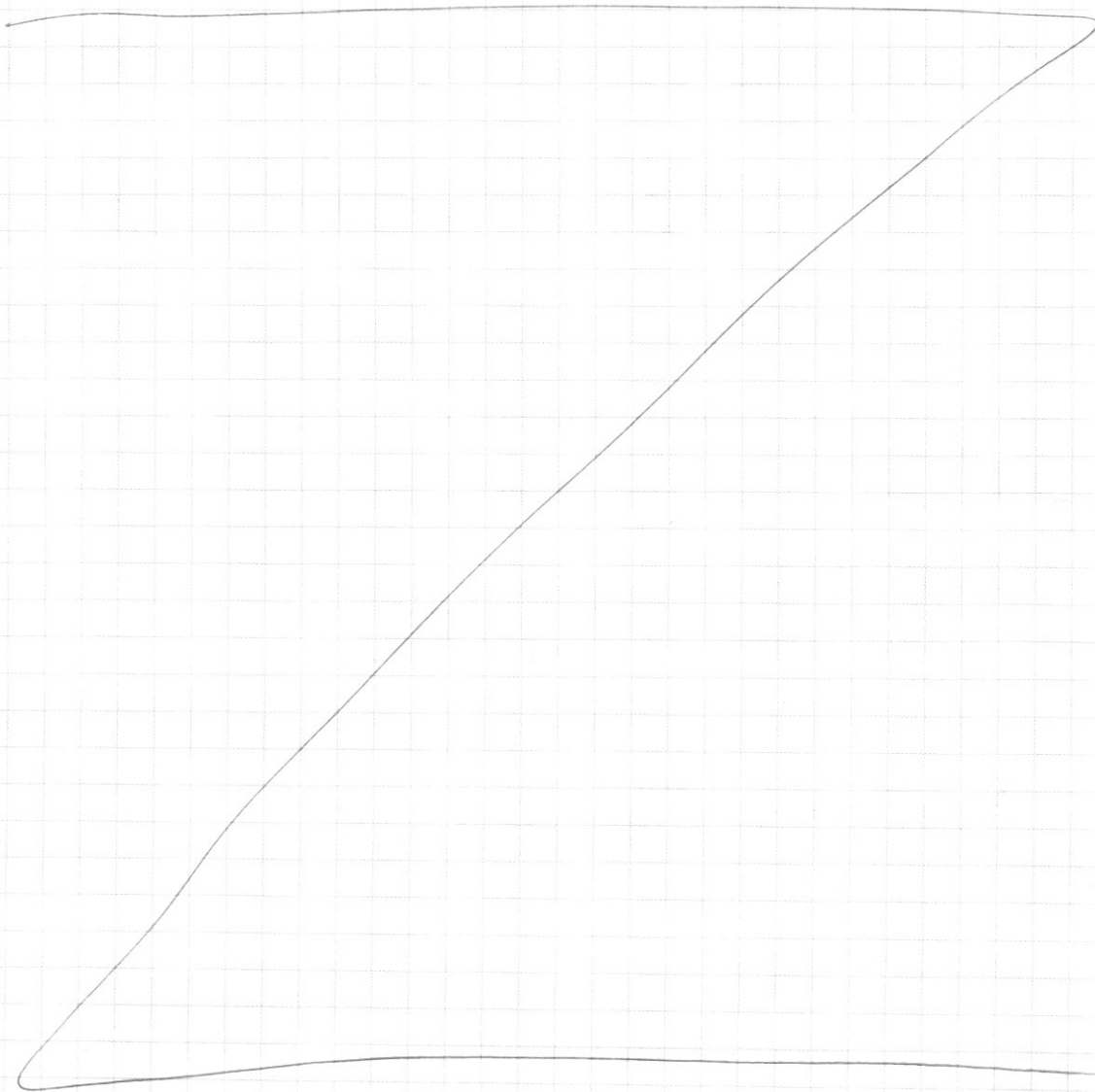
$$\begin{array}{r} 12465 \\ - 112 \\ \hline 126 \\ - 126 \\ \hline 050 \\ \quad 42 \\ \quad - 80 \\ \quad \quad 70 \\ \quad \quad \quad 100 \\ \quad \quad \quad \quad 98 \\ \quad \quad \quad \quad \quad 20 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad - 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \overline{) 890,3571} \end{array}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5} = 0,6$

