

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

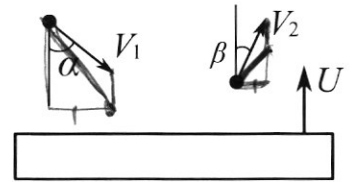
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



Handwritten notes and calculations:

$$a, b = \sqrt{x}$$

$$a, b^2 = x \Rightarrow$$

$$100a^2 + 100ab + b^2 = x$$

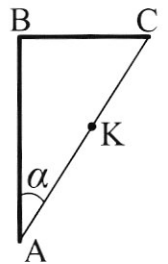
$$b = \frac{-100a \pm \sqrt{100a^2 + 4x}}{2}$$

- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

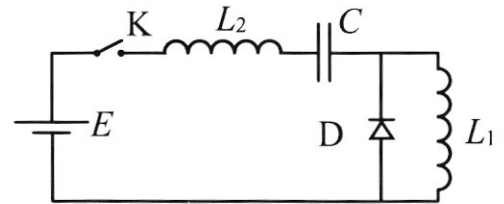
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



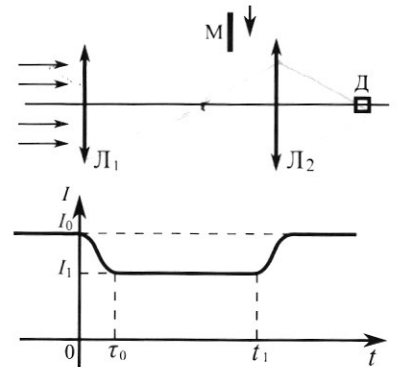
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



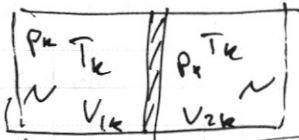
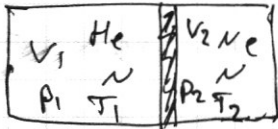
- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2



$$= \frac{336}{440} = \frac{3}{4}$$

Т.к. поршень находится
в равновесии, следовательно $\Rightarrow P_1 = P_2$

(~~идеальный газ~~)

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{U_{He}}{U_{He}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\nu R T_1}{P_1}}{\frac{\nu R T_2}{P_2}} = \frac{T_1}{T_2}$$

Т.к. в конечном положении поршень не движется,
соединяем все проб. тепло \Rightarrow по 3.СЭ:

$$\Delta E_0 = E_k \Rightarrow \frac{1}{2} \nu R T_1 + \frac{1}{2} \nu R T_2 =$$

$$= \frac{1}{2} \nu R T_k + \frac{1}{2} \nu R T_k \Rightarrow T_k = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{770}{2} =$$

$$= 385 \text{ K}$$

$$\Delta E_q = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \nu R (T_k - T_1) + \frac{1}{2} \nu R (T_k - T_2) = 0$$

$$\Delta U_{He} = -\Delta U_{He} = \frac{1}{2} \nu R (T_k - T_1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{25} \cdot 8,31 \cdot 355 =$$

$$\Rightarrow V_{1k} = V_{2k}$$

$$\begin{cases} P_k V_{1k} = \nu R T_k \\ P_k V_{2k} = \nu R T_k \end{cases} \Rightarrow$$

$$P_k = \frac{\nu R T_k}{V_{1k} + V_{2k}} = \frac{\nu R (T_1 + T_2)}{V_0 = V_1 + V_2}$$

Т.к. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow P_k = P_1 = P_2$

$$\left(\begin{aligned} P_1 = P_2 = \frac{\nu R (T_1 + T_2)}{V_1 + V_2} &= \frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2} \end{aligned} \right)$$

$$A_{He} = \int p dV = P_1 \cdot (V_k - V_2)$$

$$Q_{не \rightarrow не} = \Delta U_{не} + A_{не} = -\Delta U_{не} + A_{не} \quad (P_k - A_{не} = A_{не})$$

$$= P_1 (V_k - V_1); \quad Q_{не \rightarrow не} = Q_{не \rightarrow не}, \quad (P_k \text{ гориз, } P_1 \text{ гориз, } \text{гориз, } \text{гориз, } \text{гориз, } \text{гориз})$$

