Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

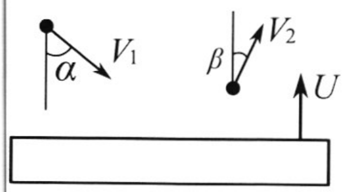
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость V_1 = 8 м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{3}{4}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{2}\right)$ с вертикалью.



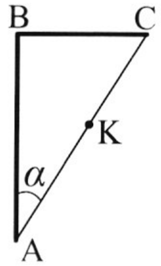
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота T_1 = 300 К, а кислорода T_2 = 500 К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$.
R = 8,31 Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

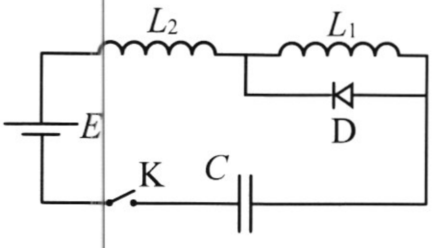
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

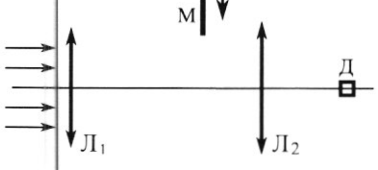
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

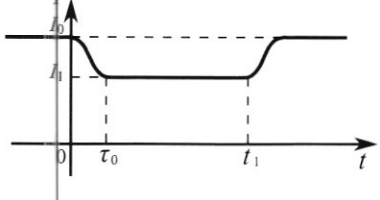
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{M1}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{M2}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

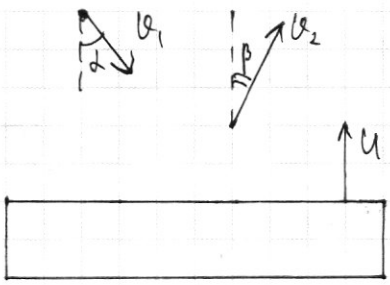
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



1) Даже при неупругом ударе сохраняется горизонтальная составляющая скорости, т.к. все силы взаимодействия перпендикулярны пластине, т.е. направлены по вертикали.

$\vartheta_1 \sin\alpha = \vartheta_2 \sin\beta$

$\vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{3}{2}\vartheta_1 = 12 м/с$

2) Перейдём в СО плиты. Тогда до удара скорость шарика по вертикали в данной СО такова: $\vartheta_{1y}' = \vartheta_1 \cos\alpha + u$. После удара она станет равна $\tilde{\vartheta}_{1y}$, будет направлена противоположно, причем $\tilde{\vartheta}_{1y} < \vartheta_{1y}' \Rightarrow \tilde{\vartheta}_{1y} < \vartheta_1 \cos\alpha + u$, т.к. удар неупругий. Вернёмся в СО Земли, для этого прибавим вектор $\vec{u}$:

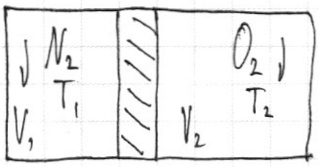
$\vartheta_2 \cos\beta = \tilde{\vartheta}_{1y} + u \Rightarrow \vartheta_2 \cos\beta < \vartheta_1 \cos\alpha + 2u \Rightarrow u > \frac{\vartheta_2 \cos\beta - \vartheta_1 \cos\alpha}{2}$

$\cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$u > \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2} м/с \Rightarrow u > 3\sqrt{3} - \sqrt{7} м/с$

Ответ: 1) $12 м/с$; 2) $u > 3\sqrt{3} - \sqrt{7} м/с$

2.



1) Известно, что поршень движется медленно $\Rightarrow$ давления с обеих сторон всё время равны друг другу, т.к. иначе поршень бы ускорялся. Запишем уравнения состояния:

$$\begin{cases} p_0V_1 = \nu RT_1 \\ p_0V_2 = \nu RT_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$$

2) Давления с обеих сторон равны $\Rightarrow$ газы всегда совершают одинаковую по модулю, но разную по знаку работу $\Rightarrow$ суммарная работа всегда равна нулю. Так как цилиндр теплоизолирован, то: $\Delta E + \Delta A = 0 \Rightarrow \Delta E = 0$.

$$\frac{5}{2}\nu R(T_1+T_2) = 2\cdot\frac{5}{2}\nu RT_k \Rightarrow T_k = \frac{T_1+T_2}{2} = 400\,K$$ – конечная температура.

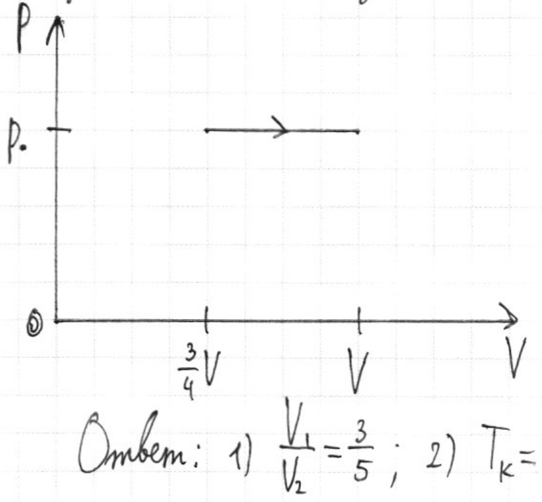
3) Пусть $2V$ – общий объём цилиндра, V_{N_2} – объём азота в некоторый момент. Из сохранения суммарной внутренней энергии сумма температур постоянна. Пусть T_{N_2} – температура азота в некоторый момент. Запишем уравнения состояния:

