Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

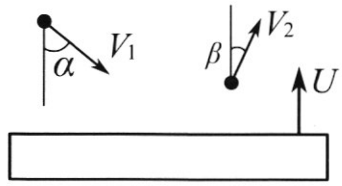
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 6 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha=\dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta=\dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



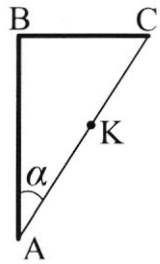
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия T_1 = 330 К, а неона T_2 = 440 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

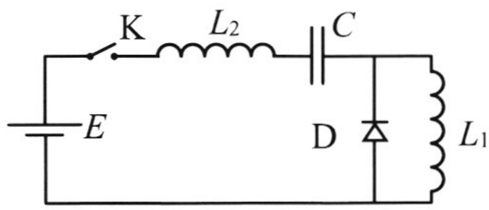
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

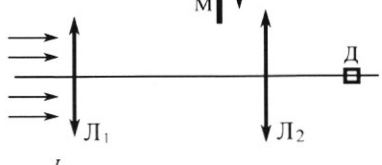
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

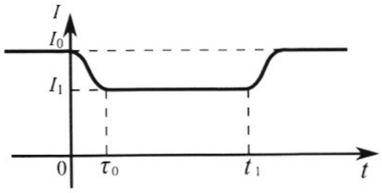
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями L_1 = 3L, L_2 = 2L, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами 1,5F_0. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии 5F_0/4 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

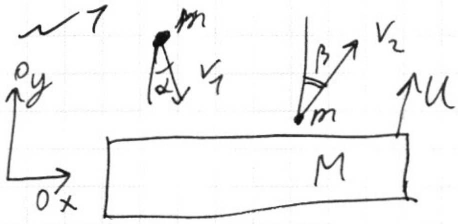
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



$\sin\alpha = \frac{2}{3}$

$\sin\beta = \frac{1}{3}$

$V_1 = 6$ м/с

V_2 - ?

U - ?

Пусть M - масса плиты, m - масса мячика. Введём оси Ox и Oy.

1) По ЗСИ сумма проекций импульсов на ось Ox не изменится после столкновения. ~~Поэтому~~ При этом плита и до, и после столкновения перемещалась только по оси Oy. Поэтому

$m V_1 \sin\alpha = m V_2 \sin\beta$

$V_2 = V_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 2V_1 = 12$ м/с

Ответ: 12 м/с.

2) Проекции скорости мячика на Oy до и после удара - это $-V_1\cos\alpha$ и $V_2\cos\beta$ соответственно. При абсолютно упругом ударе (при $m \ll M$) его скорость $V_2\cos\beta$ по Oy стала бы $U + V_1\cos\alpha$. При абсолютно неупругом стала бы просто U.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Поскольку у нас неупругий удар, значение $V_2 \cos \cancel{\alpha}\beta$ где-то между этими величинами.

$$U \le V_2 \cos\beta \le U + V_1 \cos\alpha$$

~~Max~~ Скорость $V_2 \cos\beta$ у нас фиксирована, поэтому $U_{max} = V_2 \cos\beta$,

$U_{min} = V_2 \cos\beta - V_1 \cos\alpha$.

$$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$
$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$
(т.к. $\alpha, \beta < 90°$ из рисунка)

$U_{max} = V_2 \cos\beta = 12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}$ м/с $= 8\sqrt{2}$ м/с

$U_{min} = V_2 \cos\beta - V_1 \cos\alpha = 8\sqrt{2} - 6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}$ м/с $=$
$= 8\sqrt{2} - \cancel{6}^{2}\sqrt{5}$ м/с

$U_{max} = 8\sqrt{2}$ м/с $\approx 8 \cdot 1{,}4$ м/с $\approx 11{,}2$ м/с

$U_{min} = 8\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$ м/с $\approx 8 \cdot 1{,}4 - 2 \cdot 2{,}2$ м/с $\approx$
$\approx 11{,}2$ м/с $- 4{,}4$ м/с $= 6{,}8$ м/с

Ответ: от $(8\sqrt{2} - 2\sqrt{5})$ м/с $\approx 6{,}8$ м/с до $(8\sqrt{2})$ м/с $\approx 11{,}2$ м/с.