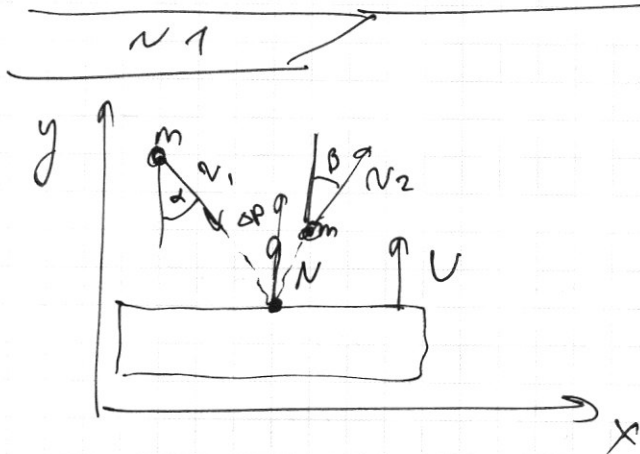
$$Q = \frac{i}{2} (P_k V_k - P_1 V_1) + P_1 (V_k - V_1) = \frac{i}{2} P_1 (V_k - V_1) + P_1 (V_k - V_1)$$

$$= P_1 (V_k - V_1) \cdot \left(\frac{i}{2} + 1\right) = P_1 \cdot \frac{(P_k - P_1) \cdot NR}{P_1} \cdot \frac{i-2}{2} =$$

$$= \boxed{(P_k - P_1) NR \frac{i-2}{2}} \quad i=3 \text{ т.к. } \text{т.к. } \text{т.к. } \text{одна } \text{одна}$$

$$Q = 55 \cdot \frac{6}{25} \cdot 8,31 \cdot \frac{1}{2} = \frac{33}{5} \cdot 8,31 = 4,986 + 4,99 =$$

$$\approx \boxed{54,85 \text{ Дж}}$$



т.к. при ударе

$$N_x = 0 \Rightarrow \Delta P_x = 0$$

(\vec{v} направ вверх, мшта гориз)

$$\Rightarrow \Delta P_x = 0 = -m v_1 \sin \alpha + m v_2 \sin \beta$$

$$\Rightarrow v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow \boxed{v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}}$$

$$\Rightarrow \boxed{6 \cdot \frac{2}{3} = 12 \text{ м/с}}$$

$$v_{1y} = v_1 \cos \alpha = v_1 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} =$$

$$= 6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = 2\sqrt{5} \text{ м/с}; \quad v_{2y} = v_2 \cos \beta = v_2 \sqrt{1 - \sin^2 \beta} =$$

$$= 12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 8\sqrt{2} \text{ м/с}$$

т.к. удар неупругий $\Rightarrow |v_{2y \text{ отн}}| < |v_{1y \text{ отн}}|$

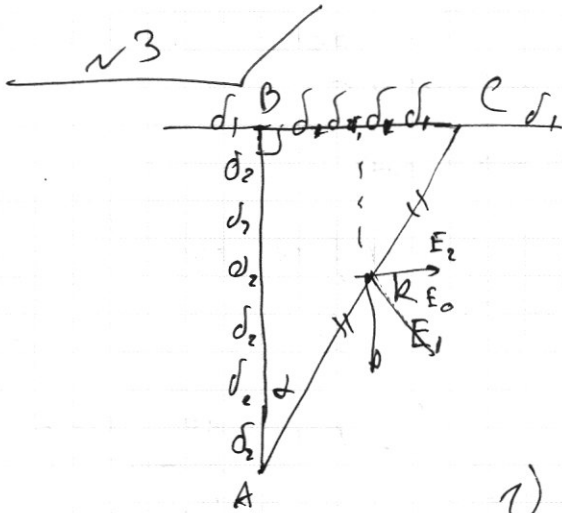
$$\Rightarrow (v_{1y} + U) \gg (v_{2y} - U) \Rightarrow \boxed{2U \gg v_{2y} - v_{1y} = 8\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \boxed{U > 4\sqrt{2} - \sqrt{5} \approx 5,6 - 2,24 \approx 3,4}$$

но $v_{2y \text{ отн}} > 0 \Rightarrow v_{2y} - U > 0 \Rightarrow \boxed{U < 8\sqrt{2} \approx 11,2}$

$$\Rightarrow \boxed{U \in (3,4; 11,2)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