$$\begin{cases} pV_{N_2} = \nu RT_{N_2} \\ p(2V - V_{N_2}) = \nu R(T_1+T_2) - \nu RT_{N_2} \end{cases}$$

$$2pV - \nu RT_{N_2} = \nu R(T_1+T_2) - \nu RT_{N_2}$$

$$p = \frac{\nu R(T_1+T_2)}{2V}$$ – <u>давление постоянно</u>

Тогда над каждым газом совершается изобарический процесс. В конце объёмы газов сравняются и станут равны V. Начальный объём N_2 равен $\frac{3}{4}V$.



$$Q^{\downarrow}_{N_2} = \frac{7}{2}\nu R(T_k - T_1) = \frac{7}{2}\cdot\frac{3}{7}\cdot 8{,}31\cdot 100 = \frac{3}{2}\cdot 831 = 1246{,}5\text{ Дж} \approx 1{,}25\text{ кДж}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$; 2) $T_k = 400K$; 3) $Q^{\downarrow}_{N_2} \approx 1{,}25$ кДж

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

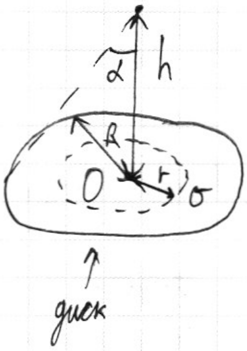
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. 1) Точка K находится на серединных перпендикулярах к AB и BC, поэтому в ней поля от каждой пластины направлены им перпендикулярно. Так как $\alpha = \frac{\pi}{4}$, AB = = BC, поэтому поля от каждой пластины в точке K равны

$$E_0 = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \sqrt{2}\, E_{BC} \Rightarrow$$ увеличится в $\sqrt{2}$ раз.

2) Сначала выведем формулу, по которой сможем определить поля от каждой грани в точке K. Их нельзя считать бесконечными плоскостями.

Рассмотрим поле (его перпендикулярную составляющую) в такой системе:



Разобьём диск на кольца малой толщины dr. Поле от одного такого кольца: $dE = \frac{2\pi r dr \sigma \cdot h}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+h^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma h r dr}{2\varepsilon_0 (r^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$

$$E_0 = \int_0^{E_0} dE = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r dr}{(r^2+h^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma h}{\varepsilon_0}\int_0^R \frac{d(r^2+h^2)}{(r^2+h^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sigma h}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}}\right) =$$

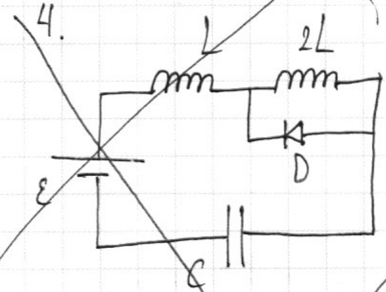
$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos\alpha) = \frac{2\pi(1-\cos\alpha)\sigma}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\Omega\sigma}{4\pi\varepsilon_0}$$

Ω – телесный угол, под которым видна поверхность.

Теперь каждую плиту можно разбить на много дисков, при этом суммарный телесный угол, под которым будет видна плита, равен $\frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} = \Omega_{пл.}$, т.к. всё пространство вокруг точки K можно закрыть шестью такими пластинами. Тогда поле от BC в точке K: $E_{BC} = \frac{\frac{2\pi}{3}\cdot 2\sigma}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{3\varepsilon_0}$, от AB в точке K: $E_{AB} = \frac{\sigma}{6\varepsilon_0}$ (можно применить эту формулу, т.к. $\bar{E}_{BC} \perp BC$, $\bar{E}_{AB} \perp AB$.

Тогда общее поле: $E_0 = \sqrt{E_{BC}^2 + E_{AB}^2} = \frac{\sigma}{3\varepsilon_0}\sqrt{1+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}\sigma}{6\varepsilon_0}$

4.



1) В начале колебательного процесса диод закрыт, т.к. ток сначала течёт против него. Уравнение колебаний при закрытом диоде:

$$3L\ddot{q} + \frac{q}{C} = \varepsilon$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{3LC}(q - C\varepsilon) = 0 \qquad \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$$

$q_1 = C\varepsilon(1 - \cos\omega_1 t)$, $\dot{q}_1 = \omega_1 C\varepsilon \sin\omega_1 t$

Решения удовлетворяют начальным условиям: $q_1(0) = 0$, $\dot{q}_1(0) = 0$.

Ток меняет своё направление при $t_1 = \frac{\pi}{\omega_1}$, в этот момент $q_1(t_1) = 2C\varepsilon$. Диод откроется, а ток через катушку течь не будет, т.к. при открытии диода ток через L_1 не течёт, и его значение должно быть неизменно, пока открыт диод, т.к. $U_D = 0$.