2) $T_{\text{уч}} = 400 \text{ К}$

3) $Q = 890,36 \text{ Дж}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 3

1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$\sigma_{AB} = \sigma_{BC}$

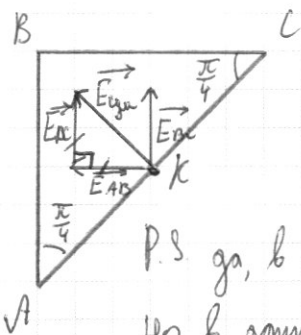
п.к. плоскости $AB \perp BC$ по углу, то $\angle B$ - прямой

$$E_{BC} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

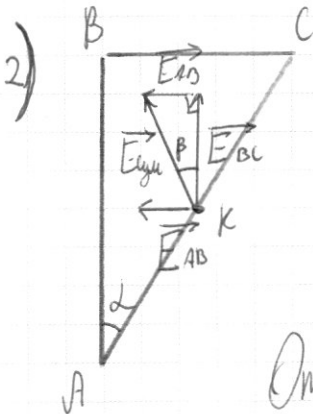
принцип суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

\Rightarrow п.к. $(\vec{E}_{AB} \perp \vec{E}_{BC})$ и они \perp , то
 $|\vec{E}_{\text{сум}}| = \sqrt{2} |\vec{E}_{AB}|$ (н.у.н.р.) $\Rightarrow \frac{E_{\text{сум}}}{E_0} = \sqrt{2}$



Р.С. да, в зависимости от знака заряда плоскости изменились и вектор \vec{E} , но в другом случае все равно это угол не изменился



$$E_{BC} = \frac{2\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

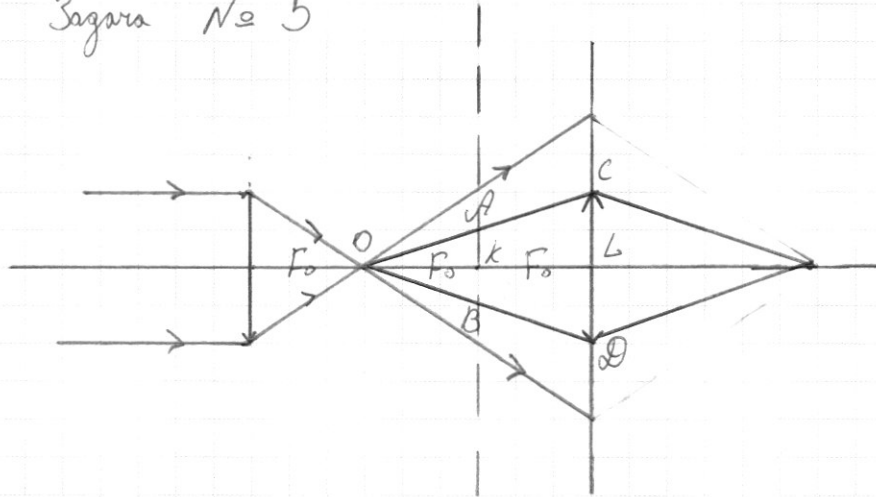
$$E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_{\text{сум}} = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\epsilon_0^2} + \frac{1\sigma^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{ (н.у.н.р.)}$$

Ответ: 1) $\sqrt{2} \approx 1,4$ 2) $\frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{\sigma}{\epsilon_0} \approx 1,13 \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

Задача № 5

F_0, D, r_0
 $I_1 = \frac{3}{4} I_0$



1) $d = 2F_0$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{2F_0} = \frac{1}{2F_0} \Rightarrow f = 2F_0$$

