

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

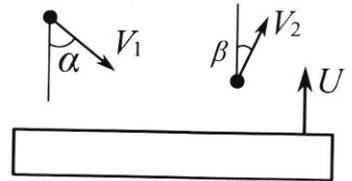
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

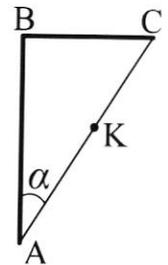


- 1) Найти скорость V_2 .
- 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе. Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

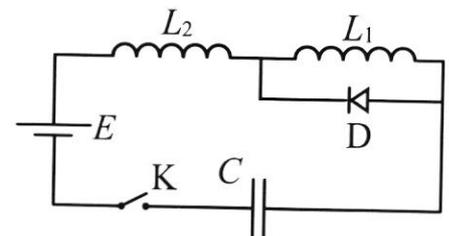
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

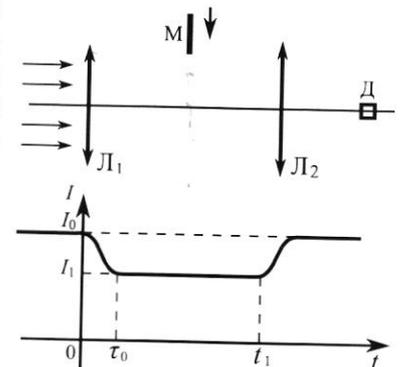
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.

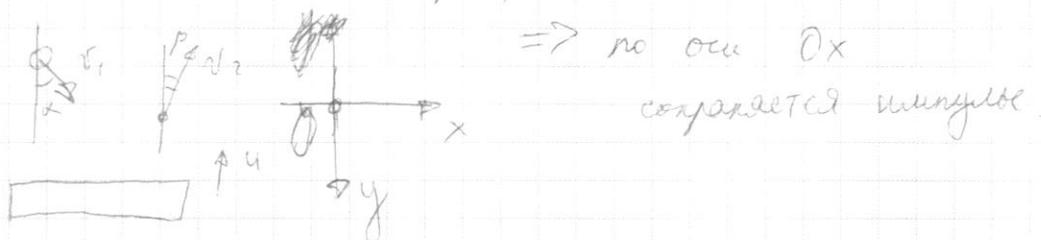


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Массивная мишень ~~летит~~ не имеет своей скорости при ударе ~~летит~~ μ к. поверхность гладкая, т.е. трения нет. А значит при ударе возникает только нормальная составляющая силы реакции опоры, которая \perp мишени.



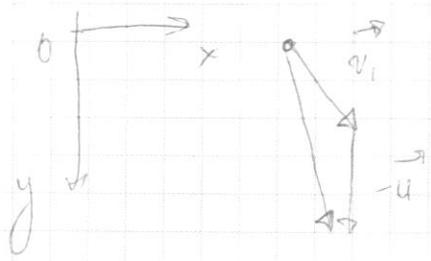
\Rightarrow по оси Ox сохраняется импульс.

p_{x1} - параллельный импульс по оси Ox $p_{x1} = m v_1 \sin \alpha$
 p_{x2} - касательный импульс по оси Ox $p_{x2} = m v_2 \sin \beta$

$\Rightarrow p_{x1} = p_{x2} \Rightarrow v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$

1) $v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2} v_1 = 18 \frac{m}{c}$

2) Перегнем в с.о. скорости шарика в этой с.о. равна $\vec{v}_1 - \vec{u}$.



Найдём вертикальную составляющую скорости Oy равна $(v_1 \cos \alpha + u)$

В с.о. миши, миша неподвижна, а шарик отскакивает от неё с некоторой скоростью \vec{v} . Пусть вертикальная

составляющая этой скорости v_y .