Уравнение колебаний при ~~закрытом~~ открытом диоде:

$$L\ddot{q} + \frac{q}{C} = \varepsilon \Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC}(q - C\varepsilon) = 0 \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$q_2 = C\varepsilon(1 + \cos\omega_2 t)$, $\dot{q}_2 = -\omega_2 C\varepsilon \sin\omega_2 t$ – удовлетворяет $q_2(0) = 2C\varepsilon$, $\dot{q}_2(0) = 0$.

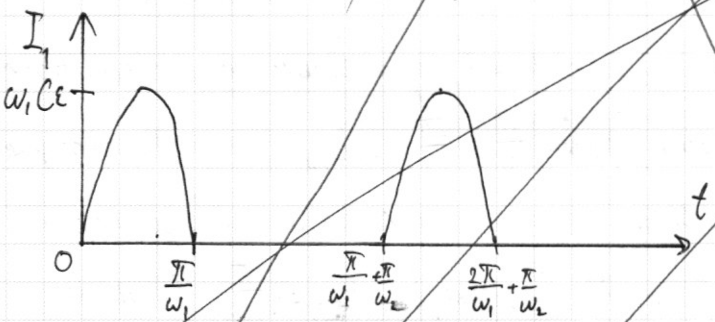
При $t_2 = \frac{\pi}{\omega_2}$ диод закроется, т.к. ток изменит направление, при этом $q_2(t_2) = 0$.

Вся схема вернулась в начальное состояние $\Rightarrow$ прошёл период колебания. Тогда:

$$T = t_1 + t_2 = \frac{\pi}{\omega_1} + \frac{\pi}{\omega_2} = \pi\sqrt{3LC} + \pi\sqrt{LC} = (\sqrt{3} + 1)\pi\sqrt{LC}$$

Решение см. на стр. 6

2) График $I_1(t)$ – ток через L_1 от времени:



$$I_{M_1} = \omega_1 C\varepsilon = \sqrt{\frac{C}{3L}}\varepsilon$$

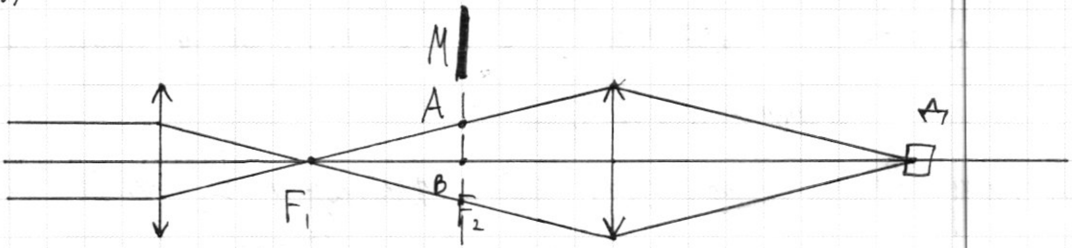
3) Через L_2 текут токи с разными амплитудами. В закрытом ~~состоянии~~ диода $A_1 = \omega_1 C\varepsilon$, в открытом $A_2 = \omega_2 C\varepsilon$; $\omega_2 > \omega_1 \Rightarrow A_2 > A_1$

$$I_{M_2} = \omega_2 C\varepsilon = \sqrt{\frac{C}{L}}\varepsilon$$

Ответ: 1) $T = (\sqrt{3} + 1)\pi\sqrt{LC}$; 2) $I_{M_1} = \sqrt{\frac{C}{3L}}\varepsilon$; 3) $I_{M_2} = \sqrt{\frac{C}{L}}\varepsilon$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. 1)



Параллельный пучок света фокусируется первой линзой в своём фокусе F_1. Получаем точечный источник на расстоянии $2F_0$ от второй линзы. По формуле тонкой линзы: $\frac{1}{2F_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$, отсюда $f = 2F_0$ => фотодетектор находится на расстоянии $2F_0$ справа от $Л_2$.

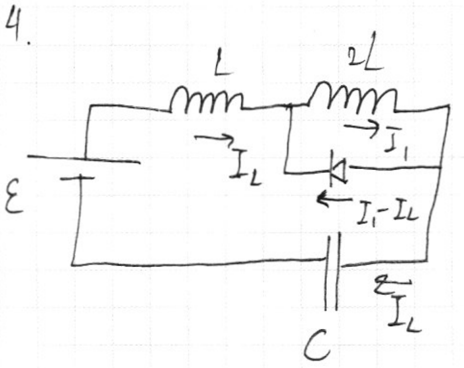
2) Мощность падающего на детектор света пропорциональна площади пучка на выходе из $Л_2$. А площадь пучка на выходе из $Л_2$ пропорциональна площади пучка в фокальной плоскости $Л_2$ (F_2). Видим, что установившееся значение тока при $\tau_0 < t < t_1$ на $\frac{1}{4}$ меньше изначального => мишень перекрывает $\frac{1}{4}$ площади пучка в плоскости F_2, тогда диаметр мишени в 2 раза меньше диаметра светового пучка в F_2. Из подобия треугольников AB (диаметр пучка) $= \frac{D}{2}$ => диаметр мишени: $D_M = \frac{D}{4}$.

