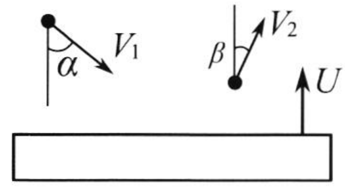
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

Класс 11 **Вариант 11-03**

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом $\alpha \left(\sin\alpha = \dfrac{1}{2}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta \left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



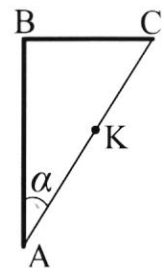
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

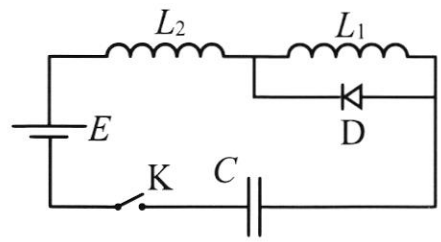
1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



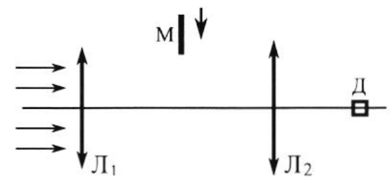
1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

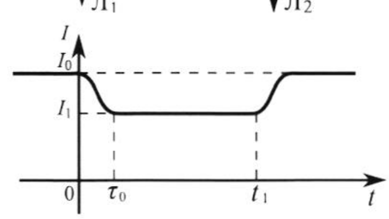
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0, соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



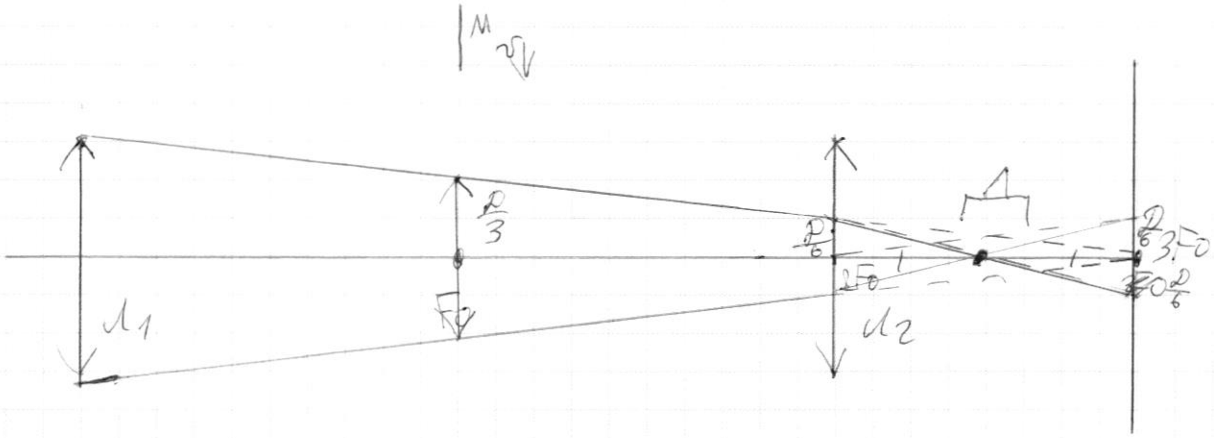


1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

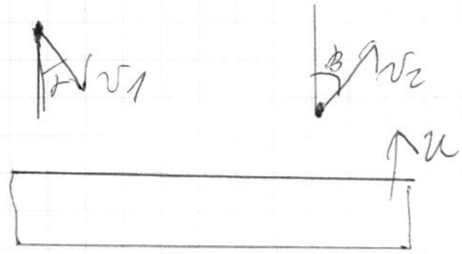
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.



