Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

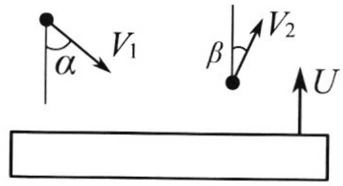
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 6 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \frac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \frac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



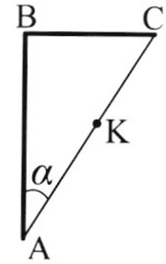
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия T_1 = 330 К, а неона T_2 = 440 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

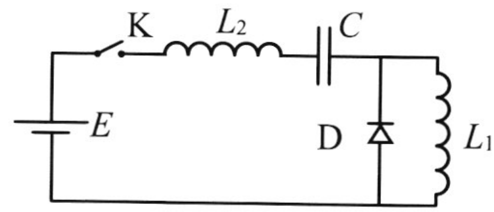
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

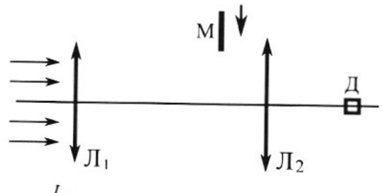
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

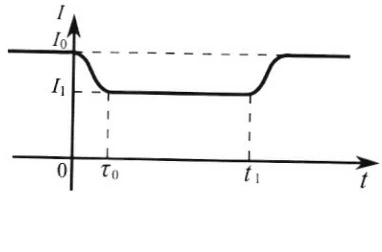
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу $Л_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

Дано:
$\nu = \frac{6}{25}$ моль
$T_1 = 330$ K
$T_2 = 440$ K
$R = 8{,}31$ Дж/(моль·К)

$\frac{V_1}{V_2}$ – ? T_0 – ? Q – ?

p_1 – начальное давление гелия
p_2 – начальное давление неона
V_1 – начальный объём гелия
V_2 – начальный объём неона
Q – тепло, переданное гелию неоном,
T_0 – установившаяся температура,

A_1 – работа гелия.

ΔU_1 – изменение внутренней энергии гелия
ΔU_2 – изменение внутренней энергии неона

A_2 – работа неона

$$\begin{cases} p_1V_1 = \nu RT_1 \\ p_2V_2 = \nu RT_2 \\ p_1 = p_2 \\ Q = \Delta U_1 + A_1 \\ -Q = \Delta U_2 + A_2 \\ \Delta U_1 = \frac{3}{2}\nu R(T_0 - T_1) \\ \Delta U_2 = \frac{3}{2}\nu R(T_0 - T_2) \\ A_1 = -A_2, \text{ т.к. давления и модули изменения объёма газов одинаковы в любой момент времени.} \end{cases}$$

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2}=\frac{330K}{440K}=\frac{3}{4}=0,75.$$

$$\Delta U_1+\Delta U_2=0$$

$$\frac{3}{2}\nu R(T_0-T_1)+\frac{3}{2}\nu R(T_0-T_2)=0$$

$$T_0=\frac{T_1+T_2}{2}=\frac{330K+440K}{2}=335K$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2}=0,75$, 2) $T_0=335K$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

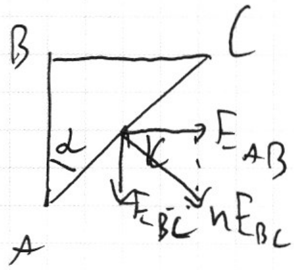
№3

Дано:
$\sigma_1 = 4\sigma$
$\sigma_2 = \sigma$
(1) $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$
(2) $\alpha = \frac{5}{8}$

$n - ?$
$E - ?$

~~n увели~~

1) n – увеличение напряжённости поля
σ_0 – заряд пластины BC.
E_{BC} – напряжённость поля при заряженной BC
E_{AB} – напряжённость поля при заряженной AB



$$\begin{cases} E_{AB} = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} \\ E_{BC} = \frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} \\ nE_{BC} = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} \end{cases}$$

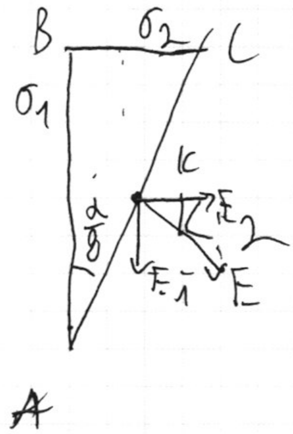
$E_{AB} = E_{BC}$

$n = \sqrt{2} \approx 1{,}4.$

2) E_1 – напряжённость поля от пластины BC

E_2 – напряжённость поля от пластины AB

E – напряжённость поля в точке K



$$E_1=\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$$

$$E_2=\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$$

$$E=\sqrt{E_1^2+E_2^2}$$

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sqrt{4+\frac{1}{4}}=\frac{\sigma\sqrt{17}}{2\varepsilon_0}\approx\frac{4{,}1\sigma}{2\varepsilon_0}\approx 2\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

