

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

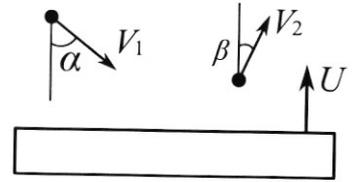
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр _____

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

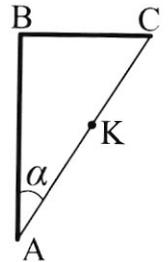


- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

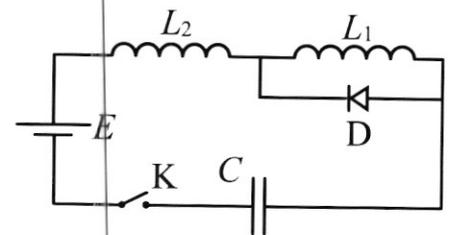
- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



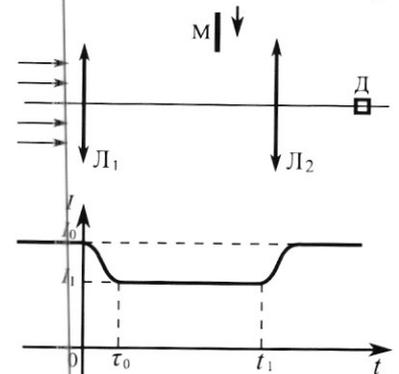
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

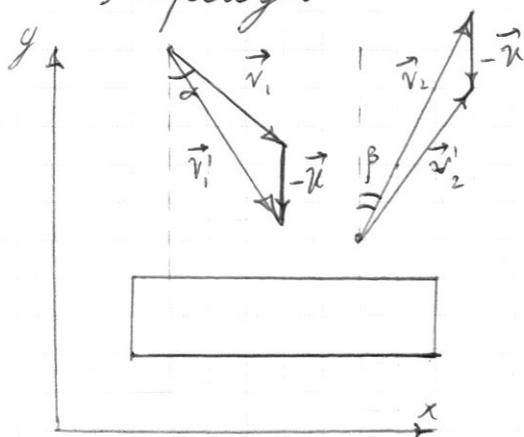
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

Дано: $v_1 = 8 \text{ м/с}$; $\sin \alpha = \frac{3}{4}$; $\sin \beta = \frac{1}{2}$.

Решение:

Перейдём в С.О. „Кюита“.

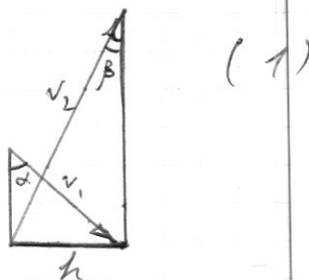


При ударе не меняется только компонента скорости по Oy .

Отсюда, можно нарисовать следующий рисунок:

Из рис. (1) следует:

$$\begin{cases} h = v_1 \sin \alpha \\ h = v_2 \sin \beta \end{cases} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow v_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} v_1 = \frac{3}{2} v_1 = 12 \text{ м/с}$$

Также возможно в случае, если после отскока в С.О. „Кюита“ вся шарик становится отдаётся от кюиты, а также в том случае, когда $v_2' < v_1'$, т.к. при условии $v_1' = v_2'$ происходит упругое со-

№ 1. (продолж.)

ударение.

$$\text{По есть: } \begin{cases} U < v_2 \cos \beta \text{ (из равенства)} \\ v_1' > v_2' \end{cases}$$

$$v_2 \cos \beta = \text{из равенства}$$

Разобьем \vec{v}_1 и \vec{v}_2 на компоненты по Ox и Oy , но будем брать модули!

$$v_{1x} = v_{2x} = v_1 \sin \alpha = \frac{3}{4} \cdot 8 \text{ м/с} = 6 \text{ м/с}.$$

$$v_{1y} = v_1 \cdot \cos \alpha \quad ; \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{7}}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{1y} = 8 \text{ м/с} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = 2\sqrt{7} \text{ м/с}.$$

$$v_{2y} = v_2 \cos \beta \quad ; \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow v_{2y} = 6\sqrt{3} \text{ м/с}$$

П.к. $v_{1x} = v_{2x}$, то уч-е $v_1' > v_2'$ вытек.
при $v_{1y} > v_{2y}$, т.к. $U \parallel Oy$.