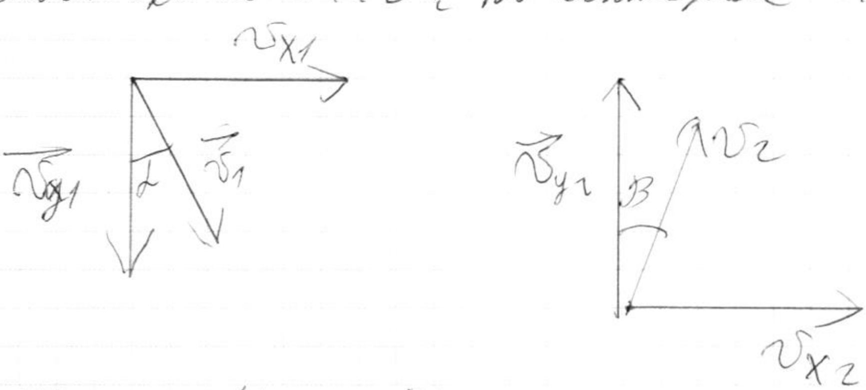
Построим траекторию лучей, после пересечения Л1 лучи будут идти к 3Fo до линзы Л2
точка 3Fo это также же фокус для Л2.
С помощью вспомогательной оси построим ~~лучи~~ ход лучей после Л2
Лучи пересекаются в середине отрезка 2Fo; 3Fo
тогда расстояние от Л2 до Д это $\frac{3F_0-2F_0}{2}=\frac{F_0}{2}$
Из подобных треугольников ~~площадь пучка лучей в линзе Л2 = D~~ радиус сечения пучка лучей в Л2 = $\frac{D}{6}$,
а радиус сечения пучка лучей в Л1 = $\frac{D}{2}$
тогда из подобия треугольников радиус сечения пучка лучей в точке $F_0=\frac{\frac{D}{2}+\frac{D}{6}}{2}=\frac{D}{3}$.
Мощность пучка света прямо пропорциональна площади сечения пучка света, проходящего через Fo. $r_м$ - радиус мишени,
тогда $\frac{I_1}{I_0}=\frac{\pi(\frac{D}{3})^2-\pi r_м^2}{\pi(\frac{D}{3})^2}$, т.к. минимальная сила тока достигается при условии, что мишень закрывает свет

1)



Введем координатную плоскость:

Распишем v_1 и v_2 по векторам $\vec{v}_{x1}; \vec{v}_{y1}; \vec{v}_{x2}; \vec{v}_{y2}$



Заметим, что при ударе скорость по координате X не меняется, значит

$$v_{x1} = v_{x2}$$

$$v_{x1} = v_1 \cdot \sin\alpha; \quad v_{x2} = v_2 \cdot \sin\beta$$

$$v_1 \sin\alpha = v_2 \cdot \sin\beta$$

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 12 \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = 18 \text{ м/с}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

всей своей площадью

$$\frac{\pi\left(\frac{D}{3}\right)^2 - \pi r_M^2}{\pi\left(\frac{D}{3}\right)^2} = \frac{5}{9} = 1 - \frac{r_M^2}{\left(\frac{D}{3}\right)^2}$$

$$\frac{r_M^2}{\left(\frac{D}{3}\right)^2} = \frac{4}{9}; \quad \frac{r_M}{\frac{D}{3}} = \frac{2}{3} \qquad r_M = \frac{2D}{9}$$

по графику поймем, что:

в начальный момент времени мишень вплотную к пучку света, но ещё не закрывает свет

в момент τ_0 мишень начала закрывать свет всей своей площадью.

Значит мишень прошла за τ_0 расстояние $2r_M$

v - скорость мишени

$$v \cdot \tau_0 = 2r_M = \frac{4D}{9}$$

$$v = \frac{4}{9} \cdot \frac{D}{\tau_0}$$

в момент t_1 мишень доходит до нижней границы пучка света, т.е. за время t_1 мишень преодолевает расстояние $\frac{2D}{3}$

$$t_1 = \frac{\frac{2D}{3}}{v} = \frac{\frac{2}{3}D}{\frac{4}{9}\frac{D}{\tau_0}} = \tau_0 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{3}{2}\tau_0$$

Ответ: 1) $0{,}5\tau_0$, (2) $v = \frac{4D}{9\tau_0}$, (3) $t_1 = 1{,}5\tau_0$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Найдем возможные значения u.

~~cos~~ т.к. α и β меньше 90°, то

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Удар о плиту подействовал на вертикальную составляющую скорости, т.е. на v_{y1}

$$v_{y1} = v_1 \cdot \cos\alpha = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ м/с}$$

$$v_{y2} = v_2 \cdot \cos\beta = 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 12\sqrt{2} \text{ м/с}$$

Заметим, что если $u \geq 12\sqrt{2}$ м/с, т.е. $u \geq v_{y2}$, то шарик после удара не отскочет, но по условию шарик отскочил, т.е. $u < 12\sqrt{2}$ м/с и если $u = v_{y2}$, значит удар был абсолютно неупругим. ~~Тепер~~ Мы нашли ~~одну~~ одно ограничение u, рассмотрим случай, если удар абсолютно ~~упру~~ упругий. ~~Т.о~~ Движение плиты с равной скоростью, значит СК относительно плиты инерциальна.