От 0 до τ_0 мишень въезжает в пучок => $v\tau_0 = D_M$ => $v = \frac{D}{4\tau_0}$

3) От τ_0 до t_1 мишень полностью в пучке, за это время она сдвигается на $AB - D_M = \frac{D}{4}$. Тогда $t_1 - \tau_0 = \frac{D}{4v}$ => $t_1 = 2\tau_0$

Ответ: 1) $2F_0$; 2) $v = \frac{D}{4\tau_0}$; 3) $t_1 = 2\tau_0$

4.



1) Сначала диод закрыт, $I = \omega_1 C \varepsilon \sin \omega_1 t$, где $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{3LC}}$

В момент $t_1 = \frac{\pi}{2\omega_1}$ на катушках напряжение становится меньше 0 $\Rightarrow$ диод открывается, через L_1 будет течь ток $I_1 = \omega_1 C \varepsilon$, т.к. он не может резко измениться и $2L\frac{dI}{dt} = 0$

Расставим токи. При открытом диоде через конденсатор и L_2 течёт тот же ток, поэтому L_1 с диодом можно игнорировать. Найдём $q(t)$ для такой схемы: $q(t) = C\varepsilon + A\cos(\omega_2 t + \varphi_0)$

$$q(0) = C\varepsilon \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\dot{q}(0) = -A\omega_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_0) = \omega_1 C\varepsilon \Rightarrow A = \frac{\omega_1}{\omega_2} C\varepsilon \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$I_L = \omega_1 C \varepsilon \cos \omega_2 t$$

При $\frac{\pi}{2\omega_2} \le t \le \frac{3\pi}{2\omega_2}$ I_L монотонен $\Rightarrow$ диод открыт. После этого диод снова закрывается, и через ещё $\frac{\pi}{2\omega_1}$ схема возвращается в изнач. состояние.

$$T = \frac{\pi}{\omega_1} + \frac{\pi}{\omega_2} = (\sqrt{3} + 1)\pi\sqrt{LC}$$

2) $I_{M_1} = \omega_1 C \varepsilon = \sqrt{\frac{C}{3L}}\,\varepsilon$

3) $I_{M_2} = \omega_1 C \varepsilon = \sqrt{\frac{C}{3L}}\,\varepsilon$

Ответ: 1) $(\sqrt{3}+1)\pi\sqrt{LC}$; 2) $I_{M_1} = \sqrt{\frac{C}{3L}}\,\varepsilon$; 3) $I_{M_2} = \sqrt{\frac{C}{3L}}\,\varepsilon$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

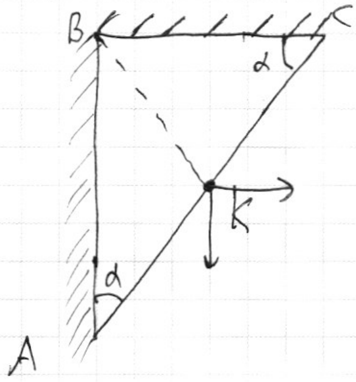
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

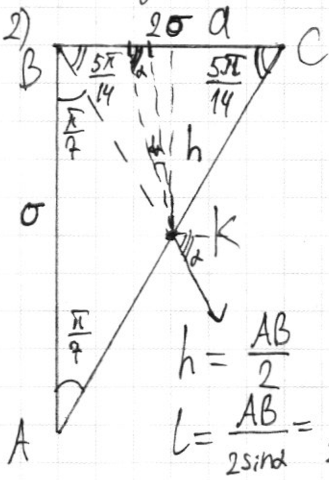
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.



1) в $\sqrt{2}$ раз

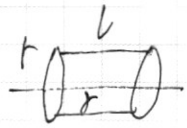
2)



$h = \frac{AB}{2}$

$l = \frac{AB}{2\sin\alpha} = \frac{h}{2\sin\alpha}$

$dq =$



$\frac{k\gamma l}{r^2}\cdot 2\pi r l = \frac{\gamma l}{\varepsilon_0}$

$E\cdot 2\pi r l = \frac{\gamma l}{\varepsilon_0}$

$E = \frac{\gamma}{2\pi r\varepsilon_0}$

$\gamma =$

$dl = \frac{h}{2}\cos\alpha - \frac{h}{2}\cos(\alpha + d\alpha)$

$E_{н} =$

$\Omega = 2\pi(1-\cos\alpha)$

$\Omega = 2\pi$

$\cos(\alpha + d\alpha) = \cos\alpha\cos d\alpha - \sin\alpha\, d\alpha$

$dl = \frac{h}{2}\sin\alpha d\alpha \Rightarrow \gamma = \sigma dl = \frac{\sigma h}{2}\sin\alpha d\alpha$

$E_{пл.} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\Omega\sigma}{4\pi\varepsilon_0}$

$E = \frac{\frac{2\sigma h}{2}\sin\alpha d\alpha}{\frac{h}{2\sin\alpha}\cdot 2\pi\varepsilon_0} = \frac{\sigma\sin^2\alpha d\alpha}{\pi\varepsilon_0}$