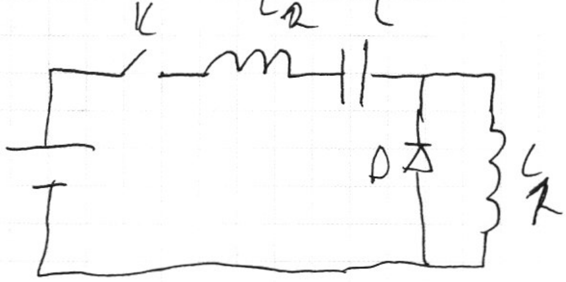
Ответ: $\cancel{E=\frac{2\sigma}{\varepsilon_0}}$. 1) $n=1{,}4$ 2) $E=\frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

Дано:
$L_1=3L$
$L_2=2L$
C, ε

$T-?$
$I_{01}-?$
$I_{02}-?$



При зарядке конденсатора ток будет течь через катушку L_1, т.к. на диоде напряжение бесконечно большое; а при разрядке конденсатора ток будет течь через диод, т.к. тогда напряжение будет бесконечно малым на нём. ~~(а вы~~ а катушка вырабатывала бы ЭДС самоиндукции). Тогда можно рассмотреть период данных колебаний как два ~~периода~~ полупериода колебаний с катушкой L_1 и без неё.

При зарядке конденсатора:

$$W_{L2}+W_C+W_{L1}=const$$

$$\frac{L_2 I^2}{2}+\frac{q^2}{2C}+\frac{L_1 I^2}{2}=const$$

$$\frac{2L_2 I\cdot\dot{I}}{2}+\frac{2q\dot{q}}{2C}+\frac{2L_1 I\dot{I}}{2}=0$$

$$I=\dot{q}$$

$$2L\,\dot{q}\,\ddot{q}+\frac{1}{C}\frac{q\cdot\dot{q}}{\cancel{q}}+3L\;\dot{q}\,\cancel{+q}\cdot\ddot{q}=0$$

$$5L\cdot\ddot{q}+\frac{1}{C}\cdot q=0$$

$$\ddot{q}+\frac{1}{5LC}\cdot q=0$$

$$\omega_1=\sqrt{\frac{1}{5LC}}$$

$$\frac{T_1}{\cancel{2}}=2\pi\sqrt{5LC}$$

При разрядке конденсатора.

По формуле Томсона:

$$T_2=2\pi\sqrt{L_2C}=2\pi\sqrt{2LC}$$

$$T=\frac{T_1}{2}+\frac{T_2}{2}=\pi\sqrt{LC}\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\approx3{,}6\pi\sqrt{LC}$$

$q=$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Запишем закон изменения заряда на конденсаторе во время его зарядки (ток идёт через катушку L_1):

$$q = q_{max} \sin(\omega_1 t)$$

$$I_1 = q_{max}\,\omega_1 \cos(\omega_1 t)$$

$$I_{max1} = q_{max}\,\omega_1 = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{5LC}}$$

Запишем закон изменения заряда на конденсаторе во время его разрядки (ток не идёт через катушку L_1):

$$q = q_{max} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$I = q_{max} \cdot \frac{2\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$I_{max2} = q_{max} \frac{2\pi}{T} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{2LC}}$$

$\cancel{I_{max1} < I_{max2} \Rightarrow}$

$\cancel{\Rightarrow I_{01} = I_{02} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{5LC}}}$

$$I_{01} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{5LC}}$$

$I_{02} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{2LC}}$, т.к. $I_{max2} > I_{max1}$

~~Ответ: 1) $T = 3{,}6\pi\sqrt{LC}$; 2) $I_{01} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{5LC}}$~~ 3