Рассмотрим абсолютно упругий удар шарика о плиту относительно СК плиты.

Будем рассматривать только вертикальную составляющую скорость шарика, т.к. удар повлиял только на нее

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

СК плиты

т. к. удар абсолютно упругий, то

$v_{1y}+u=v_{2y}-u$

$2u = v_{2y} - v_{1y} = (12\sqrt{2}-6\sqrt{3})$ м/с

$u=(6\sqrt{2}-3\sqrt{3})$ м/с т.к. мы рассматривали абсолютно упругий удар, то и значение u наименьшее (т.к. при меньшей упругости u может быть больше)

но в условии ~~ска~~ сказано, что удар неупругий, значит что $u > (6\sqrt{2}-3\sqrt{3})$ м/с

И так,

$u \in ((6\sqrt{2}-3\sqrt{3})$ м/с$; 12\sqrt{2}$ м/с$)$

Ответ: (1) $v_2 = 18$ м/с

(2) $u \in ((6\sqrt{2}-3\sqrt{3})$ м/с$;\ 12\sqrt{2}$ м/с$)$

4) При колебании T можно разделить на 2 промежутка

$T = t_1 + t_2$, причем t_1 - до зарядки конденсатора, t_2 - после разрядки конденсатора.

t_2 - это половина периода колебаний системы с ~~нат~~ общими катушками

t_1 - это половина периода колебаний системы только с катушкой L_2, т.к. ток в этом случае не потечет через L_1, а пойдет весь ток через диод

$$t_1 = \frac{2\pi \cdot \sqrt{L_2 \cdot C}}{2}; \quad t_2 = \frac{2\pi \sqrt{(L_1+L_2) \cdot C}}{2}$$

$$T = \pi \left(\sqrt{L_2 \cdot C} + \sqrt{(L_1+L_2) \cdot C}\right)$$

C заряжается ~~до~~ максимально до $\mathcal{E}$

По З.С.И.:

$$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{(L_1+L_2) \cdot I_{M1}^2}{2} = \frac{L_2 \cdot I_{M2}^2}{2}$$

$$I_{M1} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}^2}{L_1+L_2}}; \quad I_{M2} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}^2}{L_2}}$$

Ответ: (1) $T = \pi\left(\sqrt{L_2 \cdot C} + \sqrt{(L_1+L_2) \cdot C}\right)$

(2) $I_{M1} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}^2}{L_1+L_2}}$

(3) $I_{M2} = \sqrt{\frac{C\mathcal{E}^2}{L_2}}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

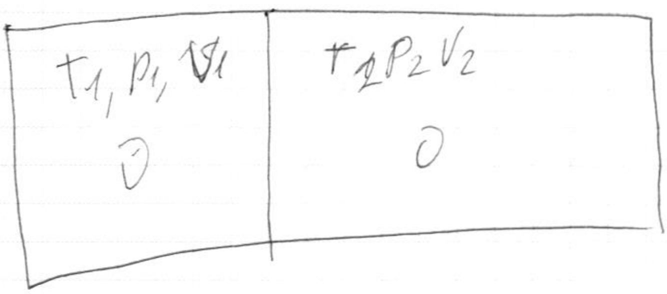
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Заметим, что поршень пришел в движение с началом изменения температуры, значит изначально давления равны



Распишем за формулу Менделеева-Клапейрона в начальном положении для двух отсеков

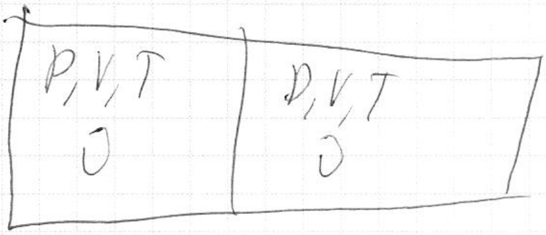
$$\begin{cases} P_1V_1 = \nu RT_1 \\ P_2V_2 = \nu RT_2 \end{cases} \quad P_1 = P_2, \quad \begin{cases} V_1 = \dfrac{\nu RT_1}{P_1} \\ V_2 = \dfrac{\nu RT_2}{P_1} \end{cases}, \text{ тогда}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{550} = \frac{35}{55} = \frac{7}{11}$$

Теперь рассмотрим ~~ож~~ установившуюся систему: т.к. поршень не двигается, значит давление в отсеках одинаковое, т.к. поршень проводит тепло, то температура в обоих отсеках установилась одинаковая, ~~значит~~ кол-во моль не изменилось.