$$\begin{cases} v_{1y}' = v_{1y} + U \\ v_{2y}' = v_{2y} - U \end{cases} \Rightarrow \text{П.к. } v_{1y}' > v_{2y}' : v_{1y} + U > v_{2y} - U$$

$$2U > v_{2y} - v_{1y}$$

$$U > \frac{v_{2y} - v_{1y}}{2} = \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2} \text{ м/с} = (3\sqrt{3} - \sqrt{7}) \text{ м/с}$$

~~Ответ: $v_2 = 12 \text{ м/с}$, $U \in (3\sqrt{3} - \sqrt{7} \text{ м/с}; 6 \text{ м/с})$~~

Также: $U < v_2 \cos \beta = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ м/с} = 6\sqrt{3} \text{ м/с}.$

Ответ: 1) $v_2 = 12 \text{ м/с}$; 2) $U \in (3\sqrt{3} - \sqrt{7} \text{ м/с}; 6\sqrt{3} \text{ м/с})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2.

Дано: $v = \frac{3}{4}$ мм/с; $T_1 = 300 \text{ K}$; $T_2 = 500 \text{ K}$; $c_v = \frac{5}{2} R$;
 $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$

Найти: 1) $\frac{V_{0N}}{V_{00}} = ?$; 2) ~~$\frac{V_{KN}}{V_{KO}}$~~ ; 3) $Q = ?$

Решение:

1) П.к. ~~поршень~~ поршень находится в динамическом равновесии, $p_{0N} = p_0$ всегда.

Уравн. Менд.-Клап. для N_2 и O_2 :

$$\begin{cases} p_{0N} V_{0N} = \nu R T_1 \\ p_{00} V_{00} = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \text{П.к. } p_{00} = p_{0N} : \frac{V_{0N}}{V_{00}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5} =$$

$= 0,6$.

2) В конечном положении $p_{KN} = p_{KO}$, т.к. поршень также будет в равновесии \Rightarrow Из уравн. Менд.-Клап., т.к. в конце у обоих газов одинаковая T и одинаковое ν : $V_{KN} = V_{KO}$.

$U_{0N} = c_v \nu T_1$; $U_{00} = c_v \nu T_2$, м.к. (внут. энерг. N_2 и O_2 в начале).

Всегда следует помнить, что т.к. поршень находится в равновесии, т.е. выполняется 3. У. \Rightarrow в конечном состоянии $O_2 + N_2$, т.е.

N. 2 (продолж.)

В процессе установления температуры азот совершил работу A . При этом можно сказать, что эту работу совершил и кар кислорода. Т.е. можно записать I нач. термод. для N_2 и O_2 :

$$\begin{cases} Q = A + (U - U_{0N}) & (\text{для } N_2) \\ \cancel{U_{0O}} (U - U_{0O}) = -Q + A & (\text{для } O_2) \end{cases} \text{ , м.к.}$$

азот крикнула теплому от кислорода.

$$\begin{cases} Q = A + (U - U_{0N}) \\ (U - U_{0O}) = -Q + A \end{cases} \Rightarrow Q - (U - U_{0O}) = A + (U - U_{0N}) + Q - A$$

$U_{0O} - U = U - U_{0N}$ (Здесь U - конечная энергия кислорода и азота (по отдельности))

$$U_{0O} + U_{0N} = 2U \Rightarrow U = \frac{U_{0O} + U_{0N}}{2} = \frac{C_v \nu}{2} (T_1 + T_2) = \frac{5}{4} \nu R (T_1 + T_2)$$

Также: $U = C_v \nu T$

Отсюда: $C_v \nu \frac{T_1 + T_2}{2} = C_v \nu T \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ K}$

3) Запишем уравн. Менд.-Клар. для азота в начале и в конце, введя V - общий сосуд:

$$\begin{cases} p_{0N} \frac{3}{8} V = \nu R T_1 \\ p_{KN} \frac{V}{2} = \nu R T \end{cases} \Rightarrow \frac{p_{KN}}{p_{0N}} = \frac{T}{\frac{3}{2} T_1} = \frac{320}{1800} = \frac{32}{180} = \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{p_{KN}}{p_{0N}} = \frac{2 T_2}{8 T_1} = \frac{6}{8} \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{4} \frac{T_2}{T_1} = 1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

П.к. ~~вращив~~ $\frac{V_{KN}}{V_{ON}} = \frac{T_{KN}}{T_{ON}}$, можно считать
процесс изобарным с хорошей точностью.
Отсюда: $Q = c_p V (T - T_1) = (c_v + R) V (T - T_1)$
 $Q = \frac{7}{2} R V (T - T_1) = \frac{7}{2} \cdot R \cdot \frac{3 \cdot 10^5}{1} K = 150 \cdot 8,31 Дж =$
 $= 83,1 \cdot 15 Дж = 1246,5 Дж.$