Чтобы отскок был возможен, v_y должна быть больше 0

1. продолжение. Перегнем обратно в р.о. Земли
 вертикальная скорость оттока в этой с.о.
 равна $\vec{v}^p + u$, а вертикальной составляющая
 равна $(v_y + u)$. С другой стороны это $v_2 \cos \beta$

$$v_y = v_2 \cos \beta - u > 0$$

$$u < v_2 \cos \beta$$

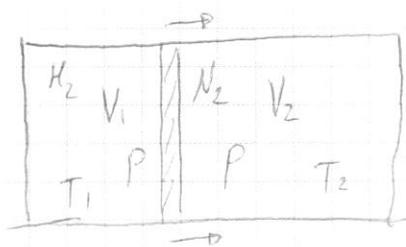
$$u < \sqrt{1 - \frac{1}{9}} \cdot 18 \frac{m}{c}$$

$$u < \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot 18 \frac{m}{c} \quad u < 12\sqrt{2} \frac{m}{c}$$

$$u > 0$$

Ответы: 1) $v_2 = 18 \frac{m}{c}$ 2) $u \in (0; 12\sqrt{2} \frac{m}{c})$

2.



П.к. поршень движется медленно,
 то можно считать, что
 его ускорение равно 0, а
 значит давления слева и справа
 равны, так равно силы

П.к. в том месте давление равно в параллельной
 момент. Запишем уравнения Менделеева-Клапейрона

$$\begin{cases} PV_1 = \nu RT_1 \\ PV_2 = \nu RT_2 \end{cases}$$

V_1, V_2 - объемы, занимаемые
 водородом и азотом
 соответственно

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{35}{55} \approx 0,64$$

Пусть в сосуде установилась температура T .

I начало термодинамики для водорода: $Q_{H_2} = A_{H_2} + \Delta U_{H_2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. продолжим для азота $Q_{N_2} = A_{\text{кад } N_2} + \Delta U_{N_2}$

$Q_{K_2} + Q_{N_2} = 0$, так сосуд теплоизолирован.

$$p = \text{const}$$

Если $A_{\text{кад } N_2} = -p \Delta V_{N_2}$, то тогда $A_{\text{кад } K_2} = +p \Delta V_{K_2}$ т.е.

$$A_{\text{кад } N_2} + A_{\text{кад } K_2} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta U_{K_2} + \Delta U_{N_2} = 0$$

$$\frac{5}{2} \nu R (T - T_1) + \frac{5}{2} \nu R (T - T_2) = 0$$

$$2T = T_1 + T_2 \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$T = \frac{350 + 550}{2} \text{ К} = 450 \text{ К}$$

Азот передаст водороду столько ^{тепла} сколько ^{сделает} получит водород, т.е.

$$Q_{K_2} = A_{\text{кад } K_2} + \Delta U_{K_2}$$

$$\Delta U_{K_2} = \frac{5}{2} \nu R (T - T_1) = \frac{5}{2} \nu R \frac{T_1 + T_2 - 2T_1}{2} = \frac{5}{2} \nu R \frac{T_2 - T_1}{2}$$

$$A_{\text{кад } K_2} = -p \Delta V_{K_2} \quad (\text{если газ расширялся, то работа})$$

(кад или меньше 0)

$$A_{\text{кад } K_2} = -\nu R (T - T_1) = \nu R (T_1 - T)$$

$$Q_{K_2} = \nu R (T_1 - T) + \frac{5}{2} \nu R \frac{T_2 - T_1}{2} = -\nu R \cdot 100 \text{ К} + \frac{5}{2} \nu R \cdot 100 \text{ К} =$$

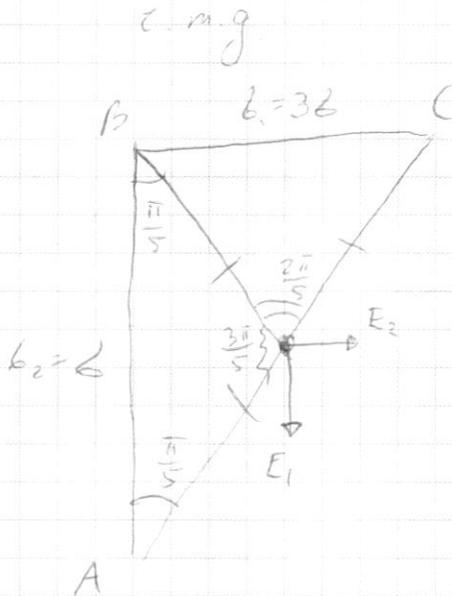
$$= \frac{3}{2} \nu R \cdot 100 \text{ К} = \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{7} \cdot 8,31 \cdot 100 \text{ Дж} = \frac{831}{7} \cdot 9 \approx 1044 \text{ Дж}$$