Из этого следует, что и объемы равны (из ур. Менд-клап)

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)



тепло ~~н~~ в системе всегда равное, т.к. ~~н~~ нас энергия не тратилось во вне, и на движение поршня энергия не шла т.к. нет трения.

$U_2 = U_1$ (вн. энергия) совершенная работа перешла во вн. энергию.

$$\frac{3}{2}\nu RT + \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}\nu RT_1 + \frac{3}{2}\nu RT_2 \quad \Big| : \frac{3}{2}\nu R$$

$$T + T = T_1 + T_2$$

$$2T = T_1 + T_2$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 450K$$

Ответ: (1) $\frac{4}{11}$

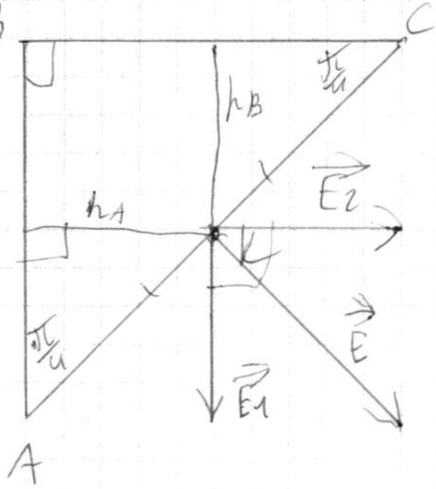
(2) $450K$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) 1)



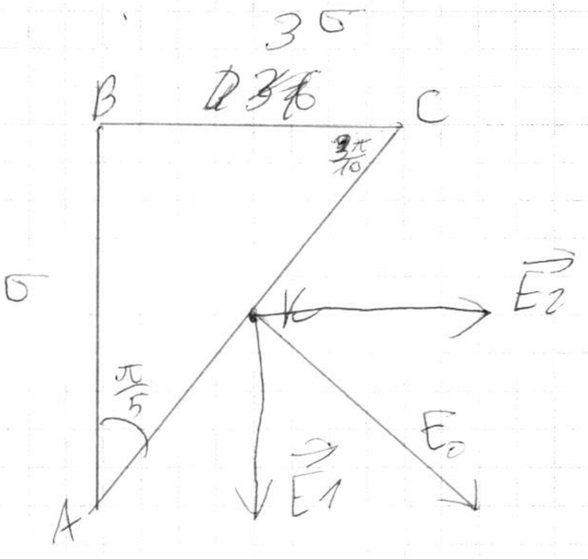
К находится на одинаковом расстоянии от обеих пластин. Если заряжена пластина BC, то в точке К вектор напряженности $\vec{E_1}$, если заряжена пластина AB, то пластина AB также дает вектор напряженности $\vec{E_2}$, причем $|\vec{E_1}|=|\vec{E_2}|$, $E_1=E_2$. В первом случае суммарная напряженность это E_1, во втором случае вектор напряженности

$\vec{E}=\vec{E_1}+\vec{E_2}$; $E=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{2}\cdot E_1$

$$\frac{E}{E_1}=\frac{\sqrt{2}E_1}{E_1}=\sqrt{2}\approx 1,41$$

Ответ: ко в 1,41 раз

3.2)



$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$E1 = \frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$

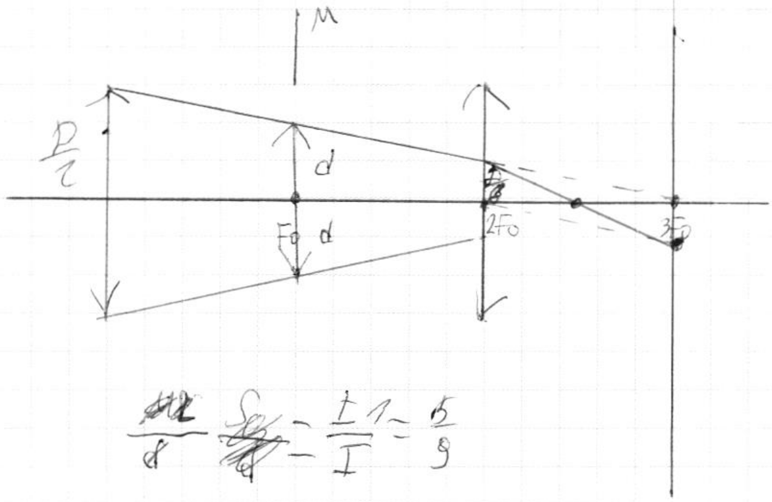
$E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\vec{E_0} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$