$E_K = \frac{\sigma\sin^3\alpha d\alpha}{\pi\varepsilon_0}$

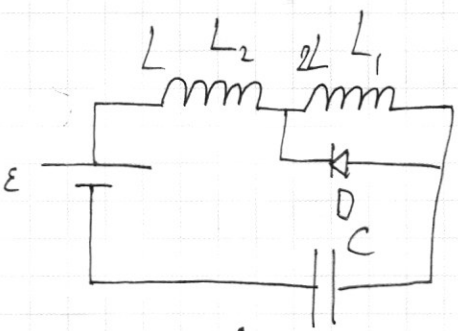
$\int \sin^3\alpha d\alpha = \int (1-\cos^2\alpha)\, d(\cos\alpha) = \cos\alpha - \frac{\cos^3\alpha}{3} + C$

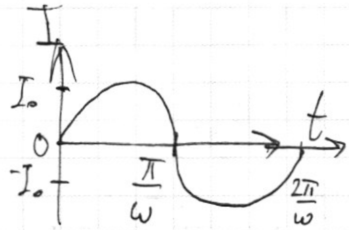
$E_{\perp_1} = \frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{14}\right) - \frac{\cos^3\left(\frac{5\pi}{14}\right)}{3} - \cos\left(\frac{9\pi}{14}\right) + \frac{\cos^3\left(\frac{9\pi}{14}\right)}{3}\right)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

4.





1) $\ddot{q} + \frac{q}{3LC} = \frac{\varepsilon}{L}$

$\ddot{q} + \frac{1}{3LC}(q - 3C\varepsilon) = 0$

$T = 2\pi\sqrt{3LC}$ $\quad q = 3C\varepsilon + A\cos(\omega t + \varphi_0)$

$q = 3C\varepsilon(1 - \cos\omega t)$

$\dot{q} = 3\omega C\varepsilon \sin\omega t$

$\cancel{t}$ $0 \le t \le \frac{\pi}{\omega} \Rightarrow \sin\omega t > 0$

$\cancel{\frac{\pi}{\omega} \le t \le 2\pi}$ $\quad t \geq \frac{\pi}{\omega_1}$

$q = 6C\varepsilon \quad \dot{q} = 0$

$I = -5\omega C\varepsilon \sin\omega_2 t$

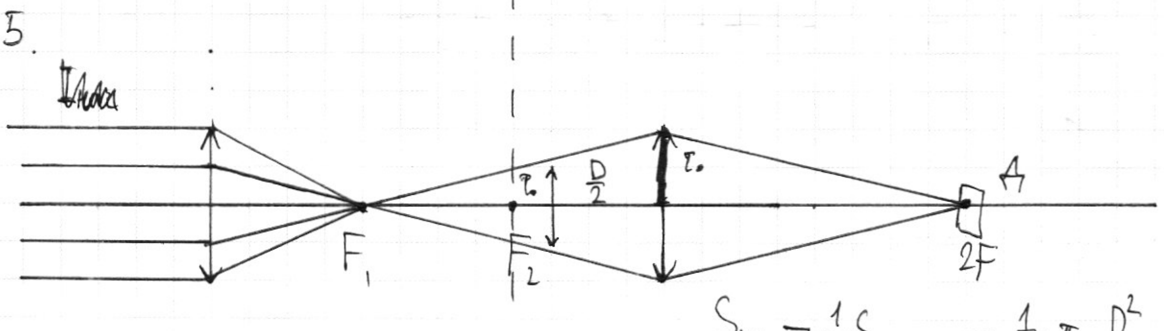
$\ddot{q} + \frac{1}{LC}(q - C\varepsilon) = 0 \Rightarrow q = C\varepsilon + A\cos\omega_2 t = C\varepsilon(1 + 5\cos\omega_2 t)$ $\quad t = \frac{\pi}{\omega_2}$

$q = -4C\varepsilon$

$T = \frac{\pi}{\omega_1} + \frac{\pi}{\omega_2} = \pi\sqrt{3LC} + \pi\sqrt{LC} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3} + 1) = \pi(\sqrt{3}+1)\sqrt{LC}$ $\quad q = 3C\varepsilon($

2) $\cancel{I_{m_1}} =$

5.



$S_{пл.} = \frac{1}{4} S_{пучка.} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{D^2}{4} = \frac{\pi D^2}{64}$

$r_{пл.} = \sqrt{\frac{S_{пл}}{\pi}} = \frac{D}{8} \Rightarrow d_{пл.} = \frac{D}{4}$

$v\tau = \frac{D}{4} \Rightarrow v = \frac{D}{4\tau}$

$t_1 - \tau_0 = \tau_0 \Rightarrow t_1 = 2\tau_0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

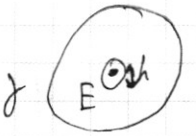
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

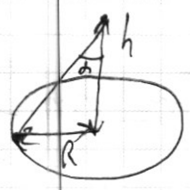
3. $\cos\frac{5\pi}{14} = \sin\frac{\pi}{7}$

$\cos\frac{\pi}{7}$

$E_{\perp_1} = \frac{2\sigma}{\pi\varepsilon_0}\left(\cos\frac{5\pi}{14} - \frac{1}{3}\cos^3\frac{5\pi}{14}\right)$

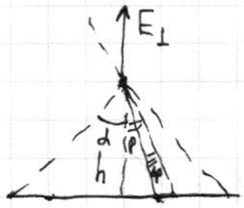
$E_{\perp_2} = \frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\left(\sin\frac{5\pi}{14} - \frac{1}{3}\sin^3\frac{5\pi}{14}\right)$