Ответы: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{35}{55} \approx 0,64$ 2) $T = 450 \text{ К}$ 3) $Q \approx 1044 \text{ Дж}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

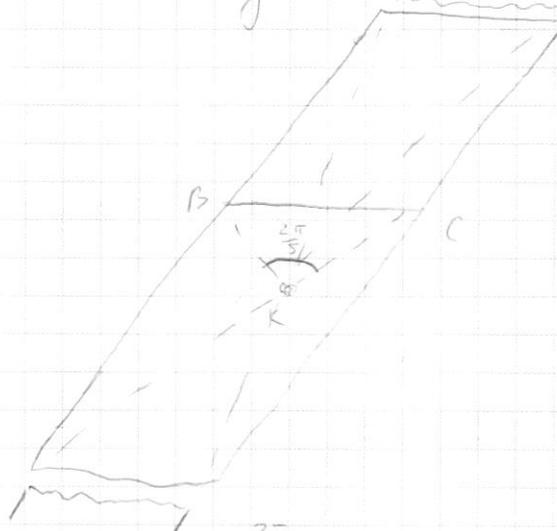
3 продолжение

$$E_{\perp} = \sum \Delta E_{\perp} = \sum \frac{\omega}{4\pi} \frac{d}{\epsilon_0} = \frac{d}{4\pi \epsilon_0} \sum \omega = \frac{d \Sigma}{4\pi \epsilon_0}$$



$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

Найдем Σ_1 , по которому
видна BC .



$$\frac{\Sigma_1}{4\pi} = \frac{2\pi}{2\pi}$$

2π - площадь проекции угла

Т.к. площадь бесконечная

$$\frac{\Sigma_1}{4\pi} = \frac{2}{10}$$

Аналогично $\frac{\Sigma_2}{4\pi} = \frac{3}{10}$

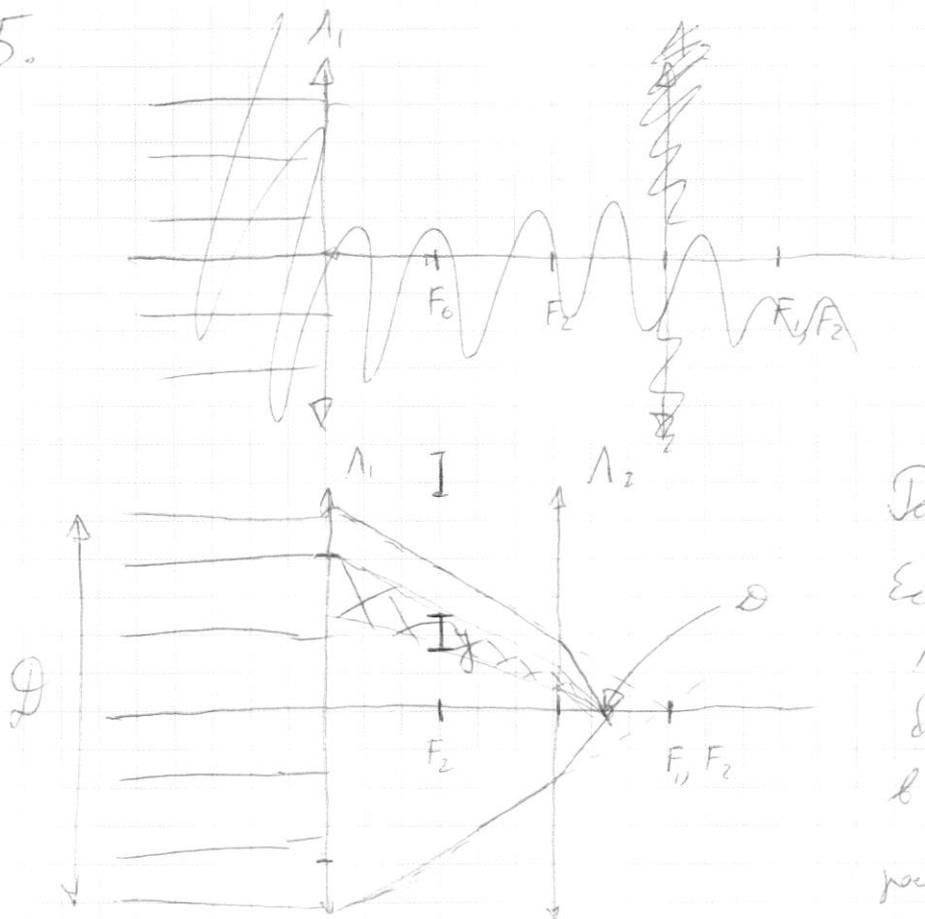
$$E_2 = \frac{d}{\epsilon_0} \cdot \frac{3}{10}$$