$\vec{E_0} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{\frac{9\sigma^2}{4\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \sqrt{\frac{10\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} =$

$= \frac{\sqrt{10}\,\sigma}{2\varepsilon_0}$

Ответ: $\frac{\sqrt{10}}{2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$



$2d = \frac{6}{9} D$

$2r_M = \frac{4}{9} D$

$t_1 = \frac{3}{2} \cdot \tau_0$

$\frac{S}{S} = \frac{I_1}{I} = \frac{5}{9}$

$\cancel{\frac{\pi \cdot r_M^2}{\pi \cdot d^2} = \frac{r^2}{d^2} = \frac{5}{9}}$

$\frac{\pi d^2 - \pi r_M^2}{\pi d^2} = \frac{5}{9}$

$\cancel{\frac{r}{d} = \frac{\sqrt{5}}{3}}$

$\cancel{d = \frac{D + \frac{D}{3}}{2} = \frac{2}{3} D}$

$\cancel{r = \frac{d \cdot \sqrt{5}}{3} = \frac{2\sqrt{5} D}{9}}$

$\cancel{v \cdot \tau_0 = 2r = \frac{4\sqrt{5}}{9} D}$

$\cancel{v = \frac{4\sqrt{5} D}{\tau_0 \cdot 9}}$

$\frac{\pi r_M^2}{\pi d^2} = \frac{4}{9}$

$\frac{r_M}{d} = \frac{2}{3}$

$\cancel{d = \frac{D + \frac{D}{3}}{2} = \frac{2}{3} D}$ $d = \frac{1}{3} d$

$\cancel{r_M = \frac{2d}{3} = \frac{4}{9} D}$

$\cancel{v \cdot \tau_0 = 2r = \frac{8}{9} D}$

$\cancel{v = \frac{8}{9} \cdot \frac{D}{\tau_0}}$

$v \cdot t_1 =$

$d = \frac{\frac{D}{2} + \frac{D}{6}}{2} = \frac{D}{3}$

$v \cdot t_1 = 2d = \frac{2}{3} D$

$r_M = \frac{D}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2D}{9}$

$t_1 = \frac{\frac{2}{3} D}{v} = \frac{\frac{2}{3} D}{\frac{4}{9} D} \cdot \tau_0 = \tau_0 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} = \tau_0 \cdot \frac{3}{2}$

$v \cdot \tau_0 = 2r = \frac{4}{9} D$

$v = \frac{4}{9} \cdot \frac{D}{\tau_0}$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

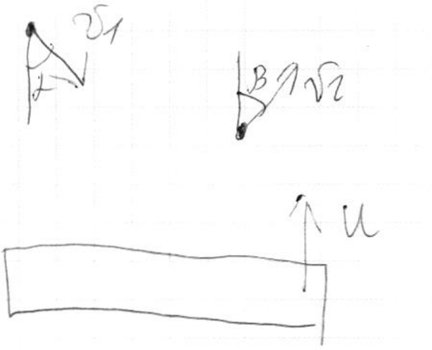
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

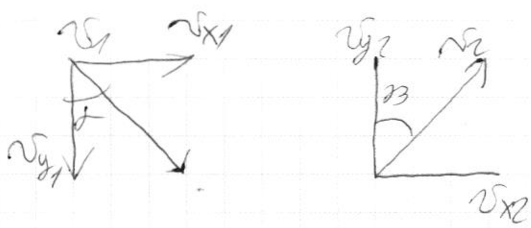
1)



$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\beta=\sqrt{1-\frac{1}{9}}=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$



$v_{x1}=v_{x2}$

$v_1\cdot\sin\alpha=v_2\cdot\sin\beta$

$v_1\cdot\frac{1}{2}=v_2\cdot\frac{1}{3}$

$v_2=v_1\cdot\frac{3}{2}=18$ м/с

$v_{y2}=v_2\cdot\cos\beta=18\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}=12\sqrt{2}$

8: $1{,}41 \times 6 = 8{,}46$

$1{,}73 \times 3 = 5{,}19$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)