№2

$\nu_1 = \nu_2 = \frac{6}{25}$ моль

$T_1 = 330$ К

$T_2 = 440$ К

$R = 8{,}31$ Дж/(моль·К)

$\frac{V_1}{V_2}$ - ? T' - ? ΔQ - ?

(p – давление в этом сосуде)

(V_1, V_2 – объёмы 1-го и 2-го отсеков соответств.)

(T' – конечная температура, ΔQ – переданное кол-во теплоты)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $pV = \nu RT$

p, ν, R у газов одинаковые.
(ν по условию, p - т.к. система в равновесии)
Значит, $V \sim T$.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \quad \left(\frac{V_1}{V_2} = \frac{\nu_1 RT_1}{\nu_2 RT_2} \cdot \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_1}{T_2}\right)$$

$$= \frac{330K}{440K} = \frac{3}{4}$$

Ответ: 3 : 4.

2) ~~Вн~~ Температура связана с внутренней энергией газов:

$U = \frac{i}{2}\nu RT$. Т.к. сосуд теплоизолированный, ~~энергия~~ в нём сохраняется. Значит, $\Delta U_1 = -\Delta U_2$

$$\Delta U_1 = \frac{i}{2}\nu_1 R\Delta T_1 = -\frac{i}{2}\nu_2 R\Delta T_2 = -\Delta U_2$$

i для обоих газов равно 3, т.к. они одноатомные. $\nu_1 = \nu_2$ из условия, поэтому $\Delta T_1 = -\Delta T_2$

$$(T' - T_1) = -(T' - T_2)$$

$$2T' = T_2 + T_1$$

$$T' = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330 + 440}{2}K = 385\,K$$

Ответ: 385 K.

3) Процессы, описанные в условии, изобарные, т.к. подвижный поршень обеспечивает равное давление в двух отсеках. Газы, расширяясь или сжимаясь, совершают также работу. Для них справедлива формула:

$\Delta Q = \Delta U + A$

$\Delta U = \Delta Q - A$

Нам надо выяснить какое количество теплоты ΔQ отдал неон.

$\Delta U_2 = \frac{i}{2} \nu_2 R \Delta T_2 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8{,}31 \cdot 55$ Дж

$A = p \Delta V$ (в изобарных процессах).

Пусть V – объём всего сосуда, V_2' – объём неона после установления тепл. баланса.

~~$V_2 = \frac{4}{7} V$ по п. 1)~~

~~$V_2' = \frac{1}{2} V$, т.к. $p_1' = p_2'$, $\nu_1 = \nu_2$, $T_1' = T_2'$, значит и объём у отсеков тоже равный (также можно сказать, что $\frac{V_1'}{V_2'} = \frac{T_1'}{T_2'} \Rightarrow V_1' = V_2'$)~~

(все обозначения со штрихами – соответствующие величины после установления теплового

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~баланса).~~

$$\cancel{\Delta V = V_2' - V_2 = -\frac{1}{14} V}$$

$$\cancel{A_2 = p\Delta V_2 = -\frac{1}{14} pV}$$

$$A_2 = p\Delta V_2 = \nu_2 R \Delta T_2$$

$$\Delta Q_2 = \Delta U_2 + A_2 = \frac{i}{2}\nu_2 R\Delta T_2 + \nu_2 R\Delta T_2 = \frac{i+2}{2}\nu_2 R\Delta T_2 =$$
$$= -\frac{5}{2}\cdot\frac{6}{25}\cdot 8{,}31\cdot 55 \text{ Дж} = -3\cdot 8{,}31\cdot 11 \text{ Дж} =$$
$$= -274{,}23 \text{ Дж}.$$

Передал неон модуль этой величины Джоулей.