$$E_1 = \frac{36}{\epsilon_0} \cdot \frac{2}{10} = \frac{6}{10} \frac{d}{\epsilon_0}$$

$$E = \sqrt{\frac{9}{100} \frac{36}{100} \frac{d}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{45}{100}} \frac{d}{\epsilon_0} = \frac{3}{10} \sqrt{5} \frac{d}{\epsilon_0}$$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$ 2) $E = \frac{3\sqrt{5}}{10} \frac{d}{\epsilon_0}$

5.



Построение от L_2 до $D=x$

Если бы не было L_2 , то L_1 построила бы изображение пучка в фокусе на расстоянии $3F_0$.

Ко севе L_2 можно

считать, что для неё предмет является линзой и находится на расстоянии F_0 .

f -на точки линзы для L_2

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{F_0} = \frac{1}{F_0} \rightarrow x = \frac{F_0}{2}$$

Диаметр мишени y .

$I \sim P_{\text{света}} \sim S_{\text{пучка}}$ (т.к. интенсивность одинакова во всех сечениях). Когда мишень займёт позицию, она будет вырезать одинаковую площадь в процессе движения, а значит ток будет постоянным (I_1)

Периодические моменты на графике $I(t)$ соответствуют входу и выходу мишени. Каждый момент, который будет вырезать мишень.

4. Если ток течет по L_2 влево, то схема выглядит так:



$$\varepsilon - L_2 \ddot{q} - L_1 \ddot{q} = \frac{q}{C}$$

$$7L \ddot{q} + \frac{q}{C} - \varepsilon = 0$$

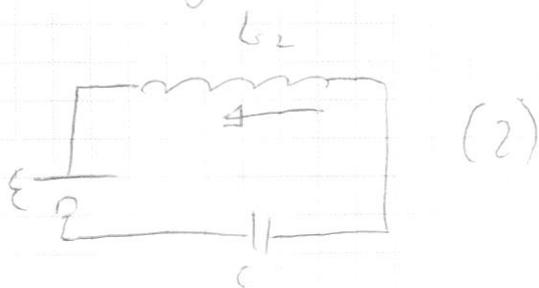
$$\ddot{q} + \frac{q}{7LC} - \frac{\varepsilon}{7L} = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{7LC}(q - \varepsilon C) = 0 \quad q - \varepsilon C = \gamma$$

$$\ddot{\gamma} + \frac{1}{7LC} \gamma = 0 \quad - \text{гармонические колебания}$$