для бесконечной
пластины

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, \text{ не зависит}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} \frac{\vec{r}_{AK}}{|\vec{r}_{AK}|} \quad \vec{E}_2 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} \frac{\vec{r}_{BK}}{|\vec{r}_{BK}|}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$$

1) т.к. K — середина AC ; $\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ \Rightarrow$

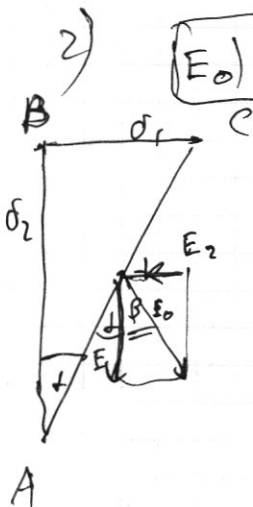
$$\Rightarrow |\vec{r}_{AK}| = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot AC = \frac{\sqrt{2}}{4} AC$$

$$|\vec{r}_{BK}| = \frac{1}{2} \cos \alpha \cdot AC = \frac{\sqrt{2}}{4} AC = |\vec{r}_{AK}|$$

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2; \vec{E}_1 \perp \vec{E}_2 \Rightarrow E_0 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{\sigma_2^2}{4\epsilon_0^2}} \quad (\sigma_1 = \sigma_2) = \frac{\sqrt{2}\sigma_1}{2\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \frac{E_0}{E_1} = \frac{\frac{\sqrt{2}\sigma_1}{2\epsilon_0}}{\frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}} = \sqrt{2} \approx 1,414$$



$$E_0 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \quad (E_1 \perp E_2) = \sqrt{\frac{16\sigma^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sqrt{17}$$

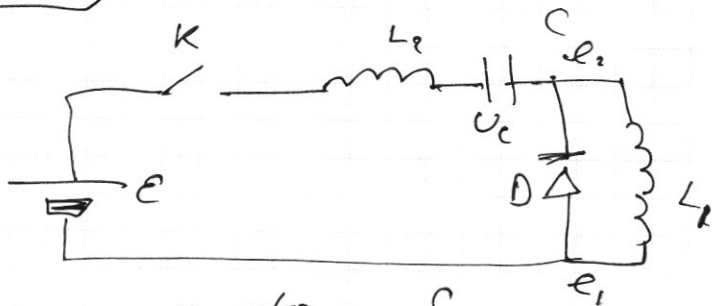
$$\tan \beta = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{\sigma}{2\epsilon_0}}{\frac{4\sigma}{2\epsilon_0}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \beta - \text{MAX} \Rightarrow$$

$$\sin \beta = \frac{E_2}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{17}} \Rightarrow \sin \beta \approx \beta \approx \frac{1}{\sqrt{17}}$$

$$\Rightarrow \beta + \beta = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{\sqrt{17}} \approx \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{12}$$

$$\approx \frac{3\pi}{24} + \frac{2\pi}{24} = \frac{5\pi}{24} \approx \frac{\pi}{5}$$

~ 4



сумма $U_C = 0$
 $\Rightarrow \varphi_2 > \varphi_1 \Rightarrow$
 \Rightarrow ток через
 конденсатор не течёт
 \Rightarrow (часть) зарядки
 конденсатора

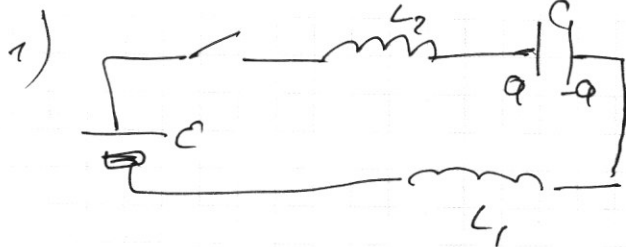


схема эквивалентна

по пр. Кирхгофа для цепи:

$$E + - L_2 I' - \frac{q}{C} - L_1 I' = 0$$

гармонич. колеб

$$\Rightarrow E = \frac{q}{C} = (L_2 + L_1) I' = (L_2 + L_1) q''$$

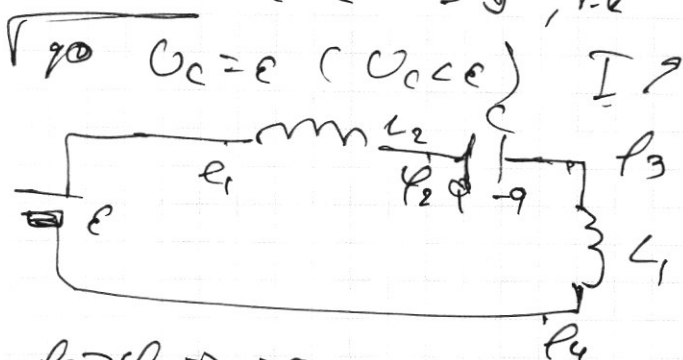
$$\Rightarrow q'' = -\frac{q}{C(L_2 + L_1)} + \frac{E}{L_2 + L_1} \Rightarrow \omega_{колеб} = \sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}}$$

$$\Rightarrow I = A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \quad A = eC$$

$$\Rightarrow I_{max} (\text{при } \sin = 1) = eC \cdot \sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2)}} = e \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$$

- знак при $U_C = E$

при $U_C > E$ I_D , т.к. катушки отдают энергию

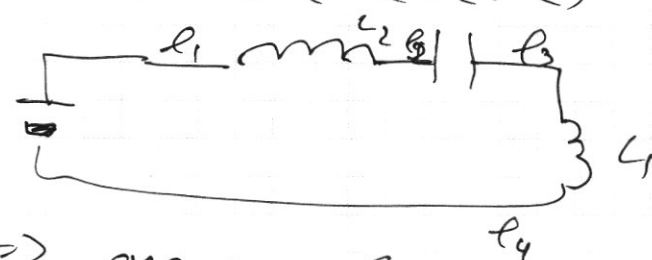


при $U_C < E$ по
 конденсатору течёт
 I_C ; $I_2 < I_1$

$$\Rightarrow \varphi_3 > \varphi_4; \varphi_1 > \varphi_2;$$

$\varphi_3 > \varphi_4 \Rightarrow$ ток не течёт через $L_2 \neq L_3$
 конденсатор

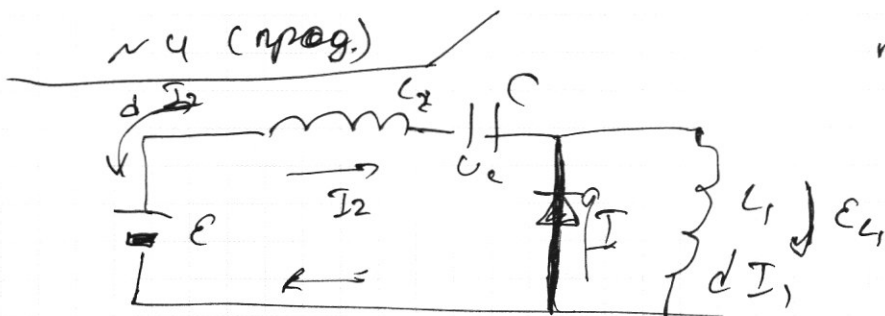
тогда $U_C = E$ ($U_C > E$) I_D



$I_D \Rightarrow E$ катушек > 0
 (при $U_C < E$ по конденсатору
 $\Rightarrow \varphi_4 > \varphi_3; \varphi_2 > \varphi_1$
 \Rightarrow ток через конденсатор
 течёт

\Rightarrow схема перевернута \Rightarrow новая схема!

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



н.ч.: $I_1' \cdot L_1 = 0$
 $\Rightarrow I_1' = 0 \Rightarrow$
 $I_1 = \text{const} =$
 $= I_{\text{max}} = E \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$

н.ч. $E - U_C + \mathcal{E}_{L_2} = 0 = E - \frac{q_C}{C} + |I_2' L_2| (I_2 \downarrow)$

$\Phi \quad |I_2'| = \frac{q_C}{C L_2} - \frac{E}{L_2} = |q_C''|$ (ток ~~через~~ I_2 течёт
через L_1 , а не через q_C , но $C L_1 = 0$, т.к.