$E_\perp = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\Omega\sigma}{4\pi\varepsilon_0}$

$\cos\alpha = \frac{h}{\sqrt{R^2+h^2}}$



$r = \frac{h}{\cos\beta}$

$dE = \frac{\gamma dl}{4\pi\varepsilon_0(R^2+h^2)}$

$dl = h\sin(\beta+d\beta) - h\sin\beta = h\cos\beta\, d\beta$

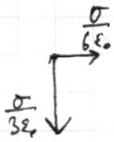
$dE_\perp = \frac{h\gamma dl}{4\pi\varepsilon_0(R^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$

$\gamma = \sigma dl = \sigma h\cos\beta\, d\beta$

$2\pi r l E = \frac{\gamma l}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\gamma}{2\pi r\varepsilon_0}$

$E = \frac{\sigma h\cos\beta\, d\beta}{2\pi\varepsilon_0\cdot\frac{h}{\cos\beta}} = \frac{\sigma\cos^2\beta\, d\beta}{2\pi\varepsilon_0}$ $\quad dE_\perp = E\cos\beta = \frac{\sigma\cos^3\beta\, d\beta}{2\pi\varepsilon_0}$ $\quad \int \frac{hd}{}$

$E_{\perp_1} = \frac{2\frac{2}{3}\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{6\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{3\varepsilon_0}$



$dE_\perp = \frac{2\pi R h\gamma}{4\pi\varepsilon_0(R^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$

$E_{\perp_2} = \frac{\sigma}{6\varepsilon_0}$

$E_0 = \frac{\sigma}{3\varepsilon_0}\sqrt{1+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}\sigma}{6\varepsilon_0}$

$\gamma = \sigma \cdot 2\pi$

$dq = 2\pi R dR\gamma$

$dE_\perp =$ $\quad \int x^{-\frac{3}{2}}dx = \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$ $\quad dE_\perp = \frac{2\pi R dR\cdot\sigma}{4\pi\varepsilon_0(R^2+h^2)}\cdot\frac{h}{\sqrt{R^2+h^2}} = \frac{\cancel{2\sigma\pi} hRdR}{4} =$

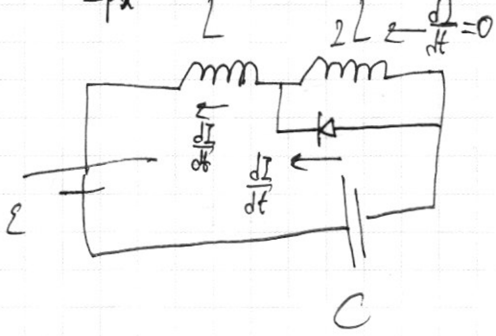
$\int\frac{RdR}{(R^2+h^2)^{\frac{3}{2}}} =$ $\quad = \frac{\sigma hRdR}{2\varepsilon_0(R^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$ $\quad \frac{h}{\sqrt{R_{кр}^2+h^2}} = \cos\alpha$

$= \frac{1}{2}\int\frac{d(R^2+h^2)}{(R^2+h^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}}$ $\quad E_\perp = \frac{\sigma h}{8\varepsilon_0}\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{\dots}\right) = \frac{\sigma}{8\varepsilon_0}(1-\cos\alpha) =$

$-\frac{1}{4\sqrt{R_{кр}^2+h^2}} + \frac{1}{4h}$ $\quad = \frac{\sigma\Omega}{4\pi\varepsilon_0}$

$\Delta p_y = m(v_2 \cos\beta + v_1 \cos\alpha)$

$\Delta p_x =$



$q = 3C\varepsilon(1-\cos\omega t)$

$\cancel{I = const}$ $I_{2L} = const = 0$

$\ddot{q} + \frac{1}{3LC} q = \frac{\varepsilon}{3L}$

$\ddot{q} + \frac{1}{3LC}(q - C\varepsilon) = 0$

$q_1 = C\varepsilon(1-\cos\omega_1 t)$ $\dot{q}_1 = \omega_1 C\varepsilon \sin\omega_1 t$ $q_{1k} = 2C\varepsilon$

$\ddot{q} + \frac{1}{LC}(q - C\varepsilon) = 0$

$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{3LC}}$ $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$q_2 = C\varepsilon(1+\cos\omega_2 t)$ $\dot{q}_2 = -\omega_2 C\varepsilon \sin\omega_2 t$

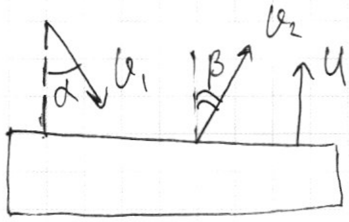
$T = \frac{\pi}{\omega_1} + \frac{\pi}{\omega_2} = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3}+1) = \pi(\sqrt{3}+1)\sqrt{LC}$

$I_{m_1} = \omega_1 C\varepsilon = \frac{C\varepsilon}{\sqrt{3LC}} = \sqrt{\frac{C}{3L}}\varepsilon$

$I_{m_2} = \omega_2 C\varepsilon = \sqrt{\frac{C}{L}}\varepsilon$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