с периодом $T_1 = 2\pi \sqrt{7LC}$

Если ток течет по L_2 вправо, то схема выглядит так:



$$3L \ddot{q} + \frac{q}{C} - \varepsilon = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{3LC}(q - \varepsilon C) = 0$$

$$\ddot{\gamma} + \frac{1}{3LC} \gamma = 0 \quad - \text{колебания}$$

с периодом $T_2 = 2\pi \sqrt{3LC}$

Когда ключ замыкается ток в цепи возрастает

до I_m , за $\frac{T_1}{4}$ ~~и~~ ~~тогда~~ I_m течет вправо

Чтобы найти период T , найдем момент, когда

~~ток~~ I_m будет снова течь вправо

4. предположим через $\frac{T_1}{4}$ ток станет равен 0

Затем схема поменяется на вторую и через $\frac{T_1}{2}$

ток снова будет 0. Опять поменяется схема, и

через $\frac{T_1}{4}$ ток I_m будет тоже равен.

$$T = \frac{T_1}{4} + \frac{T_1}{2} + \frac{T_1}{4} = \frac{T_1 + T_1}{2} = \pi\sqrt{7LC} + \pi\sqrt{4LC}$$

Для схемы 1:

$$q - EC = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$I = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{в } t=0: I=0 = -A\omega \sin \varphi \Rightarrow \sin \varphi = 0$$

$$q=0: -EC = A \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = -1$$

$$A = EC$$

$$I_{\max,1} = A\omega = EC \cdot \sqrt{\frac{1}{7LC}} = \sqrt{\frac{E^2 C}{7L}}$$

Для схемы 2:

$$q - EC = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$I = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{в } t=0: q_{\max} = 2EC$$

$$2EC - EC = A \cos \varphi$$

$$EC = A \cos \varphi$$

$$0 = -A\omega \sin \varphi \Rightarrow \sin \varphi = 0$$

$$\cos \varphi = 1 \quad A = EC$$

в (нулевой момент времени для этой схемы соответствует моменту, когда заряд на конденсаторе максимальный)

$$I_{\max,2} = A\omega = EC \cdot \sqrt{\frac{1}{3LC}} = \sqrt{\frac{E^2 C}{3L}}$$

$$\text{Ответы: } 1) T = \pi(\sqrt{7LC} + \sqrt{4LC}) \quad 2) I_{\max,1} = \sqrt{\frac{E^2 C}{7L}} \quad 3) I_{\max,2} = \sqrt{\frac{E^2 C}{3L}}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

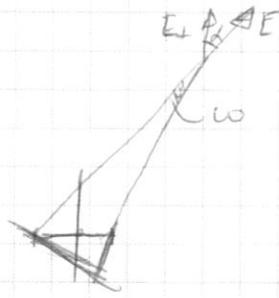
$$831 \cdot \frac{2}{7} = \frac{9}{7}$$

$$V = V_{RT}$$

$$131 \cdot 7$$

$$\frac{831 \cdot 9}{7}$$

$$\begin{array}{r} 831 \mid 7 \\ - 7 \\ \hline 13 \\ - 7 \\ \hline 41 \\ 35 \\ \hline 60 \\ - 56 \\ \hline 40 \\ 35 \\ \hline 50 \\ - 49 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 115,857 \\ 116 \end{array}$$