2) $\triangle AOK \sim \triangle COL$ (по обм. CO и прямым $\angle K$ и $\angle L$)

$$\Rightarrow \frac{AK}{CL} = \frac{OK}{OL} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = \frac{D}{2}$$

Поиск, что расстояние $O - T_0$ соответствует пропуску вставки пластинки в направлении AB , далее $r_0 - t_1$ - перемещение пластинки по этой прямой, и далее t_1 - удаление пластинки

м.к. $I \sim S_{\text{пластинки}}$ и $I_1 = \frac{3}{4} I_0$, но

$$\frac{S_{\text{пласт}}}{S_{AB}} = \frac{1}{4} = \frac{\pi r^2}{\pi \frac{D^2}{4}} = \frac{4r^2}{D^2} = \frac{1}{4}, \text{ где } r - \text{ радиус пластинки}$$

$$r^2 = \frac{D^2}{16} \Rightarrow r = \frac{D}{4}$$

$$r_0 \cdot \vartheta = 2r \quad \vartheta = \frac{2r}{r_0} = \frac{D}{2r_0}$$

3) $r_1 \cdot \vartheta = t_1 \cdot \vartheta = \left(\frac{D}{2} - 2r\right) + 2r = \frac{D}{2}$ (как я говорил: в момент t_1 пластинка полностью скрывает экран диаметром m . **B**)

$$t_1 = \frac{D}{2\vartheta} = \frac{2r_0 \cdot D}{2D} = r_0$$

Ответ: 1) $f = 2F_0$; 2) $AB = \frac{D}{2}$ $\vartheta = \frac{D}{2r_0}$; 3) $t_1 = r_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача № 5 (усложнение)

$$\frac{S_{\text{маск}}}{S_{\text{AB}}} = \pi r^2 \cdot \frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2}{4} = \pi r^2 \cdot \frac{16}{\pi D^2} = \frac{16r^2}{D^2} = \frac{1}{4}$$

$$r^2 = \frac{D^2}{4 \cdot 16} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{D^2}{64}} \quad r = \frac{D}{8}$$

$$v \cdot T_0 = 2r \quad v = \frac{2r}{T_0} = \frac{D}{4T_0}$$

3) $v \cdot t_1 = \left(\frac{D}{2} - 2r\right) + 2r = \frac{D}{2}$ (в момент t_1 концы крыла маски
дотыкаются точки B)

$$t_1 = \frac{D}{2v} = \frac{D}{2} \cdot \frac{4T_0}{D} = 2T_0$$

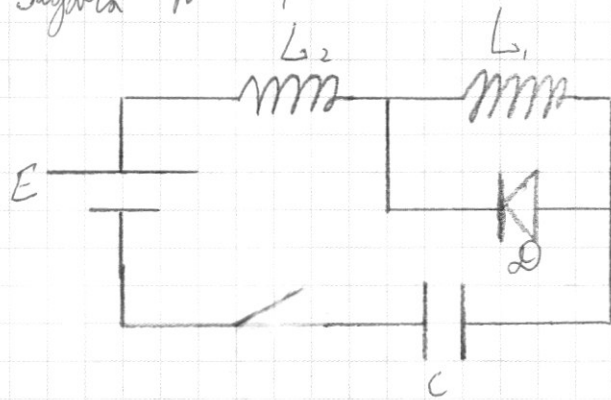
Ответ: 1) $F = 2F_0$; 2) $v = \frac{D}{4T_0}$; 3) $t_1 = 2T_0$