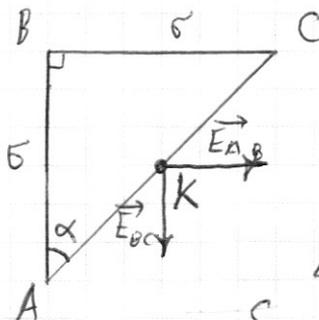
Ответ: 1) $\frac{V_{ON}}{V_{O0}} = 0,6$;

2) $T = 400 K$; 3) $Q = 1246,5 Дж.$

$$\begin{array}{r} \times 83,1 \\ 15 \\ \hline 4155 \\ + 831 \\ \hline 1246,5 \end{array}$$

№ 3.

Решение:



1) П.к. $\alpha = \frac{\pi}{4}$, то т.к. пластинки перпенд. друг другу, то ΔABC - прямоуг. и равноб. \Rightarrow

\Rightarrow Если зарядить пластинку АВ такой же плотностью заряда, как ВС (б), то картинка станет симметричной от-ко ВК \Rightarrow вклад от АВ станет таким же, как вклад от ВС \Rightarrow
 \Rightarrow П.к. вклад ВС не изменится, то из принципа суперпозиции $\frac{E}{E_{BC}} = \sqrt{2}$, т.к. как -

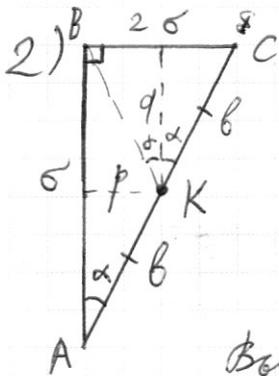
N. 3 (продолж.)

реш. от BC в силу симметрии (K - серед.

AC, а $AB \perp BC$, $\vec{E}_{BC} \perp BC$; аналогично $\vec{E}_{AB} \perp AB$. Но $E_{AB} = E_{BC} \Rightarrow |\vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC}| = |\vec{E}_{BC}| \sqrt{2}$,

т.к. $\vec{E}_{AB} \perp \vec{E}_{BC}$, т.к. $AB \perp BC$.

$$\frac{E}{E_{BC}} = \sqrt{2} \approx 1,4$$



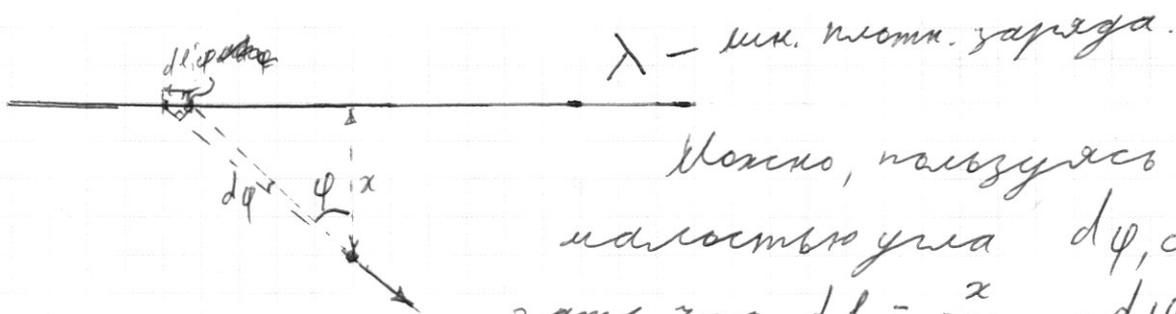
Дано: $\alpha = \frac{\pi}{4}$; $\sigma, 2\sigma, \sigma_1 = 2\sigma$,

$$\sigma_2 = \sigma.$$

$$E_K = ?$$

Решение:

Вычислили поле точки заряженной
прямой ^{беск.} нити на расст. x от нее.



λ - лн. плотн. заряда.