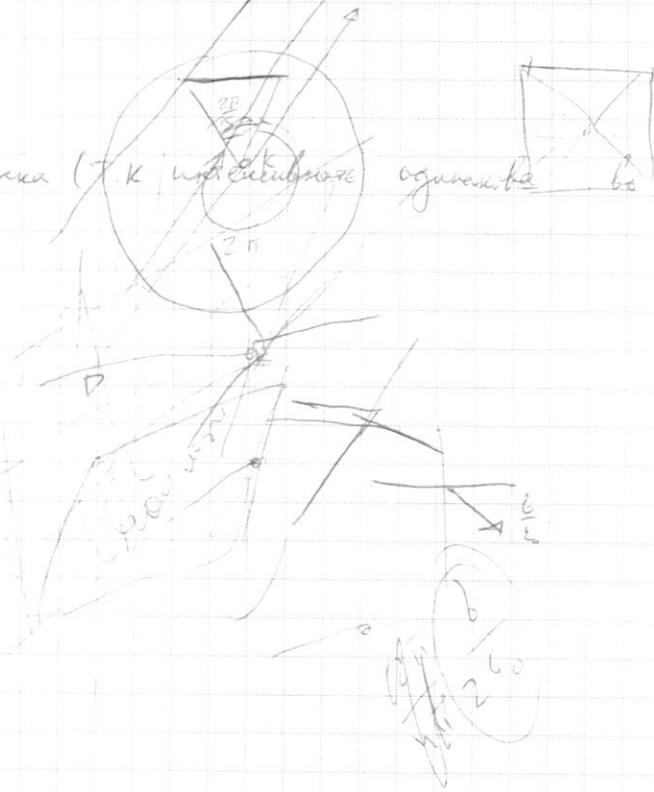


$$\begin{array}{r} 115,857 \\ \times 9 \\ \hline 1042,713 \\ + 950 \\ \hline 1044 \end{array}$$

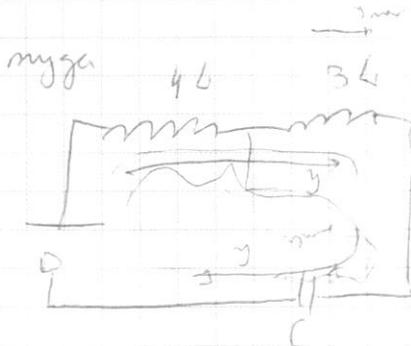
$$E_{\perp} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2 \cdot \omega k^2}{\cos\alpha} \cdot \cos\alpha$$

Р ток

$I \sim P_{\text{тока}} \sim S_{\text{тока}}$ (т.к. ω и k одинаковы во всех случаях)



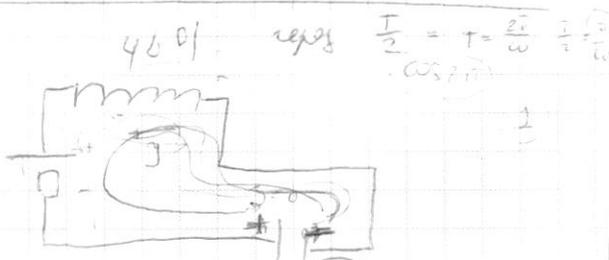
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$q = \varepsilon C + \varepsilon C \cos(\omega t + \pi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$T_1 = 2\pi\sqrt{LC}$ $L_1 = \frac{L}{2}$



$q = \varepsilon C + \varepsilon C \cos \omega t$ $2\varepsilon C$ - max заряд

$$\begin{array}{r} 350 \\ - 330 \\ \hline 200 \\ - 165 \\ \hline 35 \end{array}$$

0,63633
0,64

$q = \varepsilon C + \varepsilon C \cos \omega t$

$$\frac{q}{C} - \varepsilon = \varepsilon \cos \omega t$$

$$q - \varepsilon C = \varepsilon C \cos \omega t$$

$$q = \varepsilon C = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$2\varepsilon C - \varepsilon C = A \cos \varphi$$

$$\varepsilon C = A \cos \varphi$$

$$y = -A \cos \sin \varphi$$

$$\sin \varphi = 0$$

$$\cos \varphi = 1$$

$$\varphi = 0$$

$$T = t_1 + t_2$$

$$\frac{T_1}{4} + \frac{T_1}{2} + \frac{T_1}{4} = t_1 + t_2$$

$$\varepsilon - 7L\ddot{q} = \frac{q}{C}$$

$$\frac{q}{C} + 7L\ddot{q} - \varepsilon = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{7LC} - \frac{\varepsilon}{7L} = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{7LC}(q - \varepsilon C) = 0$$

$$q - \varepsilon C = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$-\varepsilon C = A \cos \varphi$$

$$y = -A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$0 = -\sin \varphi$$

$$\cos \varphi = \pm 1$$

$$\cos \varphi = -1$$

$$A = \varepsilon C$$

$$\varphi = \pi$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{4LC}}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{4LC}$$