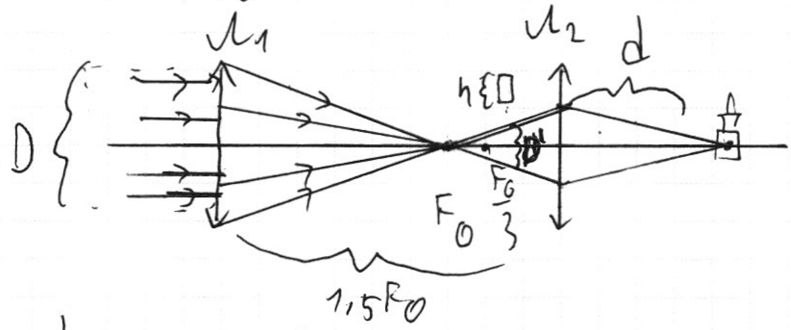
Ответ: 1) $T = 3{,}6\pi\sqrt{LC}$ 2) $I_{01} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{5LC}}$

3) $I_{02} = \frac{C\mathcal{E}}{\sqrt{2LC}}$.

№5.

Дано:
F_0, D, τ_0

$d - ?$
$V - ?$
$t_1 - ?$



d – расстояние между датчиком и линзой 2

h – диаметр мишени.

D' – диаметр светового пучка вблизи мишени.

После прохождения первой линзы лучи собираются в её фокусе. Из этого фокуса они попадают на вторую линзу, проходят её и собираются в точке, где расположен датчик. Получается, в точке с датчиком располагается изображение фокуса первой линзы, а значит, можно записать формулу тонкой линзы:

$$\begin{cases} \frac{3}{F_0} = \frac{1}{1{,}5F_0 - F_0} + \frac{1}{d} \\ V = \frac{h}{\tau_0} \\ t_1 = \frac{D'}{V} \end{cases}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Из подобия треугольников:

$$\frac{D}{D'} = \frac{F_0}{\frac{5}{4}F_0 - F_0}$$

$$\cancel{\frac{h}{D'} =}$$

$$\frac{\frac{\pi D'^2}{4} - \frac{\pi h^2}{4}}{\frac{\pi D'^2}{4}} = \frac{I_1}{I_0}$$

$$d = F_0$$

$$1 - \frac{h^2}{D'^2} = \frac{8}{9}$$

$$D' = \frac{D}{4}$$

$$h = \frac{D'}{3} = \frac{D}{12}$$

$$V = \frac{D}{12t_0}$$

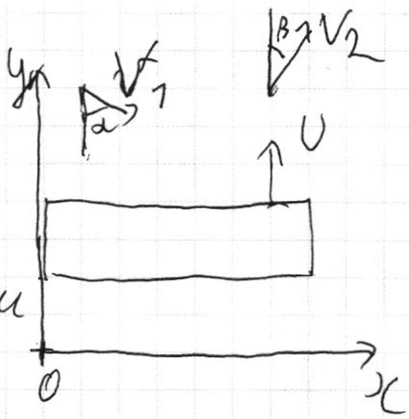
☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$t_1 = \frac{D \cdot 12\tau_0}{4 \cdot D} = 3\tau_0$$

Ответ: 1) $d = F_0$, 2) $V = \frac{D}{12\tau_0}$, 3) $t_1 = 3\tau_0$

№1.



Дано:
$V_1 = 6$ м/с
$\sin\alpha = \frac{2}{3}$
$\sin\beta = \frac{1}{3}$

$V_2 - ?$
$U - ?$

V_{1x} — проекция скорости V_1 на ось Ox

V_{2x} — проекция скорости V_2 на ось Ox

U — скорость плиты после столкновения

Q — тепло, выделившееся при столкновении

U_x — проекция скорости плиты на ось Ox

m — масса шарика

M — масса плиты

1) Так в проекции на ось Ox ~~не действ~~ на шарик не действуют никакие силы, что можно записать закон сохранения импульсов в проекции на эту ось:

$$\begin{cases} mV_{1x} = mV_{2x} \\ V_{1x} = V_1 \sin\alpha \\ V_{2x} = V_2 \sin\beta \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{6\,м/с \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 12\,м/с$$

$v_2 = 12\,м/с$

~~2) Из закона сохранения полной механической энергии:~~

$$\cancel{\frac{MU^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} + (m+M)gH - (m+M)gH - \frac{MU'^2}{2} - \frac{mV_2^2}{2} = Q > 0}$$

$$\cancel{U^2 - U'^2 > \frac{m}{M}(v_1^2 - v_2^2)}$$

2) В СО „плита":

v_1 по оси Oy:

$v_1 \cos\alpha + U > v_2 \cos\beta - U$, т.к. шарик потерял энергию из-за неупругого столкновения

$$U > \frac{v_2 \cos\beta - v_1 \cos\alpha}{2}$$

$$U > \frac{\frac{2\sqrt{2}}{9}\cdot 12\,м/с - \frac{\sqrt{5}}{9}\cdot 6\,м/с}{2}$$

$$U > \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{1,2} м/с$$

$$U > \frac{3,4}{3}$$

$$U > \cancel{1,13}\ 1,1\,м/с$$

Ответ: 1) $V_2 = 12$ м/с, 2) $U > 1,1$ м/с

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$v_1 \sin\alpha$

$mv_1 =$

$mv_{1y} + Mv = mv_2$

$MU + mv_1 \frac{\sqrt{5}}{9} = \frac{4\sqrt{2}}{9} mv_1 + MU'$

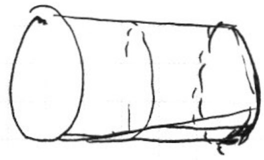
$U - U' = \frac{4\sqrt{2}+\sqrt{5}}{9} \cdot \frac{m}{M} v_1$

$\frac{3l}{9} \cdot \frac{m}{M} v_1$

$\frac{q}{\varepsilon_0 S}$

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

№2



$p_1 V_1 = \nu R T_1$

$p_2 V_2 = \nu R T_2$

$p_1 = p_2$

3:4

$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}} = \frac{3}{4}$

335

$\frac{3}{2}\nu R(T_0 - T_1) + \frac{3}{2}\nu R(T_0 - T_2) = 0$

$T_0 = \frac{T_2 + T_1}{2}$

$Q_1 = \frac{3}{2}\nu R(T_0 - T_1) + A$

$Q_2 = \frac{3}{2}\nu R(T_0 - T_2) + (-A)$

$Q_1 + Q_2 = \frac{3}{2}\nu R(T_0 - T_1) + \frac{3}{2}\nu R(T_0 - T_2)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{L_1 I^2}{2}$ $\frac{L_2 I^2}{2}$

$T = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{2} + \frac{2\pi\sqrt{3LC}}{2} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3}+\sqrt{8})$

$A = \int \varepsilon dq - \int dU$

$\frac{Cq^2}{2}$

$3 \cdot \frac{2LI \cdot \dot{I}}{2} + \frac{2 \cdot 2LI \cdot \dot{I}}{2} + \frac{q^2 \, 2q \cdot \dot{q}}{2C} = 0$ $\dot{I}$ $\ddot{I}$

$dQ = dU + dA$

$5L\dot{I} \cdot I + \frac{1}{C} I = 0$

$\sqrt{5} \approx \sqrt{5{,}00} \approx$
$\approx 2{,}2$

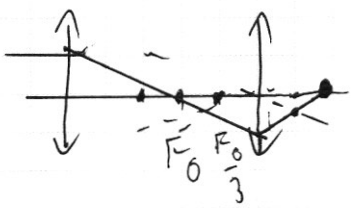
$\ddot{I} + 5LC\, I = 0$

529

$\omega = \frac{1}{\sqrt{5LC}}$

$440+44$
484

$2{,}5F_0$



$(2{,}25)^2 =$
$= 3^2 \cdot 5^4 = 625 \cdot 81$

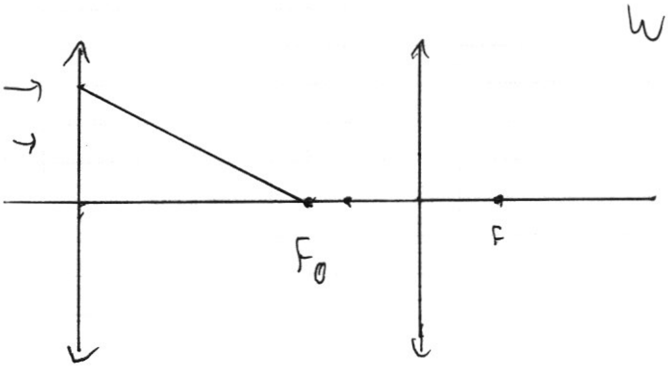
$q = q_{max} \sin(\omega t)$

$\dot{q} = I = \cancel{I_{max}}\, q_{max}\, \omega \cos(\omega t)$

$2{,}25 > \sqrt{5}$

$\times \frac{625}{81}$
625
5000
$5{,}0625$

$\omega q_{max} \cos$



$\sqrt{17{,}00} \approx$

$49 \cdot 25$

$\times \frac{46}{46}$
276
184

$\times \frac{35}{35}$

$\times \frac{42}{42}$ $\frac{41}{41}$
84 164 1681
168
1764

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)