Ответ: 274,23 Дж.

№5

$F_1 = F_0$ $d_1 = \frac{3}{2}F_0$

$F_2 = F_0/3$ $d_2 = \frac{5}{4}F_0$

$D_1 = D_2 = D << F_0$

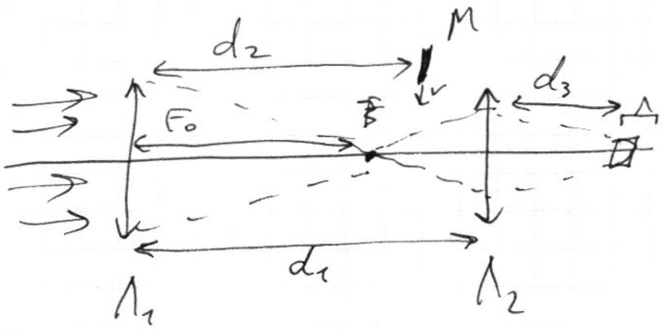
$I_1 = \frac{8}{9} I_0$

τ_0

---

d_3 - ?

v - ? t_1 - ?



d_1, d_2, d_3 – обозначения с рисунка выше

1) После прохода первой линзы пучок света фокусиру-

ется на расстоянии F_0 от неё.
Также по условию он фокусируется на детекторе. Тогда по формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{d_1 - F_0} + \frac{1}{d_3} = \frac{1}{F_0/3}$$ (т.к. изображение и источник у нас действительные, линза $\cancel{Л}_1$ собирающая).

$$d_3 = \frac{1}{\frac{1}{F_0/3} - \frac{1}{F_0/2}} = F_0$$

Ответ: F_0.

2) Диаметр пучка света линейно увеличивается с 0 до D от точки, где свет сфокусирован между линзами до линзы $Л_2$. Т.к. $d_2 = \frac{5}{2}F_0$, ~~т.к.~~ т.е. мишень находится ровно посередине между этими точками, диаметр пучка, который она будет пересекать $D_П = \frac{D}{2}$.
Мощность света, на которую реагирует детектор, прямо пропорциональна площади

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

пучка света. А т.к. $I_1 = \frac{8}{9} I_0$, площадь мишени М равна $\frac{1}{9}$ от площади пучка в том месте. ~~Эта площадь там равна~~ Площадь круга прямо пропорциональна квадрату радиуса, а мишень и сечение пучка - круги. Поэтому диаметр мишени $D_M = \frac{1}{3} D_П = \frac{1}{6} D$.

За время τ_0 вся мишень пройдёт через верхнюю точку пучка, т.к. дальше доля ~~пуч~~ площади пучка, которую она закрывает, не меняется. Значит, за τ_0 она сдвинется на D_M. Тогда $v = \frac{D_M}{\tau_0} = \frac{1}{6} \frac{D}{\tau_0}$.

Ответ: $\frac{D}{6\tau_0}$.

3) А за время t_1 нижняя точка мишени пройдёт через весь пучок, т.к. дальше доля пучка, которую она закрывает, будет падать.

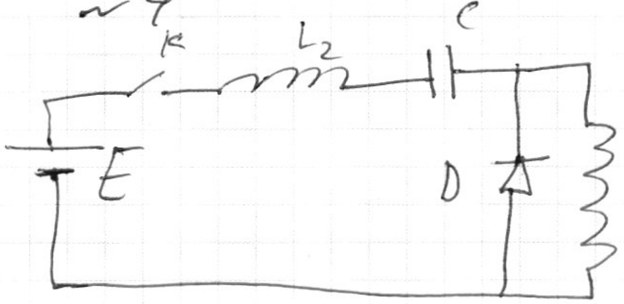
Значит, за время t_1 мишень сдвинется на $D\pi$.*

Значит,

$$t_1 = \frac{D\pi}{v} = \frac{D}{2}\cdot\frac{6\tau_0}{D} = 3\tau_0$$

Ответ: $3\tau_0$.