$I_1 = \text{const}$; $I_2 \downarrow$ (I_1 не может \downarrow , т.к. ампл.
 $E_{C1} > 0$ и через q_C не пойдёт даже ток) $\Rightarrow I = I_1 - I_2$

$q_C'' = \frac{q_C}{C L_2} - \frac{E}{L_2} = \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{C L_2}}$

$I_2 = A \cdot \omega_2 \cos(\omega_2 t) = A_I \cdot \cos \omega_2 t = I_{\text{max}} \cdot \cos \omega_2 t$
 $= E \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{1}{C L_2}} \cdot t\right)$ - ~~нама~~ $I_2 > 0$ -

при $I_2 = 0$ (≤ 0) $\Rightarrow q_C = \dots$ $A = \frac{A_I}{\omega_2} = \frac{E \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}}{\sqrt{\frac{1}{C L_2}}} =$
 $= E C \sqrt{\frac{L_2}{L_1 + L_2}} \Rightarrow q_C = E C + \sin\left(\sqrt{\frac{1}{C L_2}} \cdot t\right) \cdot E C \cdot \sqrt{\frac{L_2}{L_1 + L_2}}$
 - всегда > 0 \Rightarrow ; q_C больше макс. не ~~закрыт~~.

$\Rightarrow I_1 = \text{const}$; не ~~измен~~ больше $\Rightarrow I_{\text{max}} = I_{\text{max}}$
 $= E \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = E \sqrt{\frac{C}{5L}} = I_{01} = I_{02}$

при ~~обратн~~ L_1 по часовой стрелке при

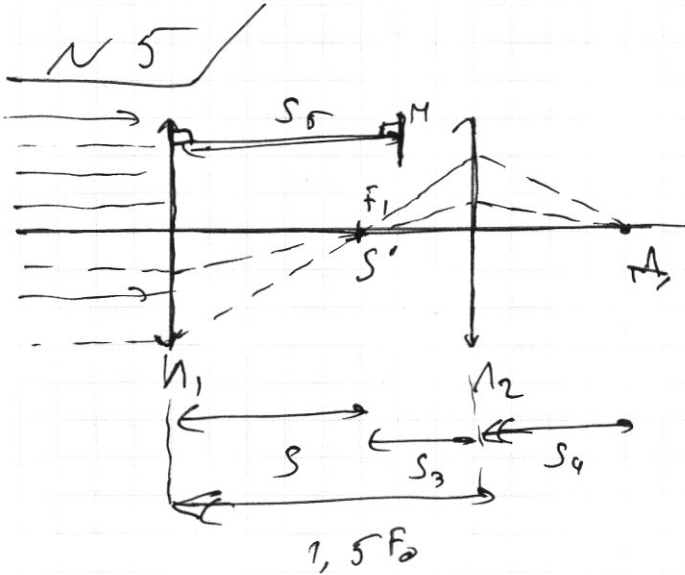
$I_2 > 0 \Rightarrow I = I_1 - I_2$; $I_2 < 0 \Rightarrow I = I_1 + |I_2|$

$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2\pi \sqrt{C L_2}$ ~~$= 2\pi \sqrt{C L_2}$~~ $I_{2\text{max}} = I_{02} = I_{\text{max}} = E \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$

~ч (прод.) ✓

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{CL_2}}} = 2\pi \sqrt{CL_2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$F_1 = F_0 ; F_2 = \frac{F_0}{3}$$

между S

т.к. лучи в первую
линзу попадают параллельно
оси $\Rightarrow S = F_1 = F_0$

$$\left(\frac{1}{F_0} = \frac{1}{S} + \frac{1}{S_2 \rightarrow \infty} \right) \Rightarrow$$

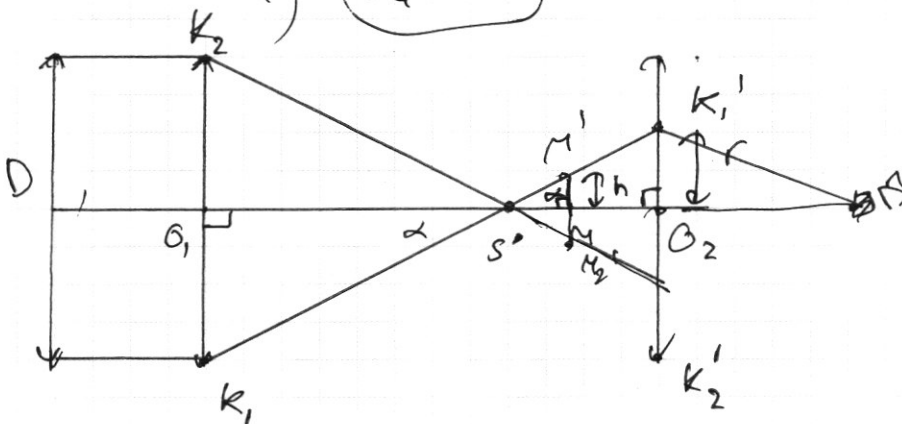
$$\Rightarrow \frac{1}{F_0} = \frac{1}{S} \Rightarrow S = F_0,$$