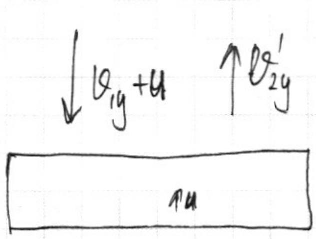
1) $v_1 \sin\alpha = v_2 \sin\beta$

$v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = v_1 \cdot \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} v_1 = 12$ м/с

2) $v_{2y} = v_2 \cos\beta = 6\sqrt{3}$ м/с

$v_{1y} = v_1 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = 2\sqrt{7}$ м/с

В СО пластины:



$v_{2y} = v_{2y}' + u$

$v_{1x} = v_{2x} = 6$ м/с

$v_{1y} + u > v_{2y}'$

$v_{2y} < v_{1y} + 2u$

$u > \frac{v_{2y} - v_{1y}}{2} \Leftrightarrow u > \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{7}}{2}$; $u > 3\sqrt{3} - \sqrt{7}$ м/с

$p_0 V = \nu R T_к$

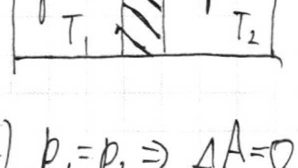
$\frac{7}{8} p_0 V =$

$= \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5}$

$\frac{7}{8} \nu R T_к =$

$= \frac{7}{2} \nu R (T_к - T_1)$

2.



1) $\begin{cases} pV_1 = \nu R T_1 \\ pV_2 = \nu R T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$

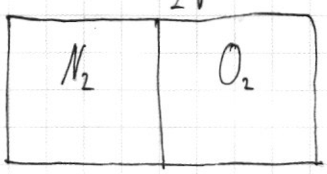
$$\begin{array}{r} \times 831 \\ 15 \\ \hline 4155 \\ 831 \\ \hline 12463 \end{array}$$

2) $p_1 = p_2 \Rightarrow \Delta A = 0$ $\quad E_0 = \frac{5}{2}\nu R T_1 + \frac{5}{2}\nu R T_2 = \frac{5}{2}\nu R (T_1 + T_2)$

$E_к = \frac{5}{2}\nu \cdot 2RT = 5\nu R T_к \Rightarrow T_к = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = 400K$

3) $1+\frac{3}{5}=\frac{8}{5}$

$2V$



$V_{O_2}T$

$V_2 = \frac{5}{4}V$

$V_1 = \frac{3}{4}V$

$$\begin{cases} p_0 V_2 = \nu R T_2 \\ p_0 V_1 = \nu R T_1 \end{cases}$$

$p_K V = \nu R T_K$ $\qquad p_K = \frac{400\nu R}{V}$

$\Delta E_{N_2} = \frac{5}{2}\nu R(T_K - T_1)$

$A_{N_2} \dots$

$p = const$

$p_0 = \frac{500\nu R}{\frac{5}{4}V} = \frac{400\nu R}{V}$

$A_{N_2} = p\cdot\frac{1}{4}V =$

$= \frac{\nu R T_2}{\frac{5}{4}V}\cdot\frac{1}{4}V = \frac{1}{5}\nu R T_2$ $\qquad \frac{831}{4} =$ $\qquad \frac{850}{7} =$

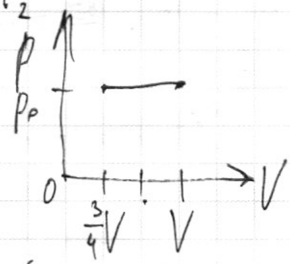
$\frac{5}{4}p_0 V = \nu R T_2$

$p_0 V = \frac{4}{5}\nu R T_2$

$Q_{N_2} = \frac{5}{2}\nu R(T_K - T_1) + \frac{1}{3}\nu R T_1 = \frac{3}{4}R\left(1000 - 750 + 100\right) =$

$E_0 = \frac{5}{2}\nu R(T_{N_2} + T_{O_2}) = \frac{5}{2}\nu R(T_1 + T_2) \Rightarrow T_{N_2} + T_{O_2} = T_1 + T_2$

$T_{O_2} = T_1 + T_2 - T_{N_2}$ $\qquad \frac{5}{2}\nu R T_{N_2}$



$$\begin{cases} p V_{N_2} = \nu R T_{N_2} \\ p(2V - V_{N_2}) = \nu R(T_1 + T_2) - \nu R T_{N_2} \end{cases}$$

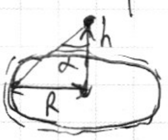
$2pV - \nu R T_{N_2} = \nu R(T_1 + T_2) \Rightarrow p = \nu R\cdot\frac{T_1 + T_2}{2V} = const.$

$Q = \frac{7}{2}p_0\cdot\frac{1}{4}V = \frac{7}{8}p_0 V = \frac{7}{8}\cdot\frac{4}{5}\nu R T_2 = \frac{7}{10}\nu R T_2 = 7\cdot\frac{3}{7}\cdot 8{,}31\cdot\frac{500}{10} = 3\cdot 8{,}31\cdot 50 =$

$= 15\cdot 83{,}1 = 1246{,}5$ Дж ≈ 1250 Дж

$$\begin{array}{r} \times\, 831 \\ 15 \\ \hline 4155 \\ +\,831 \\ \hline 12465 \end{array}$$