№4



$L_1 = 3L$ $L_2 = 2L$

1) После замыкания ключа образуется колебательный контур из конденсатора и катушек, но в одну сторону ток будет течь через через диод, т.к. в катушке L_1 будет ЭДС индукции, направленное в другую сторону, а в другую только через катушку L_1, т.к. диод будет закрыт. По формуле Томсона период таких колебаний $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Но т.к. у нас разные параметры цепи в разные полупериоды, получаем:

черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$T = \pi\sqrt{2LC} + \pi\sqrt{5LC}$ (в 1-ю половину ток течёт только через катушку L_2, а во 2-ю через обе). (L складываются, т.к. $\frac{L_1 I^2}{2} + \frac{L_2 I^2}{2} = \frac{(L_1+L_2) I^2}{2}$, а ток в них общий).

Ответ: $\pi\sqrt{2LC} + \pi\sqrt{5LC}$.

2) и 3) Конденсатор может зарядиться максимально до напряжения E. Это будет тогда, когда вся энергия контура запасена в нём. Тогда для 1-й половины колебаний:

$$\frac{CE^2}{2} = \frac{L_2 I_{02}^2}{2}$$

$$I_{02}^2 = \frac{CE^2}{2L}$$

$$I_{02} = \sqrt{\frac{C}{2L}}\,E$$

($I_{01} < I_{02}$, поэтому действительно для L_2 макс. ток именно I_{02})

А для второй:

$$\frac{CE^2}{2} = \frac{(L_1+L_2) I_{01}^2}{2}$$

$$I_{01} = \sqrt{\frac{C}{5L}}\,E$$

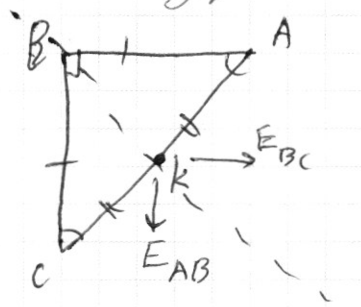
Ответ: $I_{01} = \sqrt{\frac{C}{5L}}\, E$;

$I_{02} = \sqrt{\frac{C}{2L}}\, E$.

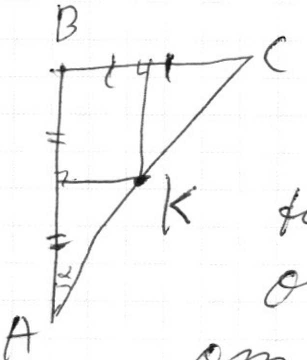
№3

1) $\frac{\pi}{4} = 45^\circ$

При таком угле получится равнобедренный треугольник:



AB и BC будут одинаково заряжены, также они имеют одинаковые ~~зар.~~ длины, т.К от них равноудалена. Поэтому из симметрии конструкции, следует, что напряжённости от двух этих пластин по отдельности будут равны по модулю и перпендикулярны. А т.к. по принципу суперпозиции напряженности векторно складываются, после ~~за~~ такой операции модуль напряжённости в точке К увеличится в $\sqrt{2}$ раз. Ответ: в $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ раз.

2) 

~~В~~ Т.к. точка K находится на середине отрезка AC напряжённости от 2-х пластин отдельно действуют перпендикулярно этим пластинам (т.к. проекции т.K на стороны попадут ровно в середины отрезков). Также из-за этого напряжённости у таких пластин будут такие же, как и у бесконечных пластин, и не будут зависеть от расстояния до них. Пусть E_1 – напр. в т.K от отр. BC. Тогда от отр. AB будет напр. $\frac{1}{4}E_1$, т.к. $\sigma_2 = \frac{1}{4}\sigma_1$. Тогда напр. в т.K будет:

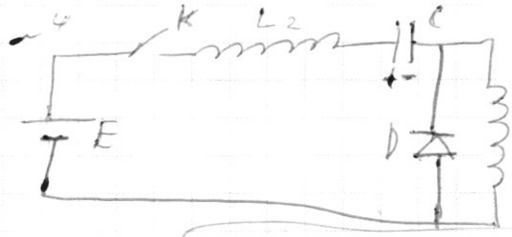
$$E_\Sigma = \sqrt{E_1^2 + \frac{1}{16}E_1^2} = E_1 \cdot \sqrt{\frac{17}{16}} = \frac{\sqrt{17}}{4}E_1$$

$$E_1 = 4\pi\varepsilon_0\, 4\sigma$$

$$E_\Sigma = \frac{\sqrt{17}}{4}E_1 = \sqrt{17}\,\pi\,\cancel{4}\,\varepsilon_0 \cdot 4\sigma$$

Ответ: $4\sqrt{17}\cdot\pi\varepsilon_0\cdot\sigma \approx 16\pi\varepsilon_0\sigma$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



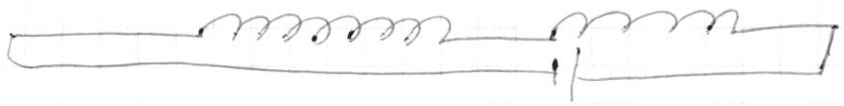
$L_1 = 3L$

$L_2 = 2L$

$T = 2\pi\sqrt{LC}$

$$\boxed{T = \pi\sqrt{2LC} + \pi\sqrt{5LC}}$$

$$\frac{L_1 I^2}{2} + \frac{L I^2}{2} = \frac{(L_1+L_2) I^2}{2}$$



$$\frac{LI^2}{2} \qquad \varepsilon = L\dot{I}$$

$$\frac{CU^2}{2} = \frac{(L_1+L_2) I_m^2}{2} = \frac{L_2 I_m^2}{2}$$

$$\frac{\sum q_{вн}}{\varepsilon} = \Phi = ?$$

№5

2. За τ_0 полностью вошла М.

Диаметр пучка там $\frac{D}{2}$.

3. $t_1 = \frac{D_П}{V} = \frac{D}{2} \cdot \frac{6\tau_0}{D} = 3\tau_0$

$$\boxed{P \sim S}$$

$\Downarrow$

$S_M = \frac{1}{9} S_{пучка} = \frac{1}{9} \pi \left(\frac{D}{4}\right)^2$

$\frac{KQ}{R} = E$

$\frac{\sum q_{вн}}{S} = \Phi = 4\pi\varepsilon_0 \ldots$

$\Downarrow$

$D_M = \frac{1}{3} D_П = \frac{1}{3} \cdot \frac{D}{2}$

$E = \frac{Q \cdot K}{S} \cdot ?$

$V = \frac{D_M}{\tau_0} = \frac{D}{6\tau_0}$

$8{,}31 \cdot 33 = 274{,}23$

№2

$|A| = |A'| = p\Delta V = \frac{1}{14} pV$

$Q = \Delta U + A$

$\Delta U = Q - A$

$Q = \Delta U + A$

$T' = \frac{T_1 + T_2}{2} = 285 K$

$\Delta U_1 = -Q - A$

$\Delta U_2 = Q + A = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} p\Delta V = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{14} pV = \frac{3}{28} \nu RT$

$U = \frac{i}{2} \nu RT$

$T_1' = T_2'$

$\Delta Q = \frac{3}{2} p\Delta V - p\Delta V = \frac{1}{2} p\Delta V = \frac{1}{28} \nu RT$

$8 \cdot 1{,}4 = 8 + 3{,}2 = 11{,}2$

№1

$m\vec{V_1} + M\vec{U} \approx m\vec{V_2} + M\vec{U} \quad m \ll M$

$2{,}3 \cdot 2{,}3 = 5{,}38$ $\quad 2{,}2 \cdot 2{,}2 = 4{,}84$

Ox: $mV_1 \sin\alpha = mV_2 \sin\beta$

Oy: $MU - mV_1 \cos\alpha = MU + mV_2 \cos\beta$

$\cancel{\frac{MU^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}\cos^2\alpha = \frac{MU^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2}\cos^2\beta}$