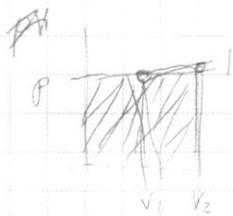
$$t_2 = \frac{T_2}{2}$$

$$\frac{35}{55}$$

$$Q_{H_2} = -A_{H_2} + A \Delta U_{H_2}$$

$$= \cancel{p \Delta V} - \cancel{p \Delta V} + \frac{5}{2} \nu R T - \frac{5}{2} \nu R T_1$$

$$\frac{5}{2} \nu R \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{2T_1}{2} \right) = \frac{5}{2} \nu R \left(\frac{T_2 - T_1}{2} \right)$$



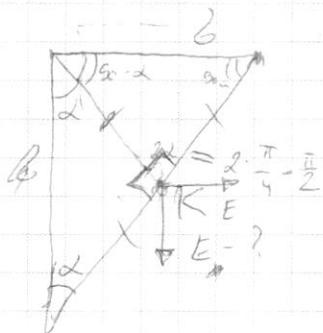
$$p \Delta V = p \frac{V_2}{2} - p V_1 = \nu R (T_2 - T_1)$$

$$T - T_1 = T_2 - T$$

$$Q = \frac{5}{2} \nu R \cdot 100K - \nu R \cdot 100K = \frac{3}{2} \nu R \cdot 100K$$

3)

1)



$$\frac{1}{4\pi}$$

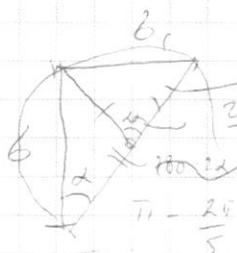
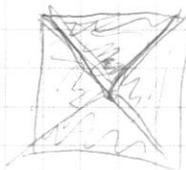
$$\Omega = \frac{1}{4} \frac{\pi}{\pi} = \frac{\pi}{4}$$

b керек $\sqrt{2}$ раз

$$E_1 = \frac{\Omega}{4\pi} \frac{b}{\epsilon_0}$$

$$E \downarrow \Rightarrow E \sqrt{2} E$$

2)



$$\Omega_1 = \frac{2\pi}{5} \frac{4\pi}{2\pi} = \frac{1}{5} \cdot 4\pi$$

$$\Omega_2 = \frac{3\pi}{5} = \frac{3}{10} \cdot 4\pi$$

$$E_1 = \frac{2}{10} \frac{3b}{\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{3}{10} \frac{b}{\epsilon_0}$$

$$= \frac{6}{10} \frac{b}{\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{3}{10} \frac{b}{\epsilon_0}$$

$$E = \sqrt{\frac{36}{100} + \frac{9}{100}} \frac{b}{\epsilon_0} = \frac{3}{10} \sqrt{5} \frac{b}{\epsilon_0}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)

$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$
 $v_1 \frac{1}{2} = v_2 \frac{1}{3}$
 1) $v_2 = \frac{3}{2} v_1 = \frac{3}{2} (12) \text{ м/с} = 18 \text{ м/с}$

$v_1 \cos \alpha + u = v_2 \cos \beta$
 $v_2 \cos \beta = v_1 \cos \alpha + u$
 $v_2 \cos \beta = 12 \cos 60^\circ + 4 = 12 \cdot \frac{1}{2} + 4 = 6 + 4 = 10$
 $v_2 = \frac{10}{\cos \beta}$

$v_y + u = v_2 \cos \beta$
 $v_y = v_2 \cos \beta - u \geq 0$
 $18 \frac{10}{3} \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = 18 \frac{\sqrt{8}}{3} = 12\sqrt{2}$

2)

$p_1 = p_2 = p$
 $pV_1 = \nu RT_1$
 $pV_2 = \nu RT_2$
 $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

$Q_1 = A_{N_2} + \Delta U_{N_2}$
 $Q_2 = A_{N_2} - \Delta U_{N_2}$

$$\frac{5}{9} \frac{D^2}{4} = \frac{D^2}{4} - \frac{D}{4} \cdot \frac{9}{4} y^2$$