Задача № 4

$$L_1 = 2L$$

$$L_2 = L$$

$$C, E$$



- 1) Процесс колебаний идет по цепи: сначала ток идет по обам катушкам, до момента зарядки конденсатора до разности потенциалов E , а затем ток возвращается по катушке L_2

$$T = \frac{2\pi \cdot \sqrt{L_{12}}}{2} + \frac{2\pi \cdot \sqrt{L_{22}}}{2} = \pi(\sqrt{3L} + \sqrt{L}) = \pi \cdot \sqrt{C}(\sqrt{L_1} + \sqrt{3L})$$

$$L_1 \text{ и } L_2 \text{ подключены параллельно} \Rightarrow L_{12} = L_1 + L_2 = 3L$$

2) $\varphi = C U$ $A = C U^2 = q U = C U^2$
 $W_{el} = \frac{C U^2}{2}$

$$W_{min} \text{ катуш} = 0$$

$$W_{max} \text{ катуш} = 2 \frac{C E^2}{2}$$

только конденсатор

$$W_{min} = 0$$

$$W_{max} = 2 \frac{C E^2}{2} \quad \text{для конденсатора}$$

$$\Rightarrow E_{контенсатор} = \frac{C E^2}{2} = \frac{L_{12} I_{1m}^2}{2} = \frac{L_2 I_{2m}^2}{2}$$

$$\Rightarrow I_{1m} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$I_{2m} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Ответ: 1) $T = \pi \cdot \sqrt{C}(\sqrt{3L} + \sqrt{L})$; 2) $I_{1m} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}}$; $I_{2m} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

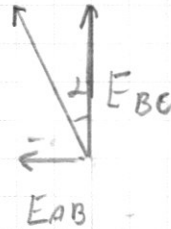
$$E_{BC} = \frac{2\sigma k}{L \cdot \sin \frac{\pi}{4}}$$

$$E_{BC} = \int_0^L \frac{dx \cdot 2\sigma \cdot k}{x^2 + (L \cos \frac{\pi}{4})^2} = 2\sigma k \int_0^L \frac{dx}{x^2 + L^2 \cos^2 \frac{\pi}{4}}$$

$$2) \quad E = \frac{Q}{2\epsilon_0 \epsilon S} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_{BC} = \frac{2\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$2 \sin \alpha = \cos \alpha$$

$$5 \sin^2 \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$E = \frac{E_{AB}}{\sin \alpha} = \sqrt{5} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sqrt{5}}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$V_1 \cdot \sin \alpha = V_2 \cdot \sin \beta \quad \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{8}{16}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$V_2 = \frac{V_1 \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot V_1 = \frac{3}{2} \cdot 8 = 12 \text{ м/с}$$

$$V_2 \cdot \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 12 = 6\sqrt{3} = (V_1 \cdot \cos \alpha + u) \cdot \Delta + u$$

$$6\sqrt{3} = u(\Delta + 1) + 2\sqrt{2} \cdot \Delta \quad \Delta \in (0, 1)$$

$$u \in (\sqrt{3}\sqrt{2}; 6\sqrt{3})$$

$$\Delta = 1$$

$$6\sqrt{3} = 2u + 2\sqrt{2}$$

$$u = 3\sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$V_0 = V_1 = \frac{3}{7} \text{ мм}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 500 \text{ K}$$

$$pV = \nu RT \quad p_1 = \frac{\nu RT_1}{V_1}$$

$$p_2 = \frac{\nu RT_2}{V_2}$$

$$p_2 = p_1 \text{ (ген. парад. процесс)}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 27 \\ \times 22 \\ \hline 189 \\ 54 \\ \hline 699 \end{array}$$

$$\frac{\nu RT_2}{V_2} = \frac{\nu RT_1}{V_1}$$

$$V_1 T_2 = V_2 T_1$$

$$5,1 - 2,7 = 2,4 \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,6 \\ \times 1,6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,7 \quad 64 \\ \times 1,7 \quad 1,75 \\ \hline 119 \quad 8 \\ 17 \quad 1400 \\ \hline 2,89 \quad 175 \\ 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,75 \\ \times 1,75 \\ \hline \end{array}$$