$$S_3 = 1,5 F_0 - S = \frac{F_0}{2}$$

$$\text{в } L_2: \frac{1}{S_4} + \frac{1}{S_3} = \frac{1}{F_2} = \frac{1}{\frac{F_0}{3}} \Rightarrow \frac{1}{S_4} = \frac{3}{F_0} - \frac{2}{F_0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{S_4} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow S_4 = F_0$$

1) $S_4 = F_0$



РАССМ КРАЙНИЙ

луч, прох
через линзу.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{D}{F_0}$$

лучи же линза
проводит через
M на оси (O1, O2)

$$\Rightarrow O_1 M = \frac{5}{4} F_0$$

$$O_2 S' = \frac{F_0}{2}$$

$$\Rightarrow S' M = \frac{5}{4} F_0 - F_0 = \frac{F_0}{4}$$

т.к. $O_1 K_1 S' \sim S' M M'$ (все стороны параллельны)

\Rightarrow 3-м углам \Rightarrow

$$\Rightarrow M M' = \operatorname{tg} \alpha \cdot S' M = \frac{D}{4}$$

~5 (продолжение)

$$\frac{O_2 K'}{S \cdot O_2} = \tan \alpha \Rightarrow O_2 K' = S \cdot O_2 \tan \alpha =$$

$$= \frac{D}{4}$$

т.к. на графике $I(t)$ сразу после $t=0$ I начал уменьшаться и достигнул 0 в $t=\tau_0$, а значит. beam $I=I_0$ (max I)

\Rightarrow от $t=0$ до $t=\tau_0$ интенсивность увеличивается

на M_1 (и не успевает разойтись все больше лучей; от $t=\tau_0$ до $t=t_1$ —

$I = \frac{8}{9} I_0 = I_1 \Rightarrow$ интенсивность на $(M_1 M_2)$ постоянна (M_2' — сдвинутая M_1 от (O_1, O_2)) — через неё

прох. крайний луч из K_2 (сист. сдвинута от (O_1, O_2)) $\Rightarrow t_1 - \tau_0 = \frac{M_1 M_2' - L_M}{v}$ — длина волны

$$\tau_0 = \frac{L_M}{v}; \quad t_1 = \frac{M_1 M_2'}{v} = \frac{2D}{8v} = \frac{D}{4v}$$

$I \sim$ потоку света

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{8}{9} = \left(\frac{\text{пучок}}{\text{пучок}} \right) \Rightarrow \frac{I_0 - I_1}{I_0} = \frac{1}{9}$$

$$= \frac{S_0 - S_M}{S_0} = \frac{\frac{\pi D^2}{4} - \pi \frac{L_M^2}{4}}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{D^2 - L_M^2}{D^2} \Rightarrow \frac{D^2 - L_M^2}{D^2} = \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow L_M = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot D^2} = \frac{D}{3}$$

если пучок круглый $L_M = kD$

$$\tau_0 = \frac{kD}{v} \Rightarrow v = \frac{kD}{\tau_0} =$$

$$t_1 = \frac{D}{4v} = \frac{D}{4 \cdot \frac{kD}{\tau_0}} = \frac{\tau_0}{4k}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi L_M^2}{4} = \frac{1}{9} \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\Rightarrow L_M = D/3 \Rightarrow k = 1/3$$

$$\Rightarrow v = \frac{D}{3\tau_0}; \quad t_1 = \frac{D}{4 \cdot \frac{D}{3\tau_0}} = \frac{3}{4} \tau_0$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Grid area for writing the answer.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)