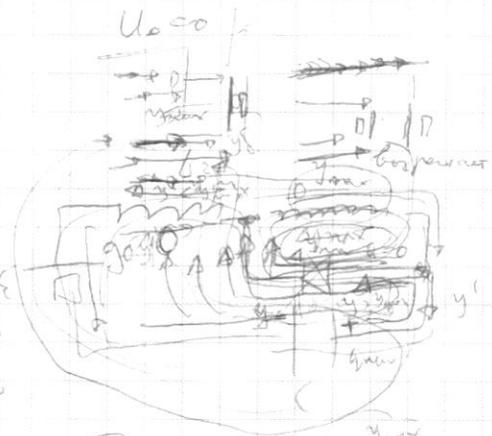
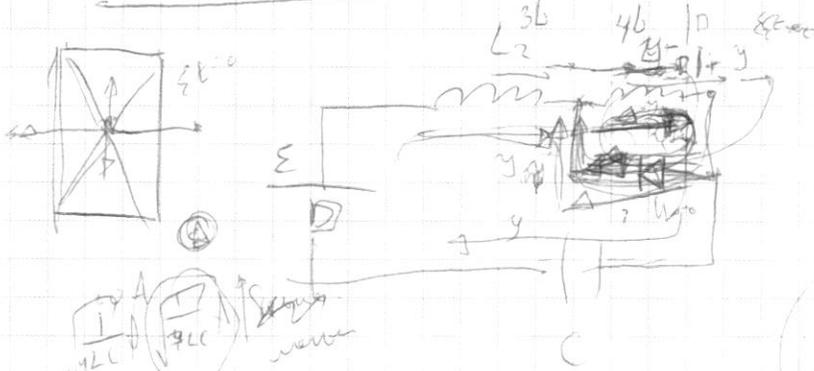
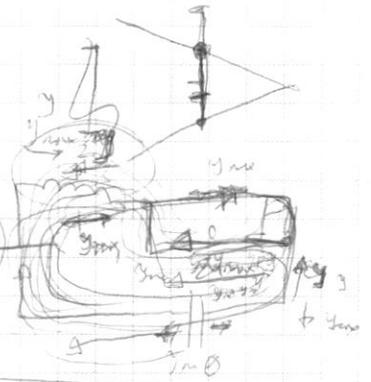
$$\frac{9}{4} y^2 = \frac{4}{9} D^2 \cdot \frac{4}{9}$$

$$y = \frac{4}{9} D$$

$$v = \frac{y}{\tau_0} = \frac{4D}{9\tau_0}$$

$$t_1 v = \frac{2}{3} D$$

$$l_1 = \frac{2}{3} D \cdot \tau_0 = \frac{2}{3} \tau_0$$



$$\varepsilon - 7L \ddot{q} = \frac{q}{C}$$

$$7L \ddot{q} + \frac{q}{C} - \varepsilon = 0$$

$$7L \ddot{q} + \frac{q}{76C} - \frac{\varepsilon}{76} = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{76C} \left(\frac{1}{76} - \frac{\varepsilon}{\varepsilon C} \right) = 0$$

$$q - \varepsilon C = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$q - \varepsilon C = A \cos \varphi = \varepsilon C$$

$$-\varepsilon C = A \cos \varphi \quad \varphi > 0$$

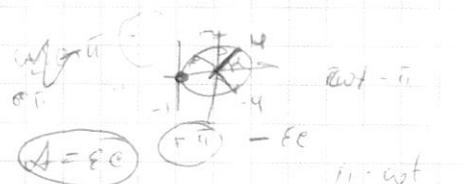
$$I = -A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$0 = -A \sin \varphi \quad \sin \varphi = 0$$

$$I = -\varepsilon C \omega \sin(\omega t + \pi) = \varepsilon C \omega \sin(\omega t + \pi)$$

$$I_{max} = \sqrt{\frac{\varepsilon C}{7L}}$$

$$q_{max} = \sqrt{\frac{\varepsilon C}{3L}}$$



$$\cos \varphi < -1$$

$$\cos \varphi = \pm 1$$