Можно, пользуясь
малостью угла $d\varphi$, ска-
зать, что $dl = \frac{x}{\cos\varphi} \cdot d\varphi \frac{1}{\cos\varphi} =$

$$= \frac{x}{\cos^2\varphi} d\varphi$$

~~т.к.~~ Заряд маленького кусочка: $dq = \lambda dl =$

$$= \frac{x\lambda}{\cos^2\varphi} d\varphi \Rightarrow \text{Заряд Напряженность от ма-}$$

$$\text{лого кусочка: } dE = k \frac{dq}{x^2} \cos^2\varphi = \frac{k\lambda}{x} d\varphi$$

$$\text{Тогда } E_H = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dE = 2\pi \frac{k\lambda}{x}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3 (продолж. 2)

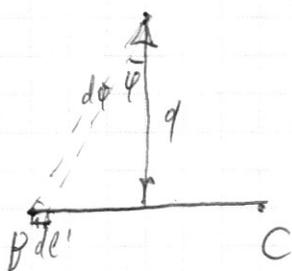
$E_H = \frac{k\lambda}{x}$ — напря-ть поля от нити в точ-ке на расст. x от неё.

Пусть $AC = 2b \Rightarrow BC = 2r = b \sin \alpha$ и $q = b \cos \alpha$

Можно представить мес. АВ и ВС как совокупность нитей.

$$= \frac{q}{2b \cos \alpha} \cup \frac{q}{2b \sin \alpha} = \frac{q}{b \sin \alpha} \cup \frac{q}{b \cos \alpha}$$

Тогда можно найти по принципу суперпозиции вклады от нитей ВС и AC. Их напря. будут перпенд. друг дру-гу (аналогично случаю в П. 1).



$$E_{AC} = \frac{k\lambda}{x} \frac{q}{b \cos \alpha}$$

$$E_{BC} = \frac{k\lambda}{x} \frac{q}{b \sin \alpha}$$

У нити напряж. линейно зависит от угла \Rightarrow т.к. наши плоскости представляют собой совокупность нитей, но ограничен. в одном направлении, а для беск. зарядж. мес. $E_H = 2\pi k \sigma, \text{ н.е.}$

№ 3 (продолж. 31)

зависит от угла (2π), но можно считать, что $E_{BC} = 2\alpha \cdot k\sigma$, а $E_{AB} =$

$= 2(2\pi - 2\alpha) k\sigma$, т.к. интегрирование для наших используем проводимости параллельно, т.е. как будто вилло попер. заряд

$$E_{BC} = 2\alpha k\sigma = \frac{8\pi}{7} k\sigma; \quad E_{AB} = \frac{10}{7} \pi k\sigma$$

Отсюда, т.к. $\vec{E}_{BC} \perp \vec{E}_{AB}$:

$$E = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \pi k\sigma \sqrt{\frac{1}{49} (100 + 64)} =$$

$$= \frac{\pi}{7} k\sigma \sqrt{164} = \frac{2\pi}{7} k\sigma \sqrt{41}$$

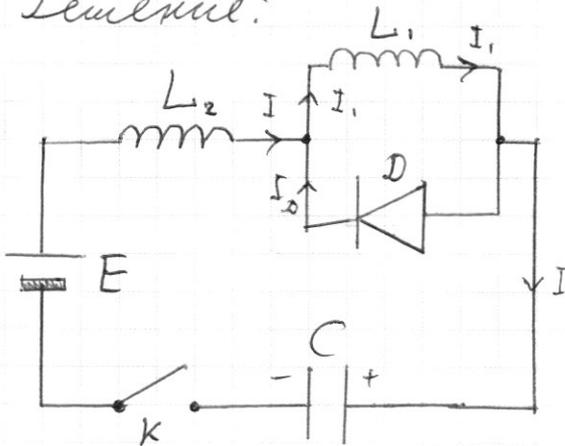
Ответ: 1) $\frac{E}{E_{BC}} = \sqrt{2}$; 2) $E = \frac{2\pi}{7} k\sigma \sqrt{41}$

№ 4.

Дано: E ; $L_1 = 2L$; $L_2 = L$; C .

Найти: 1) $T = ?$; 2) $I_{M_1} = ?$; 3) $I_{M_2} = ?$

Решение:



Когда конденсатор зарядится, через катушку L1

~~$E = I_1 L_1 + I_2 L_2 + \dots$~~

$U_D = -L_1 I_1$, т.к. он соединен с катушкой параллельно, но проверим. В момент времени t когда через I на разн. (Это же следует из закона сохранения энергии из диода и ка -

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4 (продолж.)

катушки L_1 .

При зарядке конденс. C ток
в катушке L_1 отсутствует.
Однако когда ток I_1 начнет

т.к. изначально $I_1 > 0$, и будет
оставаться полож. до достижения I_{1m} ,
то в это время дросс закрыт.

Когда I_1 станет < 0 , откроется дросс.