$dq = 2\pi R dR$ $\qquad \cos\alpha = \frac{h}{\sqrt{R^2+h^2}}$ $\qquad r = \sqrt{R^2+h^2}$



$dE_\perp = \frac{2\pi R dR \frac{h}{2}}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

$\Delta p_y = m(v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta)$

$\Delta p_x = \mu m(v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta) = m(v_1\sin\alpha - v_2\sin\beta)$

$m v_1\cos\alpha - Mu = m v_2\cos\beta - M u_1$

$u_1 = u + \frac{m}{M}(v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha)$ $M \gg m$

$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{Mu_1^2}{2}$

$mv_1^2 + Mu^2 = mv_2^2 + Mu^2 + 2mu(v_2\cos\beta - v_1\cos\alpha)$

$mv_2^2 + 2muv_2\cos\beta - mv_1^2 - 2muv_1\cos\alpha = 0$

$v_2^2 + 2uv_2\cos\beta - (v_1^2 + 2uv_1\cos\alpha) = 0$

$\cancel{v_2 = \sqrt{4u^2v_2^2\cos}}$

$v_2 = \frac{\sqrt{4u^2\cos^2\beta + 4v_1^2 + 8uv_1\cos\alpha} - 2u\cos\beta}{2} = \sqrt{u^2\cos^2\beta + v_1^2 + 2uv_1\cos\alpha} - u\cos\beta =$

$= \sqrt{\frac{3}{4}u^2 + v_1^2 + \frac{\sqrt{7}}{2}uv_1} - \frac{\sqrt{3}}{2}u$

$\frac{2\sigma}{\pi\varepsilon_0}\left(\sin\frac{\pi}{7} - \frac{\sin^3\frac{\pi}{7}}{3}\right)$

$\frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\left(\cos\frac{\pi}{7} - \frac{\cos^3\frac{2\pi}{7}}{3}\right)$

$\frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\sqrt{4\sin^2\frac{\pi}{7} - \frac{8}{3}\sin^4\frac{\pi}{7} + \frac{4}{9}\sin^6\frac{\pi}{7} + \cos^2\frac{\pi}{7} - \frac{2}{3}\cos^4\frac{\pi}{7} + \frac{1}{9}\cos^6\frac{\pi}{7}} =$

$= \frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\sqrt{1}$

$\int\cos^3\beta\, d\beta = \int(1 - \sin^2\beta)\, d\sin\beta = \sin\beta - \frac{\sin^3\beta}{3}$

$dL = h(\sin(\beta + d\beta) - \sin\beta) = h\cos\beta\, d\beta$

$\gamma = \sigma h\cos\beta\, d\beta$ $2\pi r L E = \frac{\gamma L}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\gamma}{2\pi r\varepsilon_0}$

$r = \frac{h}{\cos\beta}$

$dE = \frac{\sigma h\cos\beta\, d\beta}{2\pi\varepsilon_0\cdot\frac{h}{\cos\beta}} = \frac{\sigma h\cos^2\beta\, d\beta}{2\pi\varepsilon_0 h}$

$\cancel{dE_\perp = \sigma h}$

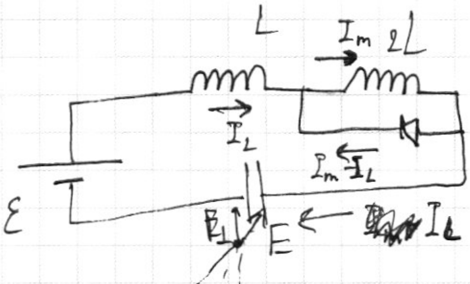
$dE_\perp = \frac{\sigma\cos^3\beta\, d\beta}{2\pi\varepsilon_0} =$

$\cancel{E_\perp =} \sigma h$

$= \frac{\sigma}{\pi\varepsilon_0}\left(\sin\alpha - \frac{\sin^3\alpha}{3}\right)$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

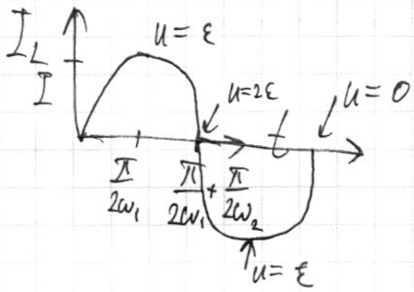


$$E_\perp = \frac{2\pi(1-\cos\alpha)\sigma}{4\pi} = \frac{\Omega\sigma}{4\pi}$$

$$E_\perp = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}$$

$\omega_1 C\varepsilon$

$$\dot q = -\omega_1 C\varepsilon \cos\omega t$$



$$t_1 = \frac{\pi}{2\omega_1}$$

$$\ddot q + \frac{1}{LC}(q - C\varepsilon) = 0$$

$$q = C\varepsilon\left(1 + \frac{A}{C\varepsilon}\cos(\omega_2 t + \varphi_0)\right) = C\varepsilon \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\dot q = -\omega_2 C\varepsilon \frac{A}{C\varepsilon}\sin(\omega_2 t + \varphi_0) = \omega_1 C\varepsilon$$

$$\omega_2 \cancel{C\varepsilon} A = \omega_1 C\varepsilon$$

$$A = \frac{\omega_1}{\omega_2} C\varepsilon$$