$V_2 \in [V_1 + U_2 ; 2U]$

~~1,1~~	~~2,1~~	~~6,1~~
1,2	3,2	
2,1	~~2,1~~	
2,2		
2,3	2,1	

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

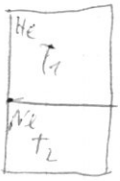
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2



$i=3$ $R=8{,}31$

$\nu = 6/25$ моль

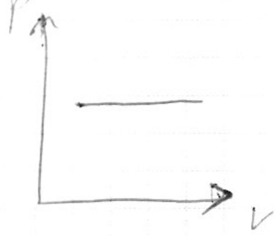
$T_1 = 330K$

$T_2 = 440K$

$\frac{V_1}{V_2}$ – ?

T' – ?

ΔQ – ?



$p_x = const$

$V_1 = \frac{\sin\pi/3}{\ldots} V_2$

$V_2 = V_1 \frac{\sin\pi/2 \cdot \sqrt{3}}{1 \cdot \sin\pi/3 \cdot 3}$ $V_1 = \frac{2\sqrt{2}}{3} V_2$

$= 2V_1$ $V_2 = V_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} =$

$= \sqrt{\frac{27}{2}} = 3\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

1) $pV = \nu RT$

$\Downarrow$

$V \sim T$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$

2) $Q = cm\Delta t$

$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T$

$A = p\Delta V$

$\boxed{V_1' = V_2'}$

$A = p\left(\frac{4}{7} - \frac{1}{2}\right)V = \frac{1}{14}pV$

$Q = \Delta U + A$

1.1
2.1
5.1
$5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3$

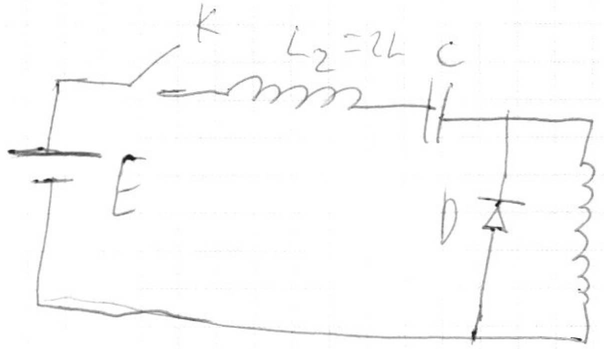
№3

$\frac{Q}{4\pi R^2} =$ $\frac{\sum q_{вн.}}{S} = \Phi = ?$

$E = k\frac{Q}{R}$ $\sum \Phi$ $Eq = F$

$= \frac{E}{k} 4\pi R =$
$= \varepsilon_0 E R$

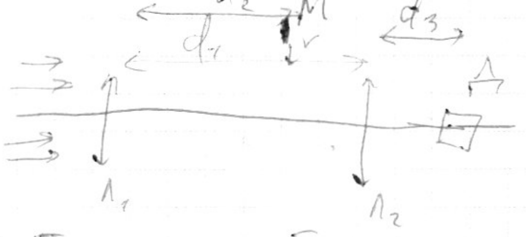
№4



$T = 2\pi\sqrt{LC}$

$T = \pi\sqrt{2LC} + \pi\sqrt{5LC}$

№5



$\frac{1}{d_1 - F_0} + \frac{1}{d_3} = \frac{1}{F_0/3}$

d_3 – ?
v – ?
t_c – ?

$\frac{1}{2}F_0$

$d_3 = \frac{1}{\frac{3}{F_0} - \frac{2}{F_0}} = F_0$

1: F_0 2: $F_0/3$ $d_1 = 1{,}5F_0$ $I_1 = \frac{8}{9}F_0$

$D \ll F_0$ $D \ll F_0$ $d_2 = \frac{5}{4}F_0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)