Уравн. обхода для большого контура:

$$E - L_2 \dot{I} - L_1 \dot{I}_1 = \frac{q}{C}$$

$$E - (L_1 + L_2) \dot{I} - L_1 \dot{I}_D = \frac{q}{C}, \text{ т.к. } I_1 = I_2 + I_D$$

После открытия дросса он будет под-
держивать ток на катушке L_1 до того,
как I сменит направление. Далее раз-
рядка в этом контуре совпадает

с L_2 . Тогда $T = \frac{3}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega_0}$; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$

$$T = 3\pi \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$$

N. 5.

Дано: F_0 ; $3F_0$; D ; $I_1 = \frac{3}{4} I_0$; \mathcal{T}_0 .

Найти: 1) $l = ?$; 2) $v = ?$; 3) $t_1 = ?$

Решение:

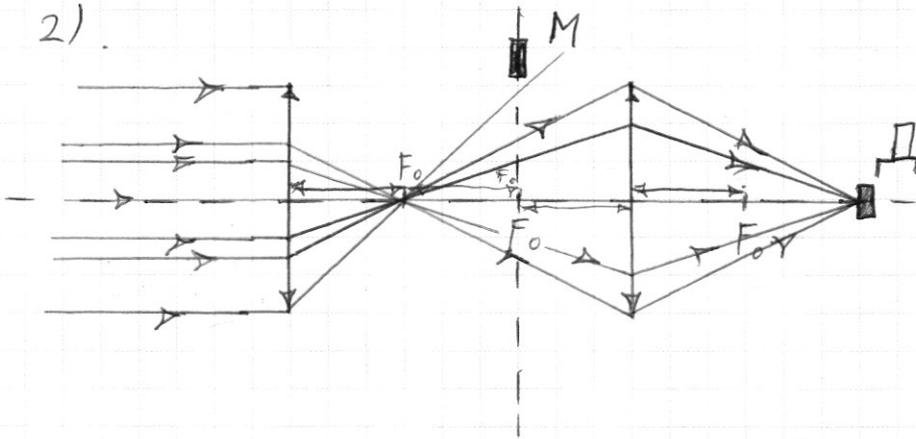
1) Свет фокусируется на детекторе, при этом изначально на Λ_1 , направлен парал. пучок света, который соберется на расст. F_0 от Λ_1 , со стороны Λ_2 , т.е. на расст. $3F_0 - F_0 = 2F_0$ от Λ_2 .

~~Всё жё~~ Это изображение можно считать точечным ист. светом для $\Lambda_2 \Rightarrow$

\Rightarrow По формуле линзы: $\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{l} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow \frac{1}{l} = \frac{1}{2F_0} \Rightarrow$

$\Rightarrow l = 2F_0$.

2).



П.к. интенсивность зависит от площади падающего пучка и одинакова в любом сечении, то $\frac{I_1}{I} = \frac{S - S_M}{S}$, где S - площадь падающего пучка в сечении плоскости мишени.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5. (продолж.)

Из геометрии: $R_{\text{пл}} = \frac{D}{2}$ (D -

- диаметр пучка в сечении плос. мишени с учётом только тех лучей, которые попадут на D).

$$S_{\text{пл}} = \pi \frac{D_{\text{пл}}^2}{4} = \pi \frac{D^2}{16}$$

Тогда, т.к. $I_1 = \frac{3}{4} I_0$: $\frac{3}{4} S = S - S_{\text{пл}}$

$$S_{\text{пл}} = \frac{S}{4} = \frac{\pi D^2}{16} = \frac{\pi}{4} D_{\text{м}}^2, \text{ где } D_{\text{м}} - \text{диаметр}$$

мишени.

$$\frac{D^2}{16} = D_{\text{м}}^2 \Rightarrow D_{\text{м}} = \frac{D}{4}$$

Тогда, т.к. интенсивность падающего пучка уменьшается лишь пока мишень покрывает все большой объем площади падающего пучка: $D_{\text{м}} = \tau_0 \cdot v$