$$Q_{\text{анг}} 0 = \Delta U + A_{\Gamma} = \Delta U_0$$

$$Q_{\text{мех}} = \Delta U + A_{\Gamma}$$

$$A_{\Gamma} = p \cdot \Delta V$$

$$\Delta U = \nu C_p \cdot \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$\begin{array}{r} 22,6 \\ \times 22,6 \\ \hline 1356 \\ 452 \\ \hline 51076 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30000 \quad 1,75 \\ 1,75 \quad 1,75 \\ \hline 1,250 \\ 1225 \\ \hline 250 \\ -175 \\ \hline 75 \\ \times 1,7 \\ \hline 102 \end{array}$$

$$\Delta V = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8} \right) V = \frac{1}{8} V$$

$$\begin{array}{r} 831 \quad 14 \\ -70 \quad 14 \\ \hline 131 \quad 59,3 \\ -126 \\ \hline 50 \\ -420 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 890 \\ \times 14 \\ \hline 3560 \\ -89 \\ \hline 12460 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$1) \sqrt{2} \quad \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7} = \frac{5}{14} \pi$$

$$2) E d = \Delta \varphi = \frac{q}{\epsilon} = \frac{Q d}{\epsilon \epsilon_0 S}$$

$$E = \frac{q k}{r^2}$$

$$E = \frac{\sigma}{2 \epsilon \epsilon_0}$$

$$\int_{\frac{5}{14} \pi}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{L \cdot \cos \frac{\pi}{7}}{\sin \alpha} \right)^2$$

$$AC = 2L$$

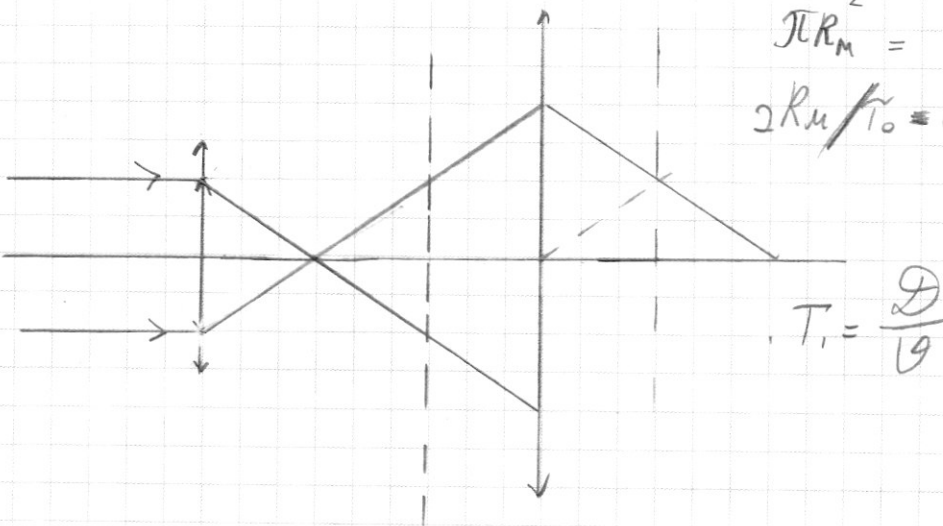
$$AB = 2L \cdot \cos \frac{\pi}{7}$$

$$BC = 2L \cdot \sin \frac{\pi}{7}$$

$$E_{BC} = \int_{\frac{5}{14} \pi}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2q k \cdot \sin^2 \alpha}{L^2 \cos^2 \frac{\pi}{7}} d\alpha$$

$$E_{AB} = \int_{\frac{\pi}{7}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{q k \cdot \sin^2 \alpha}{L^2 \sin^2 \frac{\pi}{7}} d\alpha$$

$\sqrt{5}$



$$\pi R_m^2 = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

$$2R_m / D_0 = 1/2$$

$$T_1 = \frac{D}{1/2}$$

$$D_1 = 2F_0$$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} - \frac{1}{2F_0} = \frac{1}{2F_0} \quad f = 2F_0$$