Отсюда: $v = \frac{D}{4\tau_0}$

3) За время t , мишень проходит полностью сечение пучка, но не выходит из

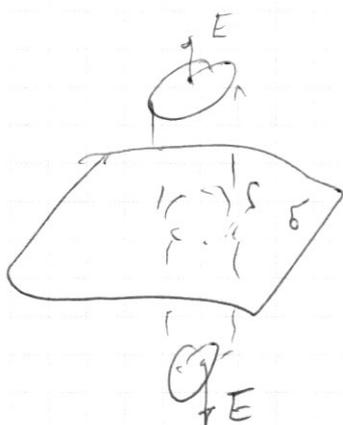
N. 5 (продолж. 2)

$$\text{неро} \Rightarrow v t_1 = D_n = \frac{D}{2}$$

$$t_1 = \frac{D}{2v} = 2T_0$$

$$\text{Ответ: } 1) l = 2F_0; 2) v = \frac{D}{4T_0}; 3) t_1 = 2T_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$2E\delta = \frac{\sigma\delta}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 2\pi k\sigma$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

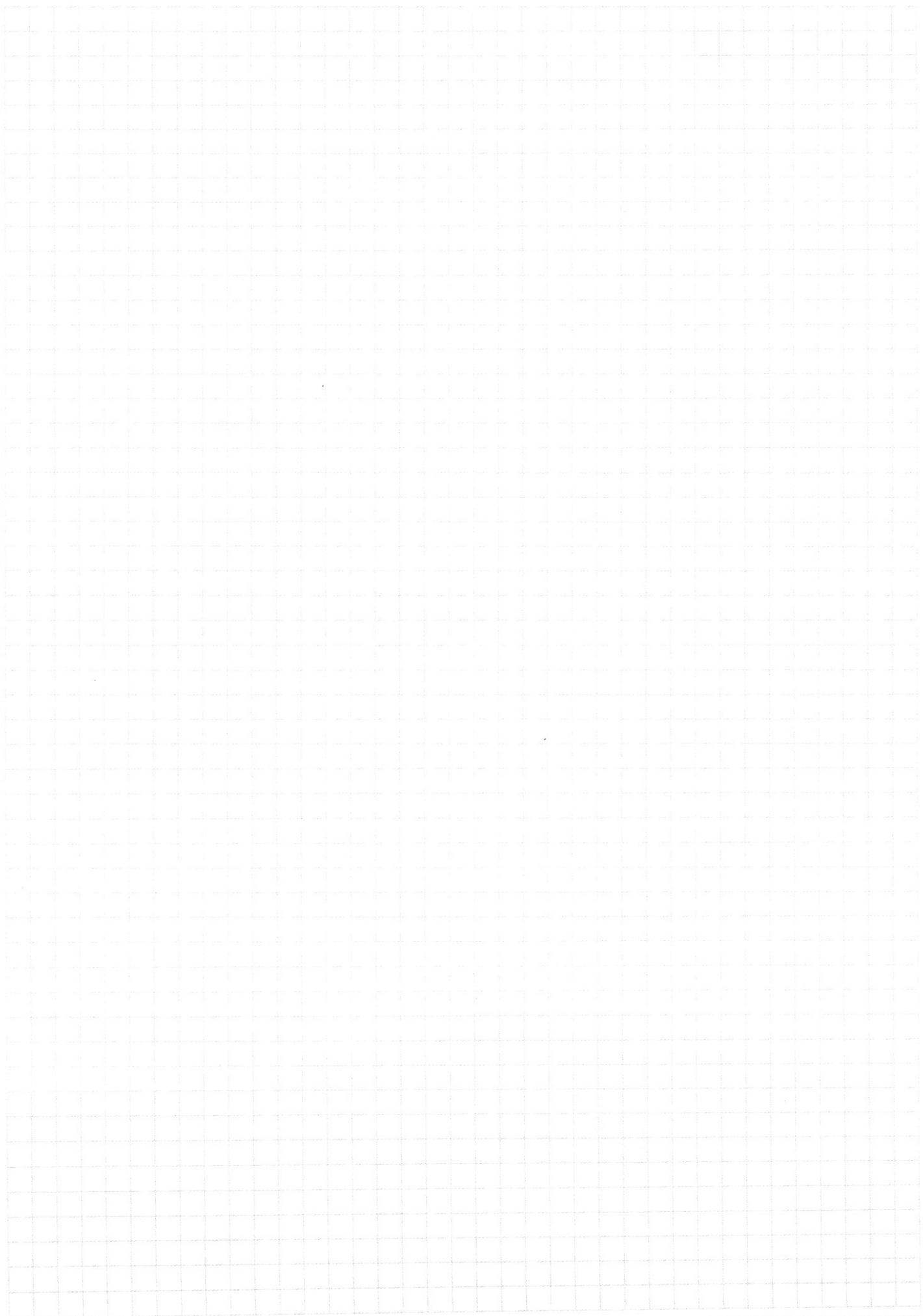
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)